

# METODOLOGIJA PRIPREME I OBRADE AKCELEROGRAMA ZA LINEARNE I NELINEARNE SEIZMIČKE ANALIZE KONSTRUKCIJA

## GROUND MOTION PROCESSING METHODOLOGY FOR LINEAR AND NONLINEAR SEISMIC ANALYSIS OF STRUCTURES



UDK: 624.042.7  
Originalni naučni rad

Mr Mladen ČOSIĆ, dipl. građ. inž.<sup>1)</sup>  
Prof. dr Stanko BRČIĆ, dipl. građ. inž.<sup>2)</sup>

### REZIME

U radu je dat prikaz metodologije za pripremu i obradu akceleroograma koji se koriste za seizmički proračun konstrukcija. Definisani su termini i detaljnije obrazložene procedure koje se sprovode nad akceleroogramima kao što su: selekcija, formatiranje, konvertovanje, skaliranje, kalkulacija, procesiranje, kompatibilizacija, normalizacija, filtriranje, generisanje i transformacija. Ove procedure se izvršavaju u vremenskom, frekventnom, FFT frekventnom, FFT frekventno-vremenskom i kapacitativnom domenu. Jasno su postavljene granice između procedura definisanjem termina za svaku po na osob, tako da su pojedine procedure međusobno autonomne, ali sa druge strane matematičke formulacije i fizikalnost problema određenih procedura se preklapaju ili su komplementarne.

**Ključne reči:** akceleroogram, spektar odgovora, procesiranje, seizmička analiza.

### SUMMARY

This paper presents a methodology for the processing of accelerograms used for the seismic analysis of structures. Terms are defined and procedures are explained in more detail for the calculation of accelerograms, such as: selection, formatting, conversion, scaling, calculation, processing, compatibilization, normalization, filtering, generation and transformation. These procedures are performed in time, frequency, frequency FFT, FFT frequency-time and capacitive domain. Limitations of procedures have been placed clearly by defining the terms for each of them, so some procedures are autonomous, but on the other hand the mathematical formulation and the physic of the problem of certain procedures are overlapping or they are complementary.

**Key words:** ground motion record, response spectra, signal processing, seismic analysis.

## 1. UVOD

Zemljotres je prirodna pojava koja nastaje usled iznenadnog oslobađanja energije u zemljinoj kori. Efekat oslobađanja ove energije je umereno do snažno podrhtavanje tla sa blagim do katastrofalnim posledicama. Generalno razmatrajući zapis kretanja tla se tretira u različitim naučnim disciplinama, kao akceleroogram u građevinarstvu, primenom teorije redova, nizova, talasića i vremenskih serija u matematici i statistici, teorije signala u elektrotehnici, talasne teorije u fizici, kao longitudinalni, transverzalni i drugi talasi u seizmologiji. Merenje akce-

leracija tla u stanicama vrši se za tri ortogonalna pravca, tako da se kao zapisi dobijaju nezavisni akceleroogrami za tri ortogonalna pravca.

Akceleroogram prezentuje linearno interpolirane diskretne vrednosti ubrzanja tla  $a_i$  u jednakim inkrementima vremena  $\Delta t$  od iniciranja do prestanka zemljotresa (GMR – ground motion record):

$$a = \bigcup_{i=1}^n a_i \quad \text{odnosno} \quad a = f(t) \quad \text{odnosno skraćeno} \\ a(t) \quad \text{za } t = 0, \dots, n, \quad (1)$$

gde je  $a$  ubrzanje,  $t$  vreme. Obrada i korekcija akceleroograma vrši se u posebnim laboratorijama i institutima, a obrađeni akceleroogrami prezentuju se preko internet baza zemljotresa (GMDB – ground motion database):

– CESMD – Center for Engineering Strong Motion Data [32],

Adresa autora:

<sup>1)</sup> Doktorant na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu, 15300 Loznica, Marka Milanovića 17  
E-mail: mladen.cosic@ymail.com

<sup>2)</sup> Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 11000 Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73  
E-mail: stanko.brccic@grf.bg.ac.rs

- COSMOS – Consortium of Organizations for Strong Motion Observation Systems [24],
- ESD – European Strong-Motion Database [26],
- NCEDC – Northern California Earthquake Data Center [27],
- NGDC – National Geophysical Data Center [28],
- NIED – National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention [23],
- NSL – Nevada Seismological Laboratory [31],
- NSMP – United States National Strong-Motion Project [20],
- PEER – Pacific Earthquake Engineering Research Center [22],
- PNSN – Pacific Northwest Seismic Network [29],
- RAF – Friuli Venezia Giulia Earthquake Data Center [25],
- SCEC – Southern California Earthquake Center [30],
- SSMNet – Swiss Strong Motion Network [21].

Ovako prezentovani akcelerogrami su neskalinirani (*unscaled ground motion record*). Procedura pristupa i preuzimanja akcelerograma na osnovu selektovanih kriterijuma je javnog karaktera, pri čemu je pri interpretaciji preuzetih podataka potrebno voditi računa o: tipu fajla u kojem su smeštene diskretne vrednosti akceleracija, formatu i jedinicama mere akceleracija, gde su obično u prva tri reda u fajlu smeštene ključne informacije o zemljotresu, zatim da li su u fajlu pored akceleracija smeštene brzine i pomeranja. Fajl u kojem je smešten akcelerogram je načelno tekstualna datoteka, iako može da ima drugačiju ekstenziju od \*.txt, pa je korisno otvoriti fajl u odgovarajućem tekst-procesoru, npr. *Notepad-u*, *WordPad-u*, *PSPad-u* i sl., radi uvida i lakše manipulacije. U zavisnosti od formata fajla koji podržava softver za obradu akcelerograma ili softver za analizu konstrukcija, potrebno je dodatno adaptirati akcelerogram. Procedure koje treba sprovesti za jedan akcelerogram su različitog karaktera: selekcija, formatiranje, konvertovanje, skaliranje, kalkulacija, procesiranje, kompatibilizacija, normalizacija, filtriranje, generisanje i transformacija, a izvršavaju se nad vremenskim, frekventnim, FFT frekventnim, FFT frekventno-vremenskim i kapacitativnim domenom, odnosno u domenu analize kapaciteta konstrukcije. Uvođenje termina i klasifikacija procedura koje je potrebno sprovesti nad akcelerogramima proisteklo je iz obimnih iskustava autora ovog rada na većem broju različitih tipova zemljotresa, softvera, konstrukcija i metoda za seizmičku analizu konstrukcija.

## 2. SELEKCIJA

Selekcija je procedura odabira određenog tipa zemljotresa ili grupe zemljotresa prema unapred zadatim kriterijumima, kao što je selekcija prema kriterijumima da li su zemljotresi udaljeni ili bliski, t.j. *far field ground motion* (FFGM) ili *near field ground motion* (NFGM), impulsni ili neimpulsni zemljotresi, prema magnitudi

( $M_L$ ,  $M_w$ ,  $M_S$ ), tipu mehanizma (*strike-slip*, *reverse*, *reverse oblique*, *normal*, *normal-oblique*), udaljenosti od mesta iniciranja propagacije seizmičkih talasa  $R_{rup}$ , brzini smičućih talasa u tlu za gornjih 30m dubine  $v_{s,30}$ , hipocentralnom rastojanju, ili prema nekom drugom kriterijumu. Karakterističan primer selekcije akcelerograma za nelinearnu seizmičku analizu zgrada izvršen je tako što su razmatrani udaljeni i bliski zemljotresi, odnosno FFGM i NFGM parametri selekcije. Selekcija FFGM zemljotresa je izvršena usvajajući kriterijume:

- skala momentne magnitute (MMS – *moment magnitude scale*):  $6.5 < M_w < 7$ ,
- udaljenost od mesta iniciranja propagacije seizmičkih talasa:  $15\text{km} < R_{rup} < 40\text{km}$ ,
- brzina smičućih talasa u tlu za gornjih 30m dubine (kruta tla):  $183\text{m/s} < v_{s,30} < 366\text{m/s}$  (tlo tip D prema FEMA 273 [14] i C prema EC 8 [11]),
- ne uzimaju se u obzir zemljotresi impulsnog tipa,
- projektni seizmički hazard:  $T_r=475$  (500) godina

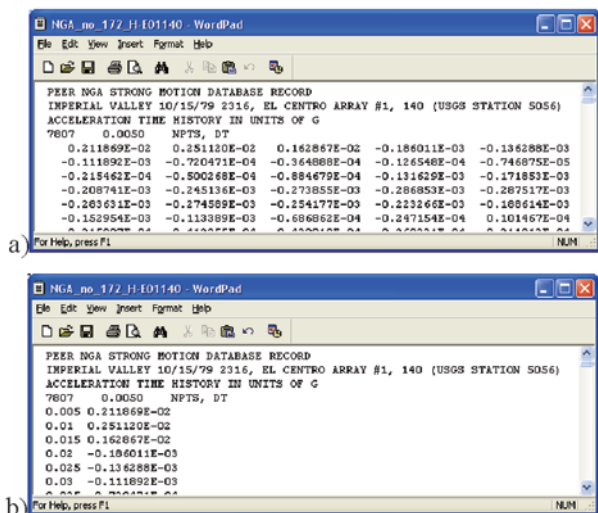
i  $P_{10\%/50}$   
Selekcija NFGM zemljotresa je izvršena usvajajući kriterijume:

- skala MMS magnitute:  $M_w > 6$ ,
- udaljenost od mesta iniciranja propagacije seizmičkih talasa:  $R_{rup} < 15\text{km}$ ,
- brzina smičućih talasa u tlu za gornjih 30m dubine (kruta tla):  $183\text{m/s} < v_{s,30} < 366\text{m/s}$  (tlo tip D prema FEMA 273 [14] i C prema EC 8 [11]),
- uzimaju se u obzir i zemljotresi impulsnog tipa,
- odnos osnovnog perioda vibracija objekta  $T_e$  i impulsnog perioda zemljotresa  $T_p$ :  $0.35 \leq T_e/T_p \leq 3$ .

Procedura selekcija se generalno odvija na dva nivoa: preko baze zemljotresa i naknadno u slučaju da se dokaže da dati akcelerogram nije dovoljno adekvatan za dati tip tla i konstruktivni sistem. Takođe, drugi proces selekcije se sprovodi ukoliko se iz baze podataka selektuje veći broj akcelerograma različitih karakteristika, pa se naknadno reselektuju primenom matematičkih metoda, kao što je, npr., primena genetskih algoritama [2].

## 3. FORMATIRANJE

Formatiranje je procedura transformacije oblika zapisa akcelerograma iz baze zemljotresa i prilagođavanje softveru za analizu konstrukcija. U zavisnosti od tipa formata akcelerograma moguće je nekoliko varijanti, od jedne do više kolona sa horizontalnim ili vertikalnim poretkom vrednosti. Princip primene više kolona pri formatiranju akcelerograma je proistekao u cilju jednostavnije manipulacije diskretnim vrednostima akceleracija i delimično u cilju minimiziranja veličine fajla, odnosno memorijskog prostora. Ukoliko je veličina inkrementa vremena  $\Delta t=0.005\text{s}$  i ukupno zabeleženo vreme trajanja zemljotresa  $t=40\text{s}$ , tada je broj redova veći od 8000. Određene baze podataka zemljotresa, kao što je PEER GMDB, koriste princip formatiranja zapisa akcelerograma preko više kolona/više redova sa horizontalnim poretkom vrednosti, gde je potrebno sprovesti transformaciju u jednu kolonu/više redova sa vertikalnim poretkom



Slika 1. Formatiranje zapisa akcelograma iz a) više kolona/više redova sa horizontalnim poretkom vrednosti u b) jednu kolonu/više redova sa vertikalnim poretkom vrednosti i generisanim inkrementom vremena  $\Delta t$

vrednosti, a u cilju adaptiranja akcelograma softveru za analizu konstrukcija. Na slici 1. je prikazano dato formatiranje uz generisanje inkrementa vremena  $\Delta t$  za svaku diskretnu vrednost akceleracija:

$$t_0 = 0, t_{i+1} = t_i + \Delta t, \quad t_n = \sum_{i=1}^n \Delta t_i, \quad (2)$$

tako da se dobijaju uređeni parovi diskretnih vrednosti vremena i odgovarajućih akceleracija  $(t_i, a_i)$ .

