

PRORAČUN UGIBA GREDNIH STRUKTURA NA OSNOVU IZMERENIH VREDNOSTI DILATACIJA VERTICAL DEFLECTION FOR BEAM - TYPE STRUCTURE FROM MEASURED STRAIN DATA

Originalni naučni rad / Original scientific paper

UDK /UDC:

Rad primljen / Paper received:

Adresa autora / Author's address

Institute for Materials Testing, Belgrade, Serbia

*email: zeljko.flajs@institutims.rs

Ključne reči

- struktura
- ugib
- algoritam proračuna
- numerički i eksperimentalni rezultati

Izvod

Ponašanje struktura pod delovanjem različitih vrsta opterećenja određene su njenim deformacionim karakteristikama, globalnim deformacionim karakteristikama – pomeranjima i rotacijama i lokalnim deformacionim karakteristikama - dilatacijama u materijalu strukture. Poznavanjem globalnih i lokalnih deformacionih karakteristika strukture ostvarujemo mogućnost da pratimo ponašanje strukture u celini ili nekog njenog segmenta. Osnovni cilj ovog istraživanja je provera algoritma proračuna za dobijanje vertikalnih pomeranja - ugiba strukture, na osnovu poznatih vrednosti dilatacija u materijalu strukture, pri delovanju opterećenja. Provera algoritma sprovodi se poređenjem numeričkih i eksperimentalnih rezultata.

UVOD

U cilju praćenja stanja struktura pod delujućim opterećenjem na sve većem broju struktura postavljaju se sistemi koji omogućavaju praćenje stanja - monitoring struktura u celini ili nekog njenog dela. Sistemi monitoringa su složeni mehatronički sistemi sa velikim brojem senzora za merenje različitih vrsta deformacionih karakteristika strukture, pri čemu se sve izmerene vrednosti kontinualno sprovode do centralne jedinice koja obrađuje izmerene veličine, i na osnovu dobijenih rezultata donosi se zaključak o podobnosti strukture za prijem predviđenog opterećenja. U okviru ovog istraživanja obrađuju se jedan od segmenata sistema monitoringa na strukturama velikih dimenzija (drumski i železnički mostovi, kranske staze kranskih nosača, kranske nosače i dizalice) - poznavanje vertikalnih pomeranja pod delujućim opterećenjem. Kod ovakvog tipa struktura, specifično je da se savlađuju veliki rasponi (mostovi, kranske staze, ...) i neretko je prostor u okolini razmatranih struktura takav da nije moguće merenje globalnih deformacionih veličina - pomeranja, nekim konvencionalnim metodama, što zbog nepristupačnog terena (dubodoline, rečni tokovi ...), što zbog zauzetosti prostora ispod strukture (tehnološka postrojenja i sl.). Istraživanje obuhvata određivanje globalne deformacione veličine, vertikalno pomeranje - ugiba, na osnovu izmerenih lokalnih deformacionih veličina, dilatacija u materijalu strukture. Za ovakvo, posredno utvrđivanje pomeranja strukture razvijen je numeričko-matematički postupak proračuna koji na osnovu izmerenih vrednosti dilatacija u specifičnim tačkama na strukturi izračunava vred-

Keywords

- structure
- vertical deflection
- calculation algorithm
- numerical and experimental results

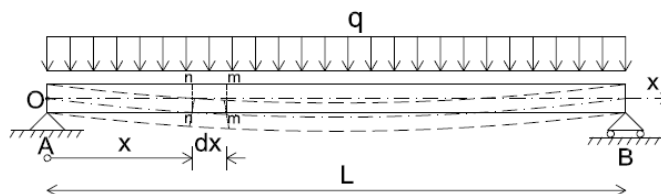
Abstract

Behaviour of structures under various load types are determined by their deformation characteristics, global deformation characteristics - deflections and rotations, and with local deformation characteristics - strains/stresses in base material. If we know the global and local deformation characteristics of a structure, then we are in the position to keep track of structural behaviour under acting loads, on the whole structure or at some part of it. The main objective of research is to verify the calculation algorithm for obtaining vertical displacements - deflection of structure, based on known strain values in the base material, under acting load. The verification of the calculation algorithm is performed by comparing numerical and experimental results.

nosti pomeranja strukture na celokupnom rasponu. Vrednosti dobijenih pomeranja primenom ovog postupka upoređene su sa vrednostima pomeranja dobijenih putem analitičkih izraza, kao i sa dobijenim vrednostima putem direktnog merenja vertikalnog pomeranja na eksperimentalnom modelu.