#### 4. KONVERTOVANJE

Konvertovanje je procedura transformacije jednih jedinica mere u druge, na primer u  $m/s^2$ ,  $cm/s^2$  i slično. U slučaju konvertovanja jedinica mere u  $m/s^2$ , a koje su prethodno prikazane u funkciji od  $g$ , vrši se multiplikacija sa 9.81:

$$a(t)_{us,c} = 9.81a(t)_{us,uc} \quad g \rightarrow \frac{m}{s^2}, \quad (3)$$

gde je  $a(t)_{us,c}$  neskaliran konvertovan akcelogram,  $a(t)_{us,uc}$  neskaliran nekonvertovan akcelogram. Analogno se izvode konvertovanja i za ostale jedinice mere. U određenim situacijama, a u zavisnosti od softverskog rešenja, moguće je sprovesti konvertovanje i skaliranje preko jedinstvenog faktora za skaliranje. Takođe, procedura konvertovanja i skaliranja je moguće sprovesti i pre importovanja fajla akcelograma u softver. Ovo je posebno korisno, jer se naknadno mogu izvršiti kvantitativne analize nad akcelogramom.

#### 5. SKALIRANJE

Skaliranje je skup procedura kojima se direktno ili indirektno multipliciraju vrednosti ubrzanja akcelograma prema određenim kriterijumima. Generalno razmatrajući, postoje dve opcije za skaliranje: prva opcija je

skaliranje u vremenskom domenu, dok je druga opcija skaliranje u frekventnom domenu. Skaliranje u vremenskom domenu može biti: skaliranje originalnog neskaliranog akcelograma  $a(t)_{us}$ , skaliranje prema spektru odgovora za  $PGA_s$  ( $PGA$  – *peak ground acceleration*), skaliranje prema spektralnom ubrzanju za odgovarajući period vibracija  $T$  i primenom metode najmanjih kvadrata (*least square method*).

Direktno skaliranje akcelograma se sprovodi preko vrednosti apsolutnog maksimalnog ubrzanja  $PGA_{us}$  (*peak ground acceleration*) na skaliranu vrednost apsolutnog maksimalnog ubrzanja  $PGA_s$ :

$$PGA_{us} = \max |a(t)|_{us} \rightarrow PGA_s = \max |a(t)|_s, \quad (4)$$

ili direktno skaliranje originalnog neskaliranog akcelograma  $a(t)_{us}$  preko faktora skaliranja  $F_s$ :

$$PGA_s = F_s PGA_{us}, \quad a(t)_s = F_s a(t)_{us}, \quad (5)$$

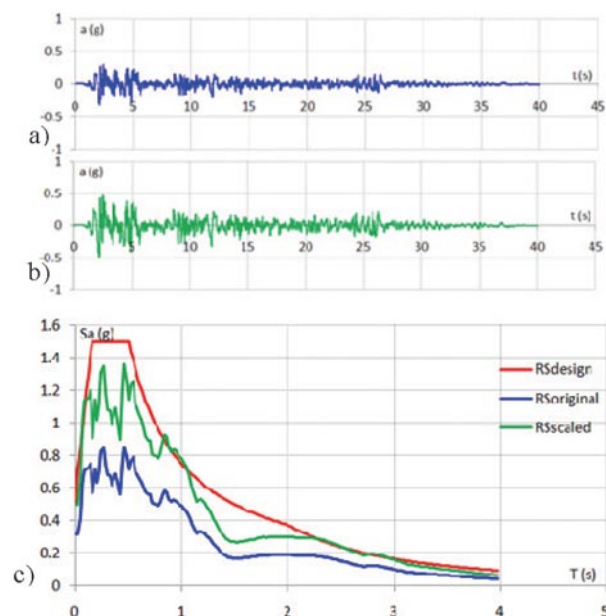
gde je  $a(t)_s$  skalirani akcelogram.

Skaliranje prema spektru odgovora za  $PGA_s$  je prikazano na slici 2 za zemljotres *Imperial Valley* (stanica *El Centro*, IV79,  $PGA_{us}=0.313g$ ). Projektni spektar odgovora je određen prema EC 8 [11] za  $PGA=0.5g$ , tip tla B, tako da je dobijen faktor skaliranja  $F_s=1.597$ .

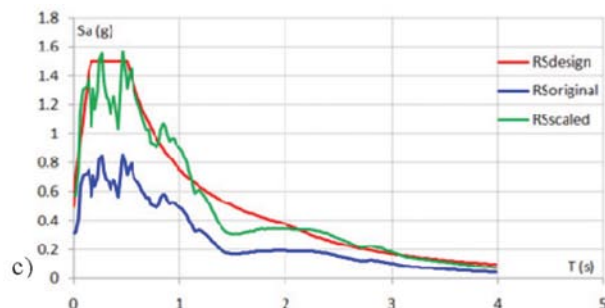
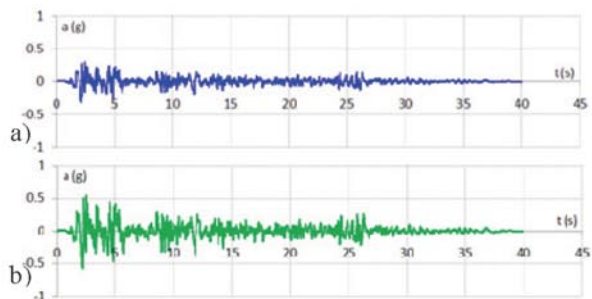
Skaliranje prema spektralnom ubrzanju za odgovarajući period vibracija  $T$  sprovodi se, tako što se za odgovarajući period vibracija objekta određuje faktor skaliranja ekvivalencijom spektralnog ubrzanja skaliranog  $S_{a,s}$  i projektnog spektra odgovora  $S_{a,d}$ :

$$S_{a,s} = F_s S_{a,us}, \quad F_s = \frac{S_{a,d}}{S_{a,us}}, \quad (6)$$

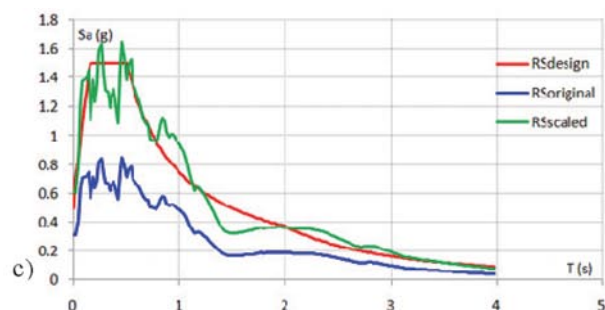
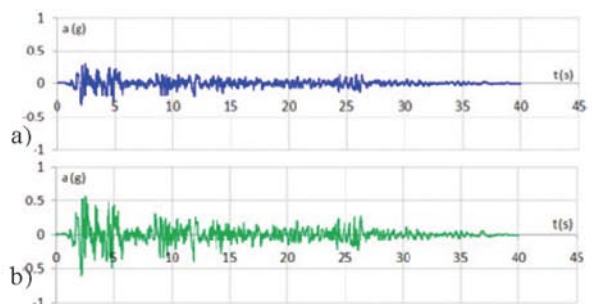
gde je  $S_{a,us}$  spektralno ubrzanje originalnog neskaliranog zemljotresa. Na slici 3 je prikazano skaliranje prema



Slika 2. a) Originalni neskalirani akcelogram  $PGA_{us}=0.313g$ , b) skalirani akcelogram  $PGA_s=0.5g$ , c) spektri odgovora za neskalirani, skalirani i projektni spektar



Slika 3. a) Originalni neskalirani akcelerogram  $PGA_{us}=0.313g$ , b) skalirani akcelerogram  $PGA_s=0.575g$ , c) spektri odgovora za neskalirani, skalirani i projektni spektar



Slika 4. a) Originalni neskalirani akcelerogram  $PGA_{us}=0.313g$ , b) skalirani akcelerogram  $PGA_s=0.605g$ , c) spektri odgovora za neskalirani, skalirani i projektni spektar

ovom postupku takođe za zemljotres *Imperial Valley* za  $T=0.8s$ , gde je dobijen faktor skaliranja  $F_s=1.838$ .

Primena metode najmanjih kvadrata bazira se na minimiziranju razlike između skaliranog spektra odgovora i ciljnog (ili projektnog) spektra odgovora [13]:

$$|\Delta| = \int_{T_A}^{T_B} [F_s S_{a,us}(T) - S_{a,d}(T)]^2 dT, \quad (7)$$

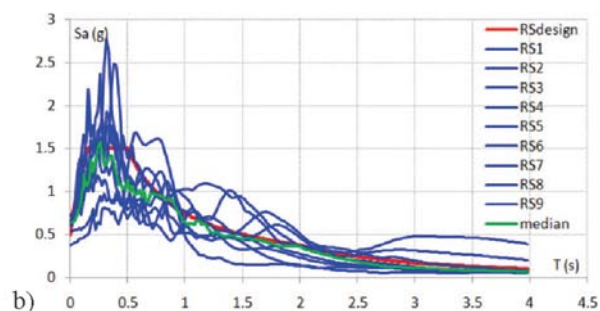
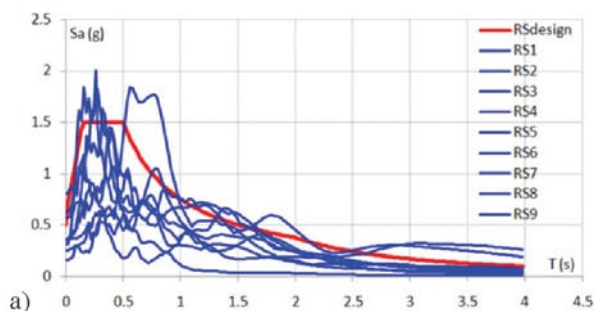
gde je  $S_{a,us}$  spektralno ubrzanje razmatranog akcelerograma,  $S_{a,d}$  spektralno ubrzanje ciljnog spektra odgovora,  $T_A$  donja vrednost perioda vibracija,  $T_B$  gornja vrednost perioda vibracija. Određivanje faktora skaliranja sprovodi se minimiziranjem razlike definisane u prethodnom izrazu:

$$\min |\Delta| \Rightarrow \frac{d|\Delta|}{dF_s} = 0 \Rightarrow F_s = \frac{\sum_{T_A}^{T_B} (S_{a,us}(T) S_{a,d}(T))}{\sum_{T_A}^{T_B} (S_{a,us}(T))^2}. \quad (8)$$

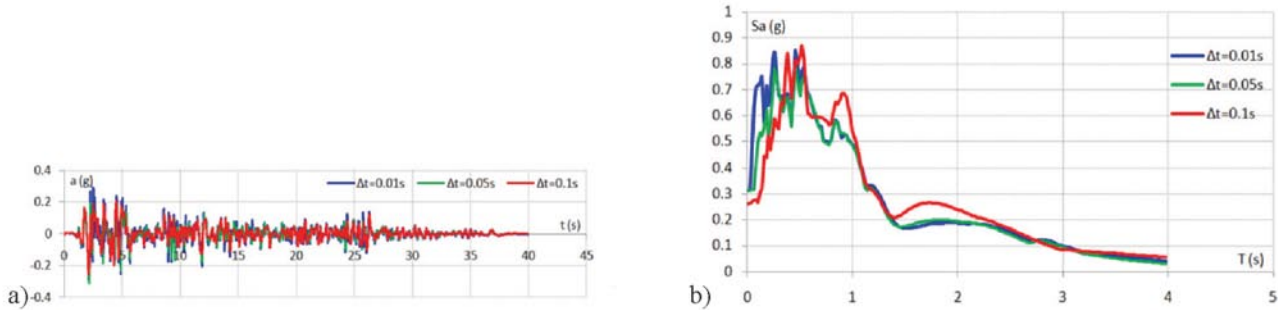
Na slici 4 je prikazano skaliranje prema ovom postupku takođe za zemljotres *Imperial Valley* gde je dobijen faktor skaliranja  $F_s=1.933$ .

Ovakav postupak moguće je primeniti i na većem broju zemljotresa, a adekvatan faktor skaliranja dobija se primenom medijane (slika 5).

Prethodno prezentovane procedure skaliranja odnose se na skaliranje amplituda akceleracija, dok je moguća i opcija skaliranja preko vremena, s'tim što se u tom slučaju menja frekventni sastav zemljotresa. Kod opci-



Slika 5. a) Spektri odgovora originalnih neskaliranih akcelerograma, b) spektri odgovora skaliranih akcelerograma i konstruisana medijana



Slika 6. Skaliranje inkrementa vremena za  $\Delta t=0.01s$ ,  $\Delta t=0.05s$ ,  $\Delta t=0.1s$ : a) akcelerogrami, b) spektri odgovora

je skaliranja inkrementa vremena  $\Delta t$ , mogu se određeni pikovi izgubiti, pa se sa dodatnom obazrivošću mora pristupiti ovakvom skaliranju. Pri primeni ovakvog tipa skaliranja potrebno je linearno interpolirati diskretne međuvrednosti akceleracija. Na slici 6 su prikazani akcelerogrami *Imperial Valley* zemljotresa za inkremente vremena  $\Delta t=0.01s$ ,  $\Delta t=0.05s$ ,  $\Delta t=0.1s$ , a takođe su razvijeni i odgovarajući spektri odgovora.

Skaliranje u frekventnom domenu bazira se na primeni *Fourier*-ovih transformacija [12]. U prvom koraku se na osnovu originalnog neskalinog akcelerograma  $a(t)_{us}$  konstruiše spektar odgovora  $S_{a,us}(T)$ , a zatim se za nivo seizmičkog hazarda konstruiše projektni spektar odgovora  $S_{a,d}(T)$ . Iz odnosa  $S_{a,d}(T)/S_{a,us}(T)$  određuje se vrednost promene spektralnog koeficijenta (SR – *spectral ratio*) u funkciji perioda vibracija  $SR(T)$ . Potom se ovakva funkcija promene spektralnog koeficijenta filtrira  $SR(\omega)$  i prezentuje preko ugaone frekvencije  $\omega$ . Za originalni neskalinog akcelerogram se sprovodi *Fourier*-ova transformacija i rešenje se prezentuje preko *Fourier*-ove amplitude  $F_{amp,us}(\omega)$  (FAS – *Fourier amplitude spectrum*). Primenom funkcije za filtrirani spektralni koeficijent  $SR(\omega)$  i prethodno određene *Fourier*-ove amplitude  $F_{amp,us}$  konstruiše se filtrirani *Fourier*-ov spektar  $F_{amp,us,fil}(\omega)$ , iz koga se zatim primenom inverzne *Fourier*-ove transformacije konstruiše novi akcelerogram. Posupak se ponavlja sukcesivno ukoliko je greška za dve uzastopne iteracije veća od usvojene.

Prethodno prezentovane procedure odnose se na skaliranje u vremenskom ili frekventnom domenu za projektni nivo seizmičkog hazarda i koriste se kod nelinearne statičke *pushover* analize (NSPA – *Nonlinear Static Pushover Analysis*), linearne dinamičke analize (LDA – *Linear Dynamic Analysis*) i nelinearne dinamičke analize (NDA – *Nonlinear Dynamic Analysis*), a takođe i za analizu ciljnog pomeranja (*target displacement analysis*). Ukoliko se odgovor konstrukcije razmatra u domenu analize kapaciteta (kapacitativnom domenu), tada se sprovode inkrementalne nelinearne dinamičke analize (INDA – *Incremental Nonlinear Dynamic Analysis*), a akcelerogram se skalira od početnog minimalnog faktora skaliranja  $F_{s,0}$  do krajnjeg faktora skaliranja  $F_{s,n}$  za kolapsno stanje. Prvo se izvršava skaliranje na određenu početnu vrednost, tako da je odgovor konstrukcije za dati skalirani nivo zemljotresa u linearno-elastičnom

domenu. Ovo se postiže tako što se akcelerogram skalira na dovoljno malu vrednost ubrzanja [40]:

$$PGA_{s,1} = F_{s,1}PGA_{us} = 0.005g, \quad (9)$$

gde je  $PGA_{us}$  maksimalno ubrzanje originalnog neskalinog akcelerograma,  $F_{s,1}$  faktor skaliranja za inicijalnu NDA analizu,  $PGA_{s,i}$  maksimalno ubrzanje skaliranog akcelerograma na početnu minimalnu vrednost ubrzanja. Skaliranje se nastavlja tako što se sukcesivno povećava  $PGA_{s,i}$ :

$$PGA_{s,i} = PGA_{s,i-1} + 0.1 + 0.05(i-1), \quad (10)$$

a kada se uoči da je razlika u odgovoru konstrukcije za dve uzastopne vrednosti skaliranja bez velike promene, tada se povećava faktor skaliranja. U slučaju da je razlika u odgovoru konstrukcije za dve uzastopne vrednosti skaliranja značajna, tada se redukuje faktor skaliranja. Takođe, pretraživanje poslednje vrednosti se sprovodi sukcesivno skalirajući akcelerogram u nazad. Ukoliko se NDA analizom za  $PGA_{s,i}$  dobije da je maksimalna vrednost drifta (odnosno pomeranja referentne tačke najviše tavanice):

$$DR_{max} \rightarrow +\infty, \quad (11)$$

tada se skaliranje vrši prema:

$$PGA_{s,i+1} = PGA_{s,i-1} + \frac{(PGA_{s,i} - PGA_{s,i-1})}{3}, \quad (12)$$

dok za faktore skaliranja važi:

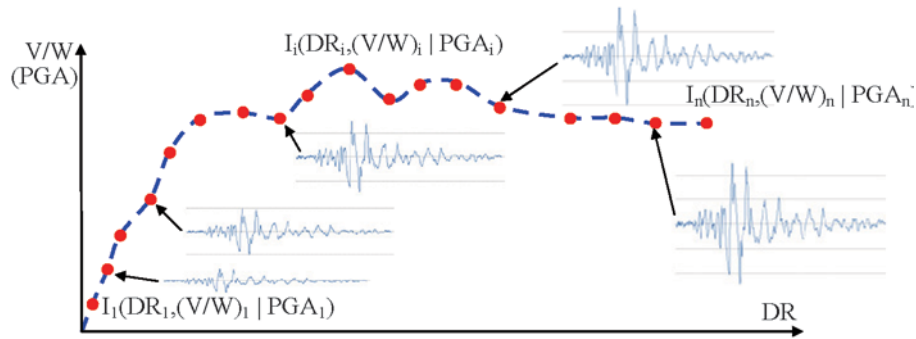
$$F_{s,1} < F_{s,i} < F_{s,n}. \quad (13)$$

Na slici 7 su prikazane diskretne vrednosti iz NDA analiza, a za skalirane akcelerograme od elastičnog, preko nelinearnog, pa sve do kolapsnog domena.

## 6. KALKULACIJA

Kalkulacija je skup procedura kojima se određuju bazni parametri akcelerograma kao što su:

– maksimalno ubrzanje (*peak ground acceleration*):



Slika 7. INDA pushover kriva  $V/W=f(DR)$  sa diskretnim vrednostima iz NDA analiza i skaliranim akcelerogramima

$$PGA = \max |a(t)|, \quad (14)$$

– maksimalna brzina (*peak ground velocity*):

$$PGV = \max |v(t)|, \quad (15)$$

– maksimalno pomeranje (*peak ground displacement*):

$$PGD = \max |d(t)|, \quad (16)$$

– odnos maksimalna brzina/maksimalno ubrzanje (*peak ground velocity/acceleration ratio*):

$$\frac{PGV}{PGA} = \frac{\max |v(t)|}{\max |a(t)|}, \quad (17)$$

– kvadratni koren srednjeg kvadrata ubrzanja (*root mean square acceleration*) [34]:

$$a_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_{595}} \int_0^t [a(t)]^2 dt}, \quad (18)$$

– kvadratni koren srednjeg kvadrata brzine (*root mean square velocity*):

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_{595}} \int_0^t [v(t)]^2 dt}, \quad (19)$$

– kvadratni koren srednjeg kvadrata pomeranja (*root mean square displacement*):

$$d_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_{595}} \int_0^t [d(t)]^2 dt}, \quad (20)$$

– Arias intenzitet (*Arias intensity*) [3]:

$$I_a = \frac{\pi}{2g} \int_0^{\infty} [a(t)]^2 dt, \quad (21)$$

– karakterističan intenzitet (*characteristic intensity*):

$$I_c = a_{RMS}^2 \sqrt{t_{595}}, \quad (22)$$

– specifična gustina energije (*specific energy density*):

$$SED = \int_0^t [v(t)]^2 dt, \quad (23)$$

– akumulirana apsolutna brzina (*cumulative absolute velocity*) [7]:

$$CAV = \int_0^t |a(t)| dt. \quad (24)$$

U prethodnim izrazima figurira  $t_r$  vreme trajanja značajnog dela zemljotresa (*significant duration*), a koje se određuje kao interval vremena koje odgovara akumuliranom Arias intenzitetu u rasponu od 5% do 95% [39]:

$$t_{595} = t(95\%I_a) - t(5\%I_a). \quad (25)$$

## 7. PROCESIRANJE

Procesiranje je skup procedura koje mogu biti različitog karaktera, kao što je korekcija bazne linije (BLC – *base line correction*), konstrukcija spektra odgovora za realan akcelerogram i slične procedure.

Glavni problemi koji se javljaju kod analognih i digitalnih akcelerograma su distorzije i odstupanje jednog ili više delova akcelerograma od referentne bazne linije, a što rezultuje nerealnim vrednostima brzina i pomeranja [4]. Postupak korekcije bazne linije se sastoji iz dva dela: regresione analize i dodatne korekcije akcelerograma. U prvom delu se, primenom regresione analize, određuje polinomska kriva koja najbolje reprezentuje diskretne parove akcelerograma, dok se u drugom delu od realnih vrednosti akceleracija oduzimaju njihove odgovarajuće vrednosti akceleracija dobijene regresionom analizom. Na slici 8 je prikazana korekcija bazne linije za akcelerogram *Imperial Valley* kod koga postoji odstupanje za jedan deo zapisa u odnosu na baznu liniju. Primenjena su četiri polinoma za regresionu analizu:

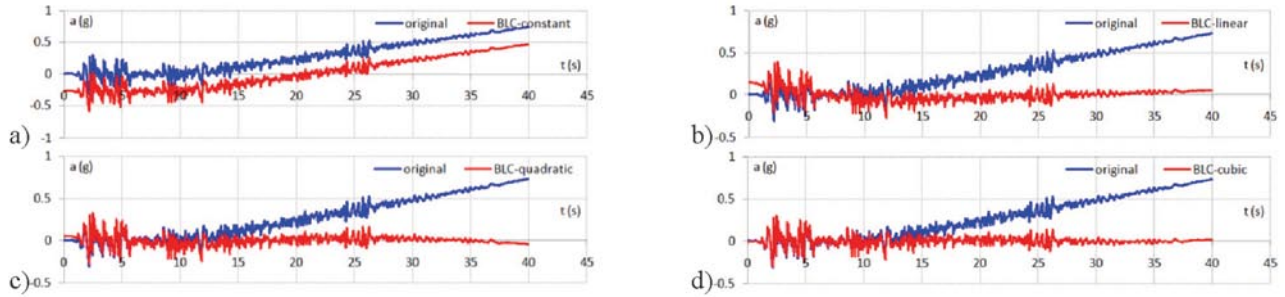
$$y = a_0 \text{ konstantan}, \quad (26)$$

$$y = a_0 + a_1x \text{ linearan}, \quad (27)$$

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \text{ kvadratni}, \quad (28)$$

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \text{ kubni}. \quad (29)$$

Najbolji rezultat je postignut primenom kubnog polinoma, a što je prikazano na slici 8d.



Slika 8. Korekcija bazne linije primenjena na akcelerogramu Imperial Valley kod koga postoji odstupanje za jedan deo zapisa u odnosu na baznu liniju: a) konstantan, b) linearan, c) kvadratni, d) kubni polinom

Konstrukcija spektra odgovora (*response spectra*) takođe spada u procesiranje koje se izvodi nad akcelerogramima i tu treba razlikovati projektne spektre, spektri prema determinističkoj seizmičkoj analizi hazarda (DSHA – *deterministic seismic hazard analysis*), probabilističkoj seizmičkoj analizi hazarda (PSHA – *probabilistic seismic hazard analysis*) i spektre odgovora realnih zemljotresa. Projektni spektri su definisani propisima za projektovanje objekata u uslovima dejstva zemljotresa, kao što su NEHRP, IBC, EC, dok spektri odgovora realnih zemljotresa mogu biti elastični i neelastični. Generalno razmatrajući, spektri odgovora se konstruišu tako što se sprovodi serija linearnih dinamičkih analiza (LDA – *Linear Dynamic Analysis*) na SDOF (*single degree of freedom*) modelu za različite vrednosti krutosti sistema [8]:

$$ma + cv + kd = -ma_g, \quad (30)$$

gde je  $m$  masa,  $a$  ubrzanje,  $c$  prigušenje,  $v$  brzina,  $k$  krutost,  $d$  pomeranje,  $ma$  inercijalna sila,  $cv$  sila prigušenja,  $kd$  elastična sila,  $ma_g$  aktivna (spoljašnja) sila, a zatim se izdvajaju maksimalne vrednosti ubrzanja, brzina ili pomeranja. Spektar odgovora prezentuje linearno interpolirane diskretne vrednosti maksimalnih ubrzanja  $a_i$  (brzine  $v_i$  ili pomeranja  $d_i$ ) određene dinamičkom analizom za odgovarajuće inkremente perioda vibracija  $\Delta T$ :

$$S_a = \bigcup_{i=1}^n S_{a,i} \quad \text{odnosno } S_a = f(T) \quad \text{odnosno skraćeno } S_a(T) \quad \text{za } T=0, \dots, T_{\max}. \quad (31)$$

U zavisnosti od toga koji se parametar analizira kao maksimum iz dinamičkih analiza postoje: spektri ubrzanja (ARS – *acceleration response spectra*), spektri brzine (VRS – *velocity response spectra*) i spektri pomeranja (DRS – *displacement response spectra*). Vrednost inkrementa perioda vibracija se obično usvaja da je  $\Delta T=0.02s$ , a  $T_{\max}=4s$ , tako da je ukupan broj dinamičkih analiza koje treba sukcesivno sprovesti 200. Na slici 9 su prikazani konstruisani elastični spektri odgovora  $S_a-T$ ,  $S_v-T$  i  $S_d-T$  (ERS – *elastic response spectra*) za zemljotres Imperial Valley pri različitim nivoima prigušenja  $\beta$ . Elastični spektri odgovora se primenjuju, između ostalog, kod spektralne-modalne analize (SMA – *Spectral-Modal Analysis*) i nelinearne statičke adaptivne *pushover* analize (NSAPA

– *Nonlinear Static Adaptive Pushover Analysis*) za spektralnu amplifikaciju seizmičkih sila ili pomeranja.

Konstrukcija neelastičnog spektra odgovora (IRS – *inelastic response spectra*) sprovodi se primenom serije nelinearnih dinamičkih analiza (NDA – *Nonlinear Dynamic Analysis*) na SDOF modelu za različite vrednosti krutosti sistema:

$$m\Delta a_i + c\Delta v_i + k\Delta d_i = \Delta p_i. \quad (32)$$

Diferencijalna jednačina kretanja (32) u inkrementalnoj formulaciji određuje se kao razlika iz dva uzastopna koraka vremena  $t_i$  i  $t_{i+1}$ :

$$ma_i + cv_i + kd_i = -ma_{g,i}, \quad (33)$$

$$ma_{i+1} + cv_{i+1} + kd_{i+1} = -ma_{g,i+1}, \quad (34)$$

pri čemu je inkrementalna sila:

$$k\Delta d_i = k_{i,\text{sec}}\Delta d_i, \quad (35)$$

gde je  $k_{i,\text{sec}}$  sekantna krutost. Na slici 10 je prikazan normalizovani bilinearni elasto-plastični konstitutivni model u funkciji koeficijenta duktilnosti  $\mu$  i sa različitim krutosti u nelinearnom domenu  $K_n > 0$ ,  $K_n = 0$  i  $K_n < 0$ . Efikasnija opcija je da se za elastičan spektar odgovora primeni faktor redukcije  $R_\mu$  [33]:

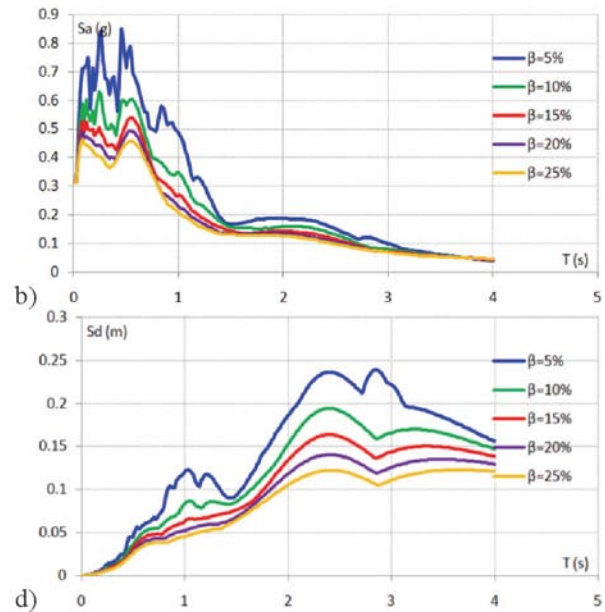
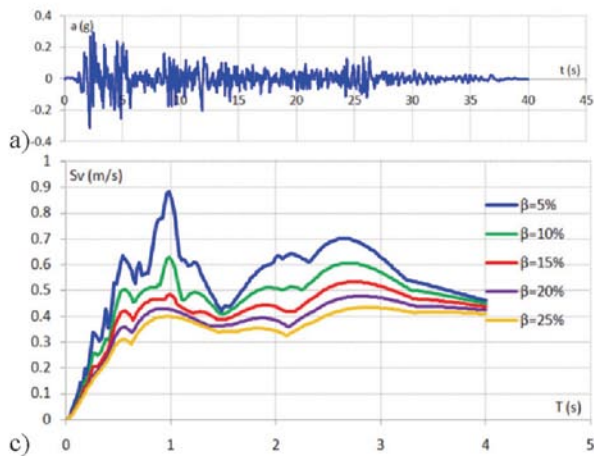
$$R_\mu = [c(\mu - 1) + 1]^{\frac{1}{c}}, \quad (36)$$

gde je:

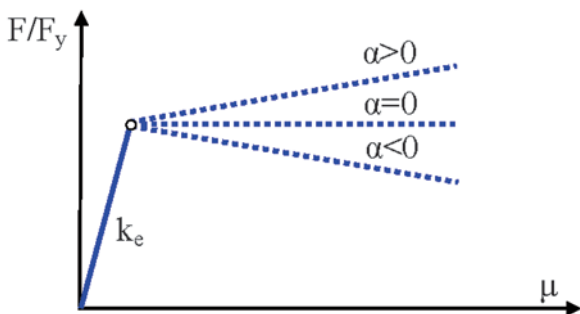
$$c(T, \alpha) = \frac{T^a}{1 + T^a} + \frac{b}{T}, \quad (37)$$

$a, b$  – regresione konstante.

Konstrukcija neelastičnih spektara odgovora sprovedena je za akcelerogram Imperial Valley za različite koeficijente duktilnosti, nelinearnu krutost i prigušenje. Na slici 11 su prikazani neelastični spektri odgovora  $S_a-T$  i  $S_d-T$  za:  $\mu=2, 4, 6, 8, 10$ ,  $k_n=0$ ,  $k_n=20\%k_e$  i  $\beta=5\%$ . Na slici 12 su prikazani neelastični spektri odgovora  $S_a-T$  i  $S_d-T$  za:  $\mu=2, 4, 6, 8, 10$ ,  $k_n=0$ ,  $k_n=20\%k_e$  i  $\beta=10\%$ . Neelastični spektri odgovora se, između ostalog, primenjuju kod metode ekvivalentne linearizacije (ELM – *Equivalent Linearization Method*) [15] i neiterativne seizmičke analize preko pomeranja (DDBD – *Direct Displacement*



Slika 9. a) Akcelerogram Imperial Valley, b) elastičan spektar odgovora  $S_a-T$ , c) elastičan spektar odgovora  $S_v-T$ , d) elastičan spektar odgovora  $S_d-T$



Slika 10. Normalizovani bilinearni elasto-plastični konstitutivni model u funkciji koeficijenta duktilnosti  $\mu$  i sa različitim krutosti u nelinearnom domenu  $K_n > 0$ ,  $K_n = 0$  i  $K_n < 0$

Based Design) [36]. Takođe, postoji mogućnost implementacije neelastičnih spektara odgovora kod adaptivne NSAPA analize [6].

## 8. KOMPATIBILIZACIJA

Kompatibilizacija je procedura kreiranja reprezentativnog akcelerograma na osnovu jednog realnog ili grupe akcelerograma prema zadatom projektnom spektru odgovora. Ovaj postupak je poznat kao *spectral matching*, gde se na osnovu određenog spektra odgovora za realan zemljotres i projektnog spektra odgovora generiše kompatibilan zemljotres, tako da se za određeni interval perioda vibracija dobije najbolje poklapanje [19]. Postupak je iterativan i zasniva se na primeni teorije talasića (*wavelet theory*). U prvom koraku se na osnovu realnog akcelerograma konstruiše spektar odgovora za dati nivo prigušenja, a zatim se komparira vrednost svake diskretne vrednosti spektra odgovora sa amplitudama ciljnog (projektnog) spektra odgovora i određuje nivo neusklađenosti

(*mismatch*). Nakon prethodno sprovedenih postupaka vrši se dodavanje talasića akcelerogramu sa odgovarajućim amplitudama, tako da se pik svakog odgovora poklopi sa odgovarajućom ciljnom amplitudom. Jedan talasić se koristi u pronalaženju jednog kompatibilnog SDOF odgovora. Amplituda svakog talasića koji se koristi za kompatibilizaciju određena je na osnovu rešenja sistema jednačina:

$$[C]\{b\} = \{r\}, \quad (38)$$

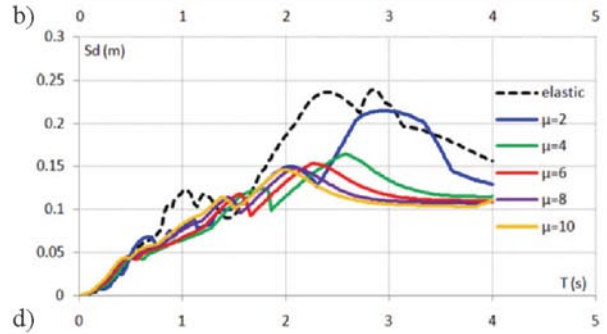
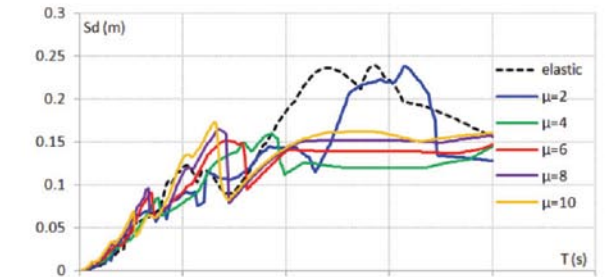
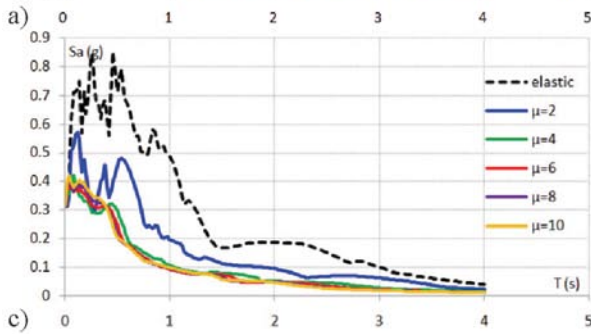
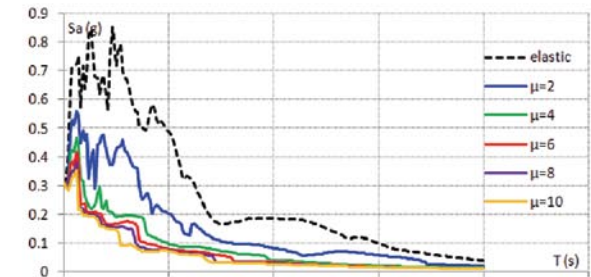
gde je  $[C]$  kvadratna matrica sa elementima koji predstavljaju amplitude svakog pojedinačnog odgovora SDOF sistema u vremenu  $t_i$  gde odgovor treba da se usklađuje,  $\{b\}$  je vektor i predstavlja faktore skaliranja talasića koji se koriste za usklađivanje,  $\{r\}$  je vektor potrebnog usklađivanja, a koji predstavlja razliku maksimalnog odgovora SDOF sistema realnog akcelerograma i amplitude prema projektnom spektru odgovora. Amplituda funkcije talasića  $A_{adj}(t)$  kojom se vrši usklađivanje u vremenu  $t_i$  određena je na osnovu sume amplituda talasića u datom vremenu  $a_j(t)$  multiplicirane odgovarajućim faktorima skaliranja talasića  $b_j$ :

$$A_{adj}(t) = \sum_{j=1}^{N_w} b_j a_j(t), \quad (39)$$

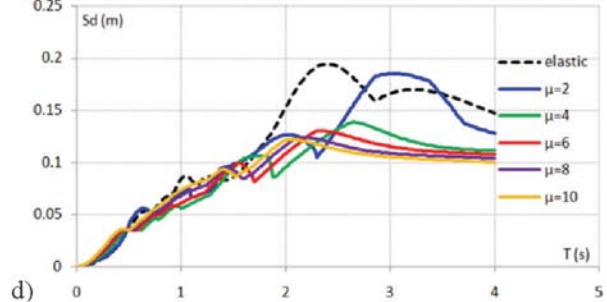
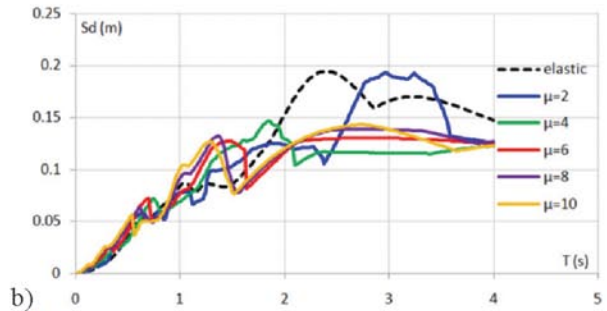
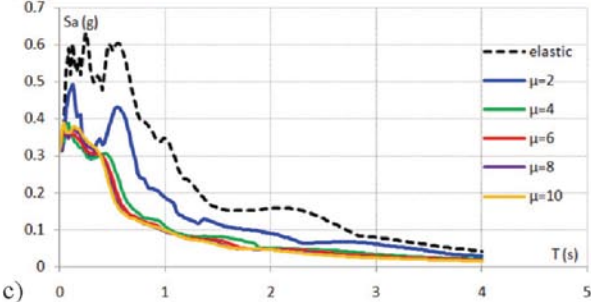
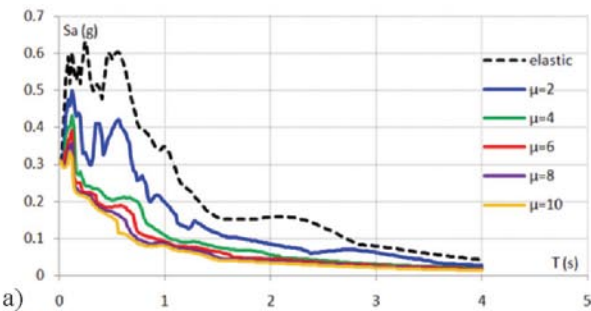
gde je  $N_w$  ukupan broj talasića. Kompatibilni akcelerogram predstavlja sumu diskretnih vrednosti akceleracija realnog akcelerograma i funkcije usklađivanja, dok se za funkciju talasića koristi poboljšani kosinusni talasić:

$$a_j(t) = \cos[\omega'_j(t-t_j + \Delta t_j)] e^{-|t-t_j + \Delta t_j| \psi_j} + [c_1(t-t_j + \Delta t_j) + c_2] e^{-|t-t_j + \Delta t_j| \psi_j}, \quad (40)$$





Slika 11. Neelastični spektri odgovora: a)  $S_a-T$ ,  $k_n=0$ ,  $\beta=5\%$ , b)  $S_d-T$ ,  $k_n=0$ ,  $\beta=5\%$ , c)  $S_a-T$ ,  $k_n=20\%k_e$ ,  $\beta=5\%$ , d)  $S_d-T$ ,  $k_n=20\%k_e$ ,  $\beta=5\%$



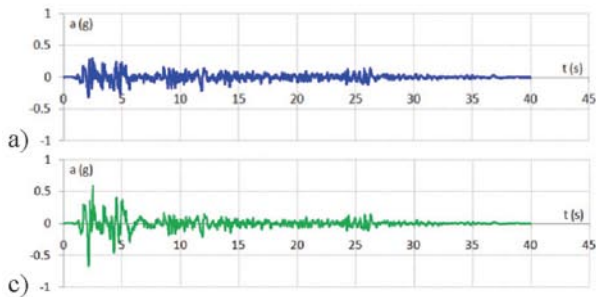
Slika 12. Neelastični spektri odgovora: a)  $S_a-T$ ,  $k_n=0$ ,  $\beta=10\%$ , b)  $S_d-T$ ,  $k_n=0$ ,  $\beta=10\%$ , c)  $S_a-T$ ,  $k_n=20\%k_e$ ,  $\beta=10\%$ , d)  $S_d-T$ ,  $k_n=20\%k_e$ ,  $\beta=10\%$

$$\text{gde je: } \Delta t_j = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-\beta_j}}{\beta_j}\right)}{\omega'_j}, \quad (41)$$

$$\psi(f) = \begin{cases} z_1 & \text{za } f_j < f_1 \\ z_1 + (z_2 - z_1) \frac{(f - f_1)}{(f_2 - f_1)} & \text{za } f_1 < f_j < f_2 \\ z_2 & \text{za } f_j > f_2 \end{cases} \quad (42)$$

Prema EC 8 [11] interval perioda vibracija koji je potrebno uzeti u obzir je od  $0.2T$  do  $2T$ , pri čemu  $t_{395}$  vreme (25) mora biti veće od  $5T$ , odnosno veće od 15s.

Na slici 13 su prikazani akcelerogrami *Imperial Valley* realnog i kompatibilnog zemljotresa konstruisanog prema prethodno izloženoj formulaciji. Razmatran je interval perioda vibracija od 0.05s do 2s i maksimalan broj od 50 iteracija. U ovom slučaju pojavio se problem konvergencije rešenja, tako da je srednja greška interpolacije (fitovanja) 12.8% za konstruisan kompatibilan akcelerogram.



Slika 13. Zemljotres Imperial Valley: a) akcelerogram realnog zemljotresa, b) odgovarajuće pomeranje realnog zemljotresa, c) akcelerogram kompatibilnog zemljotresa, d) odgovarajuće pomeranje kompatibilnog zemljotresa

Na slici 14 su prikazani spektri odgovora  $S_a-T$  i  $S_d-T$  originalnog i kompatibilnog akcelerograma, i projektni spektar odgovora, određen prema EC 8 [11] za  $PGA=0.5g$ , tip tla B,  $\beta=5\%$ .

Ovakav postupak moguće je primeniti i na većem broju zemljotresa, a adekvatan spektar odgovora dobija se primenom medijane. Na slici 15a su prikazani spektri odgovora devet akcelerograma i projektni spektar odgovora. Određivanje kompatibilnih akcelerograma sprovedeno je za interval perioda vibracija od 0.2s do 2s ( $T=1s$ ) i maksimalno 50 iteracija za svaki akcelerogram pojedinačno (slika 15b). Konvergencija rešenja nije postignuta za 4 akcelerograma, dok je kod ostalih akcelerograma bilo potrebno do 8 iteracija.

## 9. NORMALIZACIJA

Normalizacija je procedura uravnoteženja dve komponente zemljotresa kada se koriste akcelerogrami za bidirekciono seizmičko dejstvo (*bi-directional seismic ground motion*) prema FEMA 695 [16]. Normalizacija se sprovodi u odnosu na maksimalnu brzinu  $PGV_{gm}$ , a koja je geometrijska sredina maksimalnih brzina dve zabeležene komponente zemljotresa:

$$PGV_{gm} = \sqrt{PGV_0 PGV_{90}}, \quad (43)$$

gde je  $PGV_0$  maksimalna brzina za komponentu koja je paralelna jednom glavnom pravcu ili paralalna rasedu (*fault paralel*),  $PGV_{90}$  maksimalna brzina za komponentu koja je ortogonalna na  $PGV_{90}$  komponentu ili ortogonalna na pravac raseda (*fault normal*). Faktor normalizacije  $F_N$  se određuje prema:

$$F_N = PGV_{gm,med} / PGV_{gm}, \quad (44)$$

tako da se akceleracije za dve komponente zapisa multipliciraju prema:

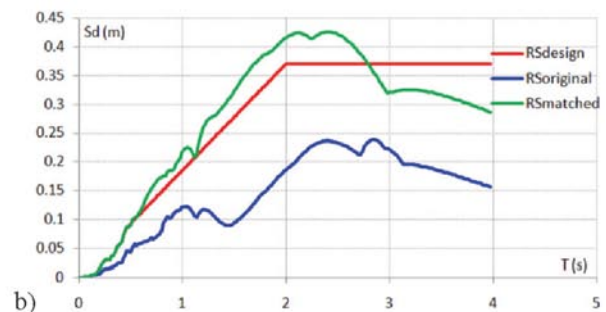
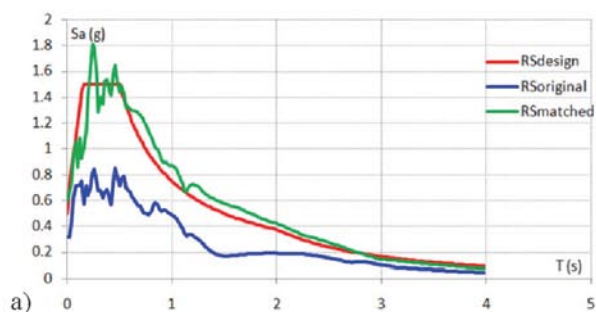
$$a(t)_{0,N} = F_N a(t)_0, \quad (45)$$

$$a(t)_{90,N} = F_N a(t)_{90}, \quad (46)$$

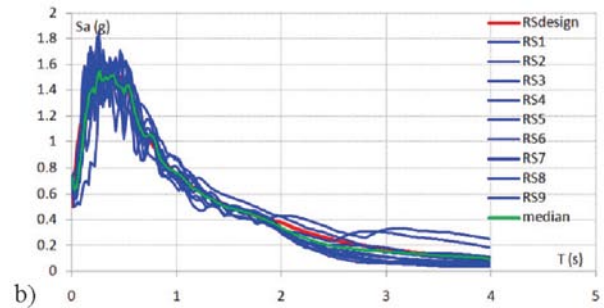
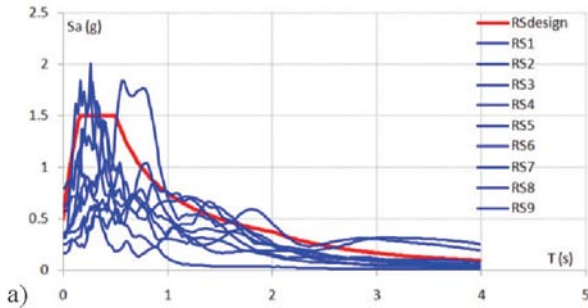
gde je  $PGV_{gm,med}$  medijana maksimalnih brzina svih akcelerograma koji se razmatraju,  $a(t)_0$  originalan akcelerogram za komponentu koja je paralelna jednom glavnom pravcu ili paralalna rasedu,  $a(t)_{90}$  originalan akcelerogram za komponentu koja je ortogonalna na  $PGV_0$  komponentu ili ortogonalna na pravac raseda.

## 10. FILTRIRANJE

Filtriranje je procedura primene određenih filtera u cilju eliminacije nebitnih frekvencijskih opsega i zadržavanja bitnih frekvencijskih opsega. Pre procesa filtriranja potrebno je napraviti razliku bitnih od nebitnih frekvencijskih opsega, jer se može dogoditi situacija da se primenom određenih filtera anuliraju frekvencije koje su neophodne za proračun. Kao primer navodi se filtriranje akcelerograma niskopropusnim filterom, gde se kod spektralnomodalne analize mogu redukovati efekti viših svojstvenih oblika, jer se vrednosti spektralnog ubrzanja u ovom slučaju redukuju. Takođe, ukoliko se filtriranje akcelerograma sprovede visokopropusnim filterom, tada se mogu gotovo anulirati efekti prvog svojstvenog oblika. Osnovni tipovi filtera koji se koriste za filtriranje akcelerograma, a



Slika 14. Spektri odgovora za projektni seizmički nivo, originalni i kompatibilni akcelerogram: a)  $S_a-T$ , b)  $S_d-T$



Slika 15. a) Spektri odgovora realnih akceleroograma, b) spektri odgovora kompatibilnih akceleroograma i konstruisana medijana

razvijeni u teoriji signala (*signal processing*), su: niskopropusni (*lowpass*), visokopropusni (*highpass*), pojasno-propusni filter (*bandpass*) i pojasna brana (*bandstop*) [38]. Za ove četiri vrste filtera se mogu primeniti *Butterworth*, *Chebyshev* ili *Bessel*-ova funkcija kojom se opisuje princip konzervacije i eliminacije frekvencija. Niskopropusni filter propušta sve frekvencije manje od određene granične frekvencije, a eliminiše više frekvencije. Visokopropusni filter propušta sve frekvencije veće od određene granične frekvencije, a eliminiše niže frekvencije. Pojasnpropusni filter propušta sve frekvencije između dve određene granične vrednosti frekvencija, a eliminiše ostale frekvencije. Filter pojasna brana eliminiše sve frekvencije između dve određene granične vrednosti frekvencija, a propušta ostale frekvencije. Konstrukcija *Butterworth*-ovog niskopropusnog filtera se sprovodi prema transfer funkciji:

$$H(s) = \frac{\omega_{3db}^n}{\prod_{k=1}^n (s - \omega_{3db} p_k)}, \quad (47)$$

gde je:

$$p_k = e^{j\pi \frac{2k+n-1}{2n}} = \cos\left(\pi \frac{2k+n-1}{2n}\right) + j \sin\left(\pi \frac{2k+n-1}{2n}\right), \quad (48)$$

a konstrukcija *Chebyshev*-og niskopropusnog filtera prema:

$$H(s) = \frac{H_0}{\prod_{k=1}^n (s - p_k)}, \quad (49)$$

gde je:

$$p_k = \sigma_k + j\omega_k \quad (50)$$

$$\sigma_k = \left[ \frac{(1/\gamma) - \gamma}{2} \right] \sin \frac{(2k-1)\pi}{2n},$$

$$\omega_k = \left[ \frac{(1/\gamma) - \gamma}{2} \right] \cos \frac{(2k-1)\pi}{2n}. \quad (51)$$

$$\gamma = \left( \frac{1 + \sqrt{1 + \epsilon^2}}{\epsilon} \right)^{1/n}, \quad \epsilon = \sqrt{10^{r/10} - 1}, \quad (52)$$

dok se konstrukcija *Bessel*-ovog niskopropusnog filtera sprovodi prema:

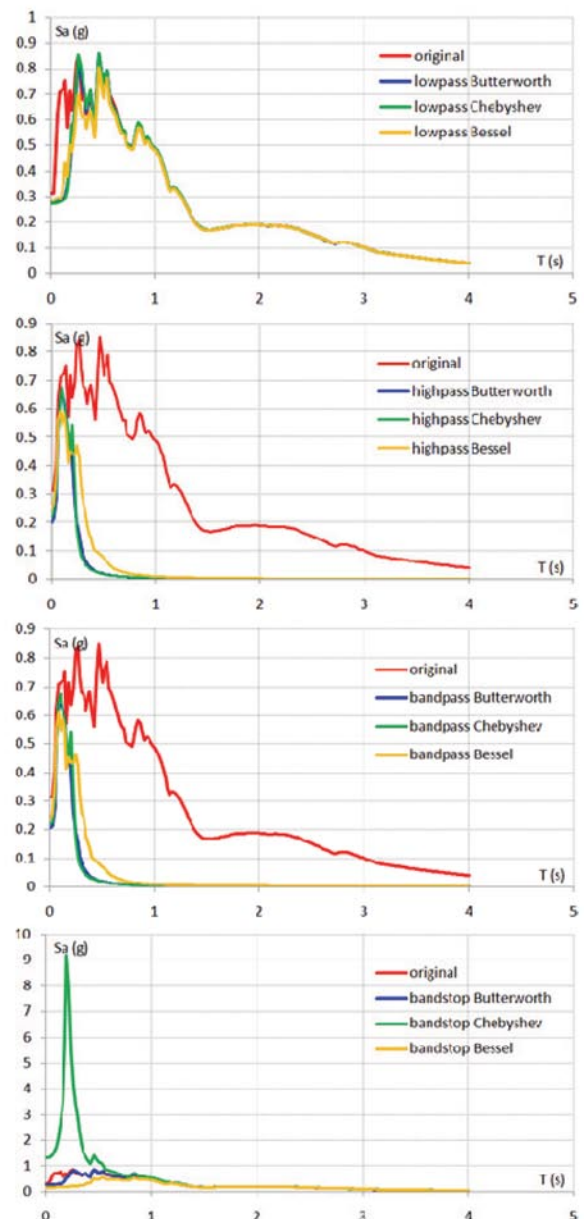
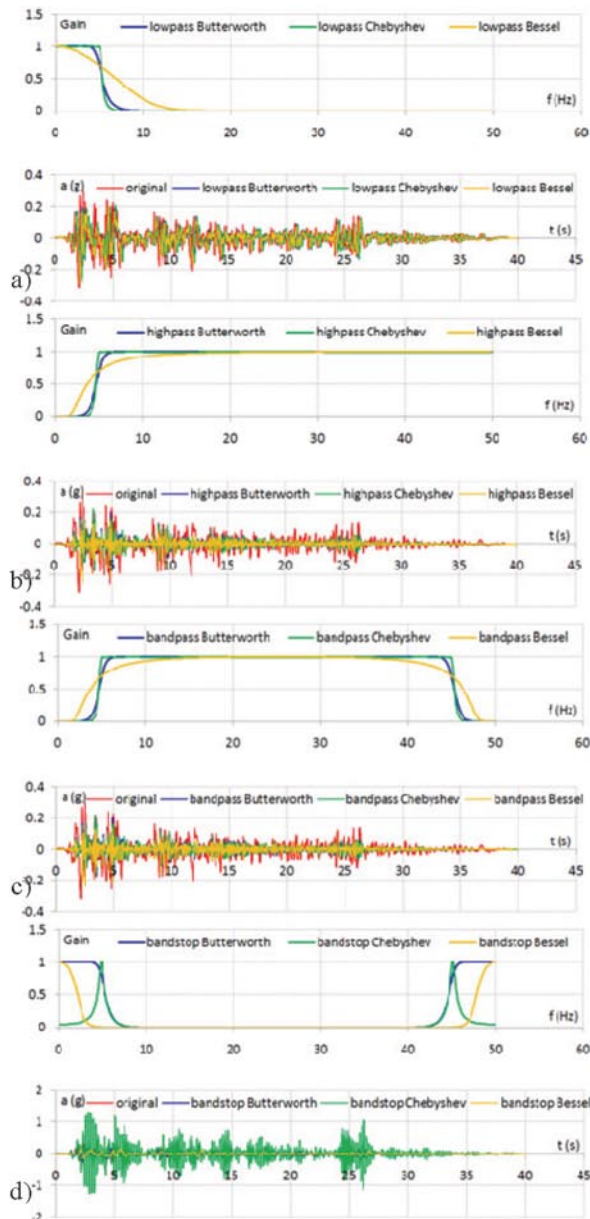
$$H(s) = \frac{b_0}{q_n(s)}, \quad (53)$$

gde je:

$$q_n(s) = \sum_{k=1}^n b_k s^k, \quad b_k = \frac{(2n-k)!}{2^{n-k} k! (n-k)!}. \quad (54)$$

Testiranje i primena *Butterworth*, *Chebyshev* i *Bessel*-ovog filtera sprovedeni su za akceleroگرام *Imperial Valley*. Na slici 16 su prikazani filteri, akceleroگرامi i spektri odgovora za originalne i filtrirane *Imperial Valley* akceleroگرامe. Niskopropusni filteri su konstruisani tako da im je interval propuštanja frekvencija 0÷5Hz, pošto se tretman visokih frekvencija može smatrati kao veći od ove vrednosti [9]. Kod visokopropusnih filtera ovaj interval je 5÷50Hz, s obzirom da je supremum frekvencija 50Hz.

Pojasno propusni filteri su konstruisani tako da im je interval propuštanja frekvencija 5÷45Hz, dok je kod filtera pojasna brana ovaj interval 0÷5Hz i 45÷50Hz. Akceleroagrami dobijeni filtriranjem razlikuju se u odnosu na originalni akceleroagram *Imperial Valley*, međutim efekat filtracije frekvencija mnogo je teže pratiti u vremenskom domenu. U cilju lakše analize filtriranih frekvencija prikazani su i razvijeni spektri odgovora za filtrirane akceleroagramе. Primenom niskopropusnih filtera redukovane su više frekvencije (slika 16a), međutim ovaj interval redukcije na spektru odgovora je znatno manji u odnosu na redukciju i eliminaciju frekvencija primenom visokopropusnih filtera. Primenom niskopropusnih filtera mogu se eliminisati efekti viših svojstvenih oblika, dok se primenom visokopropusnih filtera mogu eliminisati efekti prvog svojstvenog oblika, kada se seizmička analiza vrši primenom spektralno modalne analize. Rešenje dobijeno primenom pojasnpropusnih filtera gotovo je identično rešenju dobijenom kod visokopropusnog filtera, jer je konstrukcija filtera u osnovi veoma slična. U slučaju filtera pojasna brana i to *Chebyshev*-og tipa dobi-



Slika 16. Filteri, akcelerogrami i spektri odgovora za originalne i filtrirane Imperial Valley akcelerogramе: a) niskopropusni filter; b) viskopropusni filter; c) pojasnpropusni filter; d) filter pojasna brana

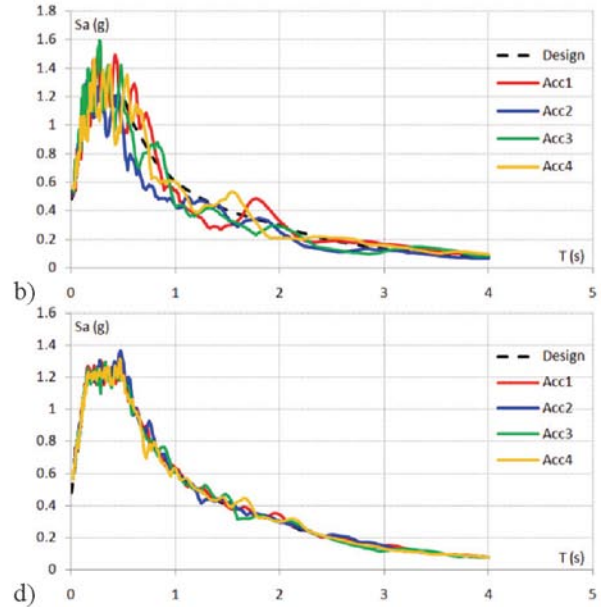
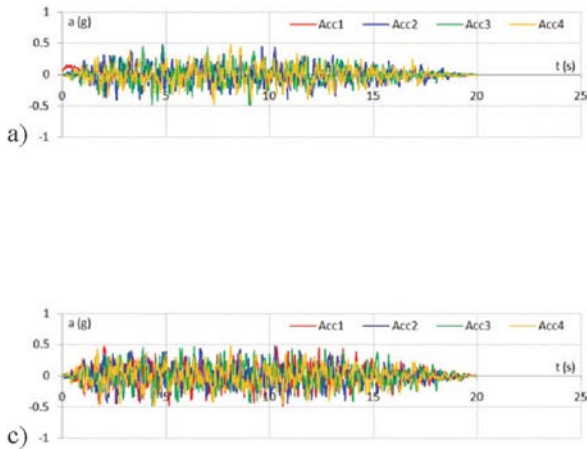
jeno je rešenje koje značajno odstupa od druga dva tipa filtera. Posledica odstupanja i nemogućnosti komparacije rešenja je usled konstrukcije filtera sa dva pika i veoma malim intervalom frekvencija koje se propuštaju, tako da u spektru odgovora postoji jedan znatan skok vrednosti spektralnog ubrzanja impulsnog karaktera.

## 11. GENERISANJE

Generisanje je procedura kreiranja novih akcelerograma, kao što su veštački (*artificial accelerogram*) ili sintetički (*synthetic accelerogram*) akcelerogrami na osnovu definisanih procedura u frekventnom domenu. Ovakva procedura kreiranja akcelerograma veoma je povoljna, obzirom da se za projektni spektar odgovora

određen prema determinističkom ili probabilističkom konceptu može kreirati reprezentativni akcelerogram. Takođe, ovako kreiran akcelerogram je skaliran i potpuno kompatibilan prema datom projektnom spektru odgovora. Sa druge strane, glavna mana ovako kreiranih akcelerograma je preveliki broj ciklusa jakog kretanja tla, a što se reprezentuje velikim brojem lokalnih ekstremuma (pikova) slične amplitude.

Procedura generisanja veštačkih akcelerograma sprovodi se tako što se prvo odredi funkcija spektralne gustine na osnovu spektra odgovora, a u konkretnom slučaju se koristi pseudo spektar dogovora (PRS – *pseudo response spectra*) [12]. Ova funkcija se koristi za derivaciju amplituda sinusnog signala koji ima fazni ugao generisan funkcijom slučajnog broja u intervalu  $0 \div 2\pi$  pre-



Slika 17. a) Generisani veštački akcelerogrami za  $n_f=1$ , b) elastičan spektr odgovora za  $n_f=1$ , c) generisani veštački akcelerogrami za  $n_f=50$ , d) elastičan spektr odgovora za  $n_f=50$

ma ravnomernoj raspodeli. Sinusni signali se sažimaju u cilju generisanja akcelerograma. Da bi se odredile ostale karakteristike veštačkog akcelerograma, kao što je vreme trajanja zapisa, potrebno je izdvojiti dodatne informacije o očekivanom zemljotresu na osnovu spektra odgovora. Bilo koja periodična funkcija se može razviti u red sinusnog talasa [17], [1]:

$$x(t) = A_0 + \sum_i A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (55)$$

gde je  $A_i$  amplituda,  $\varphi_i$  fazni ugao. Amplituda  $A_i$  je u korelaciji sa funkcijom spektralne gustine  $G(\omega)$ :

$$A_i = \sqrt{2 \int_0^{\omega_i} G(\omega_i) d\omega}, \quad (56)$$

dok je relacija spektra odgovora i funkcije spektralne gustine kretanja tla data preko:

$$G(\omega_n) = \frac{1}{\omega_n \left[ \frac{\pi}{4\xi_s} - 1 \right]} \left\{ \left( \frac{\omega_n S_v}{r_{s,p}} \right)^2 - \int_0^{\omega_n} G(\omega) d\omega \right\}^{1/2}, \quad (57)$$

pri čemu je:

$$\xi_s = \frac{\xi}{1 - e^{-2\xi\omega_n t}},$$

$$r_{s,p} = \left[ 2 \log \{ 2n(1 - e^{-\delta_y(s)\sqrt{\pi \log 2n}}) \} \right]^{1/2}, \quad (58)$$

$$\delta_y(s) = \left( \frac{4\xi t}{\pi} \right)^{1/2}, \quad n = \frac{-\omega_n t}{2\pi \log 0.368}, \quad (59)$$

a gde je  $S_v$  spektralna brzina,  $\xi$  koeficijent prigušenja. Akcelerogram generisan prema prethodno opisanoj proceduri još uvek amplitudno ne prezentuje model realnog akcelerograma. U tom cilju je potrebno preliminarno generisanom akcelerogramu definisati anvelopu akceleracija:

$$X(t) = a(t) = I(t) \sum_i A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i). \quad (60)$$

Pored stacionarne anvelope koristi se trapezna, eksponencijalna i model složene anvelope u kojoj je posebno definisan inicijalni i finalni domen, a posebno domen jakog kretanja [17].

Na slici 17. su prikazani akcelerogrami generisani prema prethodno izloženoj proceduri, pri čemu je vreme iniciranja stacionarnog domena akcelerograma  $t_{s,i}=2s$ , vreme finalizacije stacionarnog domena akcelerograma  $t_{s,f}=12s$ , ukupno vreme zapisa akcelerograma  $t_{acc}=20s$ , broj ciklusa kojima se poboljšava fitovanje spektra odgovora generisanog akcelerograma i projektnog spektra odgovora  $n_f=1$  i  $n_f=50$ , broj generisanih akcelerograma  $n_{acc}=4$  i  $PGA=0.481g$ . Broj fitovanja  $n_f$  ima veliki uticaj na generisanje veštačkih akcelerograma, pošto se povećanjem ovog broja znatno utiče na frekventan sadržaj akcelerograma. Sa druge strane, povećanjem ovog broja dobijen je nešto veći broj lokalnih ekstremuma (pikova) akceleracija, a čije vrednosti teže apsolutnoj vrednosti maksimalne akceleracije.

## 12. TRANSFORMACIJA

Transformacija je procedura kojom se određuje frekvencijski sadržaj akcelerograma u frekventnom domenu primenom *Fourier*-ovih transformacija. U opštem slučaja

ju *Fourier*-ov red periodičnih funkcija periode  $2\pi$  može se predstaviti superpozicijom sinusa i kosinusa [37]:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx), \quad (61)$$

gde su  $a_0, a_k, b_k$  realni brojevi i zovu se *Fourier*-ovi koeficijenti. Svaku dovoljno glatku periodičnu funkciju moguće je predstaviti njenim trigonometrijskim *Fourier*-ovim redom (61), odnosno prikazati je kao linearnu kombinaciju sinusoida  $\sin kx$  i  $\cos kx$ , a čija je frekvencija oscilovanja na intervalu dužine  $2\pi$  jednaka  $k$ . Član  $a_0/2$  je srednja vrednost funkcije  $f(x)$  na intervalu  $[-\pi, \pi]$ :

$$f_m = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad (62)$$

dok ostali sabirci u redu (61) osciluju oko nule i suma im je  $f_m$ . Zamenom u redu (61) funkcija  $\sin kx$  i  $\cos kx$  funkcijama kompleksne promenljive:

$$\sin kx = \frac{1}{2i}(e^{ikx} - e^{-ikx}), \quad \cos kx = \frac{1}{2i}(e^{ikx} + e^{-ikx}), \quad (63)$$

dobija se zapis *Fourier*-ovog reda u kompleksnom obliku:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}. \quad (64)$$

*Fourier*-ov red se odgovarajućim smenama može transformisati u:

$$f_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i\omega t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{i\omega t} \left( \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_T(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \right). \quad (65)$$

Izraz (65) u graničnom slučaju glasi:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} e^{i\omega t} \left( \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \right). \quad (66)$$

Izraz u zagradi u relaciji (66) naziva se *Fourier*-ovom transformacijom funkcije  $f(t)$  i funkcija je frekvencije  $\omega$ :

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \text{odnosno } G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-2\pi jft} dt, \quad (67)$$

a izraz (66), kada se (67) uzme u obzir, je inverzna *Fourier*-ova transformacija kojom se funkcija  $G(\omega)$  transformiše natrag u funkciju  $g(t)$ :

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad \text{odnosno } g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{2\pi jft} df. \quad (68)$$

Saglasno uvedenim pojmovima za *Fourier*-ovu (66) i inverznu *Fourier*-ovu transformaciju (68), *Fourier*-ov red (61) možemo smatrati diskretnom varijantom inverzne *Fourier*-ove transformacije ukoliko je frekvencija skup diskretnih vrednosti, pa je  $\omega=k$ . U slučaju kada je  $x$  diskretna, tada funkcija  $f(x)$  nije data za svako  $x$ , već samo za diskretne vrednosti nezavisno promenljive  $x=t$  u obliku niza  $f(t)$ , tako da se u tom slučaju može govoriti o diskretnoj *Fourier*-ovoj transformaciji (DFT – *Discrete Fourier Transformation*) [38], [5]:

$$G(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) e^{-\frac{2\pi jkn}{N}} \quad \text{za } n = 0, \dots, N-1, \quad (69)$$

$$g(n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(k) e^{\frac{2\pi jkn}{N}} \quad \text{za } n = 0, \dots, N-1. \quad (70)$$

Zbog obimnosti i kompleksnosti DFT algoritma za implementaciju u inženjerske svrhe razvijena je znatno efikasnija, odnosno brza *Fourier*-ova transformacija (FFT – *Fast Fourier Transformation*). FFT transformacija se zasniva na sukcesivnom raščlanjivanju DFT u manjem broju tačaka. Rešenje (69) se može dobiti tako što se razmatranje vrši preko diskretnih vrednosti za vremenski interval  $h$ :

$$G(f) \approx h \sum_0^N g(nh) \cos(2\pi fnh) + i \left[ -h \sum_0^N g(nh) \sin(2\pi fnh) \right]. \quad (71)$$

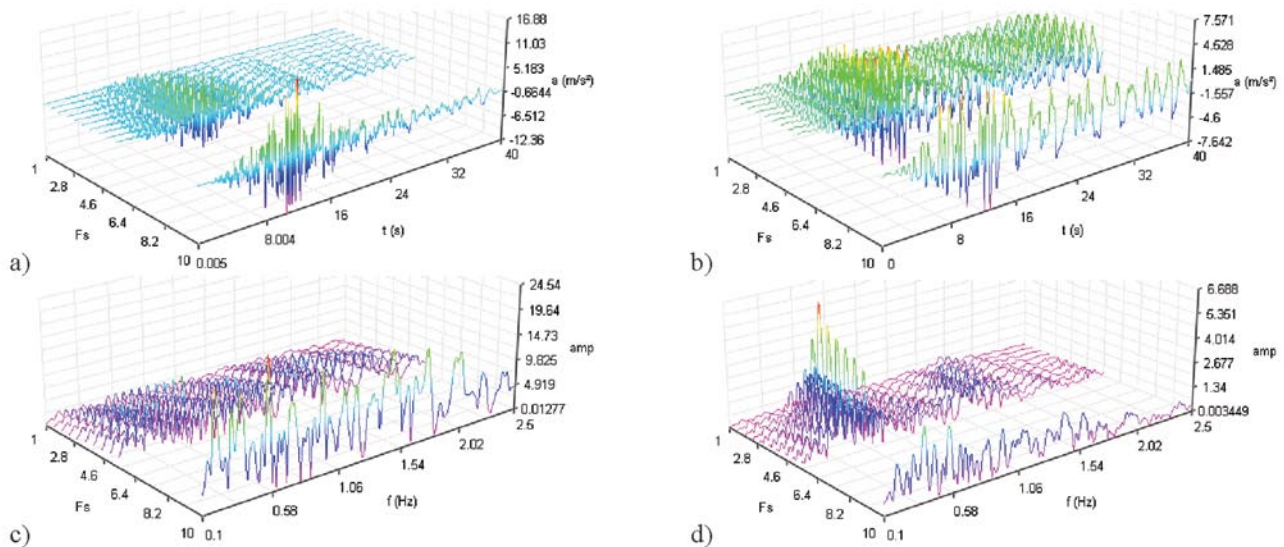
Prvi deo izraza (71) predstavlja realni deo  $Re(G(f))$ , dok drugi predstavlja imaginarni deo  $Im(G(f))$ :

$$Re(G(f)) = h \sum_0^N g(nh) \cos(2\pi fnh), \quad Im(G(f)) = -h \sum_0^N g(nh) \sin(2\pi fnh). \quad (72)$$

Frekventni odgovor realizovan *Fourier*-ovim transformacijama predstavlja se preko faze (FFS – *Fourier phase spectrum*):

$$phase = \tan^{-1} \frac{Im(G(f))}{Re(G(f))}, \quad (73)$$

a takođe i preko amplitude (FAS – *Fourier amplitude spectrum*):



Slika 18. a) Akcelerogram zemljotresa skaliran za INDA analizu, b) akceleracije  $a(t)_i$  čvora na vrhu objekta dobijene iz procesiranja INDA analiza, c) FAS amplitude zemljotresa za INDA analizu i 18.d FAS amplitude akceleracija  $a(t)_i$  čvora na vrhu objekta za INDA analizu za 2D 8-spratni 4-brodni regularan okvirni sistem

$$amp = \sqrt{\text{Re}(G(f))^2 + \text{Im}(G(f))^2}. \quad (74)$$

U odnosu na prethodna istraživanja koja su sprovedena samo nad akcelerogramima, u ovom slučaju su sprovedene FFT transformacije i za akcelerogram *Loma Prieta* (stanica *Agnews State Hospital*, LP89,  $PGA_{us} = 0.172g$ ) i za akceleracije 2D 8-spratnog 4-brodnog regularnog okvirnog sistema. Na slici 18.a je prikazan akcelerogram zemljotresa *Loma Prieta* skaliran za INDA analizu, 18.b akceleracije  $a(t)_i$  čvora na vrhu objekta dobijene iz procesiranja INDA analiza, 18.c FAS amplitude zemljotresa za INDA analizu i 18.d FAS amplitude akceleracija  $a(t)_i$  čvora na vrhu objekta za INDA analizu.

Identifikacija i analiza frekvencija zgrade razmatraju se primenom transfer funkcije (TF – *transfer function*), a koja predstavlja odnos apsolutnih vrednosti *Fourier*-ovih transformacija za akceleraciju čvora na vrhu objekta i za akceleraciju GMR [35], [18]:

$$TF = \frac{|G(f)_t|}{|G(f)_b|}, \quad (75)$$

gde je  $G(f)_t$  *Fourier*-ova transformacija za akceleraciju  $a(t)_i$  čvora na vrhu objekta,  $G(f)_b$  *Fourier*-ova transformacija za akceleraciju  $a(t)_b$  GMR.

### 13. ZAKLJUČAK

U ovom radu je izložena metodologija pripreme i obrade akcelerograma za seizmičku analizu konstrukcija, čime je napravljen pokušaj da se na jednom mestu sintetizuju ključni elementi ove kompleksne problematike. Takođe, u radu su prikazane originalne ideje autora, a u određenim procedurama su prikazani ključni elementi (*tips and tricks*) na koje se ne ukazuje i u literaturi koja detaljno analizira svaku pojedinačnu proceduru. Jasno su

postavljene granice između procedura definisanjem termina za svaku po na osob, tako da su pojedine procedure međusobno autonomne, ali sa druge strane matematičke formulacije i fizikalnost problema određenih procedura se preklapaju ili su komplementarne. Tako na primer, postupak kompatibilizacije podrazumeva i skaliranje akcelerograma, dok čisto skaliranje ne podrazumeva kompatibilizaciju. Postupak generisanja veštačkih akcelerograma podrazumeva i skaliranje i kompatibilizaciju, tako da nije potrebno sprovoditi dodatne procedure ovog tipa, ali je poželjno sprovesti filtriranje akcelerograma. Određene procedure i nije potrebno sprovoditi, kao što je generisanje veštačkih akcelerograma, ukoliko se seizmičke analize u vremenskom domenu sprovode na realnim akcelerogramima. Sa druge strane, procedura konvertovanja se može sprovesti i u okviru procedure skaliranja preko zajedničkog faktora skaliranja, ali u ovom slučaju treba biti obazriv, da se ne bi izvršilo reskaliranje.

### Napomena

Drugi autor (S. Brčić) je zahvalan na finansijskoj podršci od strane Ministarstva prosvete i nauke Republike Srbije u okviru projekta TR 36043.

### 14. LITERATURA

- [1] Adnan A., Hendriyawan, Marto A., Irsyam M.: *Development of Synthetic Time Histories at Bedrock for Kuala Lumpur*, The 6<sup>th</sup> Asia-Pacific Structural Engineering and Construction Conference, pp. E 34-47, Kuala Lumpur, Malaysia, 2006.
- [2] Alimoradi A., Naeim F, Pezeshk S.: *GA-Based Selection and Scaling of Strong Ground Motion Records for Structural Design*, The 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 246, pp. 1-15, Vancouver, Canada, 2004.

- [3] Bommer J., Martinez-Pereira A.: *The Effective Duration of Earthquake Strong Motion*, Journal of Earthquake Engineering, Imperial College Press, Vol. 3, No. 2, pp. 127-172, 1999.
- [4] Boore D., Bommer J.: *Processing of Strong Motion Accelerograms: Needs, Options and Consequences*, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier, Vol. 25, pp. 93-115, 2005.
- [5] Brčić S.: *Dinamika diskretnih sistema (odabrana poglavlja)*, Studentski kulturni centar, 288str, Beograd, Srbija, 1998.
- [6] Čosić M.: *Poboljšanje adaptivne FBA pushover analize primenom neelastičnog spektra odgovora u spektralnoj amplifikaciji seizmičkih sila*, Zemljotresno inženjerstvo i inženjerska seizmologija, II naučno-stručno savetovanje, str. 147-152, Divčibare, 2010.
- [7] Campbell K., Bozorgnia Y.: *A Ground Motion Prediction Equation for the Horizontal Component of Cumulative Absolute Velocity (CAV) Based on the PEER-NGA Strong Motion Database*, Earthquake Spectra, Vol. 26, Iss. 3, pp. 635-650, 2010.
- [8] Chopra A.: *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, 794p, Upper Saddle River, USA, 1995.
- [9] Douglas J., Boore D.: *High Frequency Filtering of Strong Motion Records*, Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 9, No. 2, pp. 395-409, 2011.
- [10] Eurocode 2, *Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, European Committee for Standardization, 224p, Bruxelles, Belgium, 2003.
- [11] Eurocode 8, *Design of Structures for Earthquake Resistance – Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings*, European Committee for Standardization, 229p, Bruxelles, Belgium, 2004.
- [12] Fahjan Y.: *Selection, Scaling and Simulation of Input Ground Motion for Time History Analysis of Structures*, Seminar on Earthquake Engineering and Historic Masonry, University of Minho, pp. 1-43, Braga, Portugal, 2010.
- [13] Fahjan Y., Ozdemir Z., Keypour H.: *Procedures for Real Earthquake Time Histories Scaling and Application to Fit Iranian Design Spectra*, The 5<sup>th</sup> Iranian Conference on Seismology and Earthquake Engineering, Paper No. 164, pp. 1-8, Iran, Tehran, 2007.
- [14] FEMA 273, *NEHPR Guidelines for the Seismic Rehabilitation of the Buildings*, Applied Technology Council, FEMA, 435p, Washington D. C., USA, 1997.
- [15] FEMA 440, *Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*, Applied Technology Council (ATC-55 Project), FEMA, 392p, Washington D. C., USA, 2005.
- [16] FEMA P695, *Quantification of Building Seismic Performance Factors*, Applied Technology Council, FEMA, 421p, Washington D. C., USA, 2009.
- [17] Gasparini D., Vanmarcke E.: *Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra*, Massachusetts Institute of Technology, 100p, Boston, USA, 1976.
- [18] Goel R.: *Evaluation of Nonlinear Static Procedures Using Strong-Motion Records of Buildings*, SMIP04 Seminar on Utilization of Strong-Motion Data, 64p, Sacramento, USA, 2004.
- [19] Hancock J., Watson-Lamprey J., Abrahamson N., Bommer J., Markatis A., McCoy E., Mendis R.: *An Improved Method of Matching Response Spectra of Recorded Earthquake Ground Motion Using Wavelets*, Journal of Earthquake Engineering, Imperial College Press, Vol. 10, No. 1, pp. 67-89, 2006.
- [20] <http://nsmg.wr.usgs.gov/>
- [21] [http://seispc2.ethz.ch/strong\\_motion/home.jsp](http://seispc2.ethz.ch/strong_motion/home.jsp)
- [22] <http://peer.berkeley.edu/>
- [23] <http://www.bosai.go.jp/e/>
- [24] <http://www.cosmos-eq.org/>
- [25] <http://www.dst.units.it/raf/data.html>
- [26] [http://www.isesd.hi.is/ESD\\_Local/frameset.htm](http://www.isesd.hi.is/ESD_Local/frameset.htm)
- [27] <http://www.ncedc.org/>
- [28] <http://www.ngdc.noaa.gov/>
- [29] <http://www.pnsn.org/>
- [30] <http://www.scec.org/>
- [31] <http://www.seismo.unr.edu/>
- [32] <http://www.strongmotioncenter.org/>
- [33] Krawinkler H., Nassar A.: *Seismic Design Based on Ductility and Cumulative Damage Demand and Capacities*, in *Nonlinear Seismic Analysis and Design of Reinforced Concrete Buildings*, Elsevier, pp. 27-47, London, UK, 1992.
- [34] Manitakis C., Taflampas I., Spyarakos C.: *Identification of Near-Fault Earthquake Record Characteristics*, The 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 85, pp. 1-8, Beijing, China, 2008.
- [35] Naeim F.: *Performance of Extensively Instrumented Buildings During the January 17, 1994 Northridge Earthquake*, California Division of Mines and Geology, John A. Martin and Associates, 114p, Los Angeles, USA, 1997.
- [36] Priestley M., Calvi G., Kowalsky M.: *Displacement-Based Seismic Design of Structures*, IUSS Press, 720p, Pavia, Italy, 2007.
- [37] Radunović D.: *Talasići*, Akademska misao, 159str, Beograd, Srbija, 2005.
- [38] Rorabugh C.: *Notes on digital Signal Processing – Practical Recipes for Design, Analysis and Implementation*, Prentice Hall, 278p, New York, USA, 2011.
- [39] Snaebjornsson J., Sigbjornsson R.: *The Duration Characteristics of Earthquake Ground Motions*, The 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 102, pp. 1-8, Beijing, China, 2008.
- [40] Vamvatsikos D., Cornell A.: *Incremental Dynamic Analysis*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, Iss. 3, pp. 491-514, 2002.