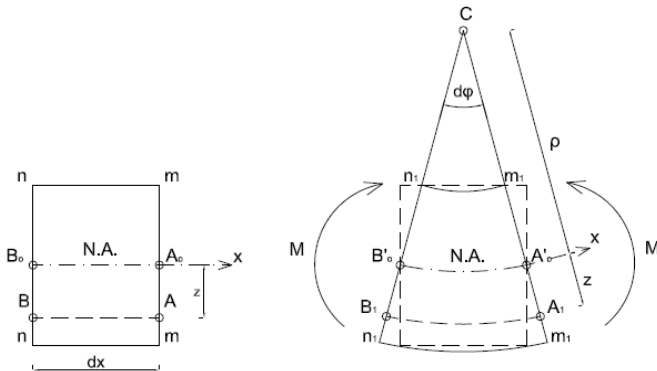
OSNOVNE JEDNAČINE TEHNIČKE TEORIJE SAVIJANJA ŠTAPA U RAVNI. DEFORMACIJA ŠTAPA

Kada se govori o deformaciji štapa kao tela, polazimo od Bernulijeve pretpostavke da se poprečni preseki štapa ne deformišu i da pri deformaciji ostaju ravni i upravni na deformisanu osu štapa. Bernulijeva pretpostavka je osnovna pretpostavka tehničke teorije savijanja štapa [1]. Delovanjem opterećenja dolazi do savijanja štapa, uzdužna osa štapa se krivi, pri čemu se vlakna paralelna sa osom štapa skraćuju na konkavnoj strani, a izdužuju na konveksnoj (sl. 1). U poprečnom preseku štapa pojavljuju se poprečna sila T i moment savijanja M koji deluju u ravni upravnoj na ravan poprečnog preseka štapa. Ako se u poprečnim presecima štapa pojavljuje samo moment savijanja, takvo savijanje štapa naziva se čisto savijanje. Uticaj transversalnih sila na



Slika 1. Savijanje štapa.

deformaciju štapa je mali pod uslovima upotrebljivosti struktura koje se nalaze u eksploataciji, tako da može da se zanemari, čime je Bernulijeva hipoteza uobičajeno zadovoljena.



Slika 2. Element štapa pre i posle deformacije.

Posmatrajmo izdvojeni zapreminski element štapa između dva beskonačno bliska poprečna preseka *n-n* i *m-m*. Oblik tog elementa pre i nakon deformacije prikazan je na sl. 2. Na osnovu poznatih izraza, veza izduženja vlakana i ugla zaokreta $d\phi$ dobija se relativno produženje vlakna *AB* na udaljenosti *z* od neutralne ose:

$$\varepsilon = \frac{\overline{A_1B_1} - \overline{AB}}{\overline{AB}}, \quad \overline{AB} = \overline{A_0B_0} = dx = \overline{A'_0B'_0} = \rho d\phi$$

$$\overline{A_1B_1} = (\rho + z)d\phi, \quad \varepsilon = \frac{(\rho + z)d\phi - \rho d\phi}{\rho d\phi} = \frac{z}{\rho} \quad (1)$$

Za presek koji se nalazi na odstojanju *x* od početka štapa:

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\varepsilon(x)}{z}, \quad (2)$$

gde je: ρ - poluprečnik krivine grede; *x* - apscisa u pravcu grede; ε - dilatacija izduženja ili skraćanja; *z* - rastojanje od neutralne ose.

FUNKCIJA KRIVINE GREDE I FUNKCIJA VERTIKALNOG POMERANJA - UGIBA GREDE

Postupak dobijanja funkcije krivine grede na osnovu navedenih izraza dat je u sledećim koracima, /2/. Ukoliko imamo prostu gredu, i na toj gredi dva susedna segmenta, *i* i *i+1*. Segment grede *i* prostire se od levog oslonca sve do sredine grede, a segment grede *i+1* prostire se od sredine grede do desnog oslonca. Funkcija krivine segmenta grede *i*, može se opisati polinomom drugog stepena:

$$P_i^2(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i = \frac{1}{\rho_i(x)} \quad (3)$$

Pošto polinom $P_i^2(x)$ ima tri nepoznate, potrebna su tri nezavisna merenja kako bi se odredila ova tri koeficijenta (a_i, b_i, c_i) za jedan segment grede *i*. To znači da je neophodno da poznajemo vrednosti poluprečnika krivine segmenta grede *i* u tri različita preseka segmenta grede *i*, koji se nalaze na rastojanju *x* od početka segmenta grede *i*. Isto važi i za segment grede *i+1*, s tim što segment grede *i+1* počinje tamo gde se završava segment grede *i*. Funkcija vertikalnog pomeranja - ugiba grede dobija se dvostrukom integracijom funkcije krivine segmenta grede *i* i segmenta grede *i+1*:

$$P_i^4(x) = \iint P_i^2(x) dx + a_i x + \beta_i \quad (4)$$

Da bi smo dobili funkciju pomeranja na oba segmenta grede *i* i *i+1*, neophodno je da odredimo integracione konstante α_i i β_i , postavljanjem sledećih uslova kontinuiteta:

1. Uslov $P_i^4(X = L_i) = P_{i+1}^4(X = 0)$ je izraz kontinuiteta pomeranja između dva susedna segmenta grede.
2. Uslov $P_i^4(X = L_i) = P_{i+1}^4(X = 0)$ je izraz kontinuiteta nagiba između dva susedna segmenta grede.
3. Uslov $P_i^4(X = L_i) = P_{i+1}^4(X = L_{i+1}) = 0$ je izraz nultog pomeranja graničnih uslova na oba kraja grede.

Dilataciju izduženja ili skraćanja ε moguće je izmeriti pomoću senzora relativnog pomeranja, koji kada se postavi paralelno sa neutralnom osom, vrši merenje dilatacije na osnovu merenja promena dužine merne baze:

$$\varepsilon \frac{\Delta l}{l_1}, \quad \Delta l = l_2 - l_1, \quad (5)$$

gde je: l_1 - početna dužina; l_2 - krajnja dužina.

Integracija jednačine (2) daje:

$$\int_0^{l_1} \frac{dx}{\rho(x)} = - \int_0^{l_1} \frac{dx}{\rho(x)} = - \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} \frac{\varepsilon(x) dx}{z} \Rightarrow \frac{1}{\rho_m} = \frac{-(l_2 - l_1)}{z l_1}, \quad (6)$$

gde je: ρ_m - srednji poluprečnik krivine; l_1 - početna dužina vlakna; l_2 - krajnja dužina vlakna.

Funkcija krivine svakog segmenta grede je kao što smo naveli, polinom drugog stepena u obliku:

$$P_i^2(x) = a_i x^2 + b_i x + c_i = \frac{1}{\rho_i(x)}$$

Pošto polinom $P^2(x)$ ima tri nepoznate, potrebna su tri nezavisna merenja koja dobijamo merenjem pomoću tri senzora relativnog pomeranja. Dobijamo sledeće podatke:

$$\frac{1}{\rho_1} : \text{srednji poluprečnik krivine na } [x_1', x_1'']$$

$$\frac{1}{\rho_2} : \text{srednji poluprečnik krivine na } [x_2', x_2'']$$

$$\frac{1}{\rho_3} : \text{srednji poluprečnik krivine na } [x_3', x_3'']$$

gde: x_i' i x_i'' označavaju levi i desni limit, respektivno, senzora *i*. Koeficijenti *a*, *b* i *c* predstavljaju rešenja sledećeg linear-nog sistema jednačina:

$$\int_{x_i'}^{x_i''} (ax^2 + bx + c) dx = \frac{1}{\rho_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Rešavanjem dobijamo funkcije krivine grede, a zatim opisanim postupkom dvostruke integracije i određivanjem nepoznatih integracionih konstanti iz uspostavljenih graničnih uslova dolazimo do funkcije ugiba grede.

INTERPOLACIJA KUBNOM KRIVOM (CUBIC SPLINE INTERPOLATION)

Opisani postupak zahteva jedan složeni postupak rešavanja (određivanje koeficijenata *a*, *b* i *c* i određivanje integracionih konstanti α_i i β_i), i to za dva uspostavljena segmenta grede. Pri tom, funkcija krivine grede može se pretpostaviti u obliku polinoma drugog stepena kod proste grede, ali to nije slučaj kod drugih tipova statičkih sistema (obostrano uklještena greda, konzola, itd). Sam postupak rešavanja nije pogodan za izradu automatizovanog postupka proračuna koji

bi u realnom vremenu prikupljao podatke sa senzora relativnog pomeranja i kao rezultat davao vrednosti funkcije ugiba strukture. U cilju pojednostavljenja proračuna predlaže se da se vrednosti funkcije krivine grede dobijaju primenom interpolacije kubnom krivom (*Cubic Spline Interpolation*) na osnovu izmerenih vrednosti dilatacija. Ovakvo rešenje omogućava automatizaciju postupka proračuna, što je preduslov za uspostavljanje računarski kontrolisanog sistema za kontinualno merenje pomeranja struktura, a primenom interpolacije kubnom krivom rešavamo problem pretpostavljenog oblika funkcije krivine grede za ostale slučajeve, pored statičkog sistema proste grede.

Za zadatu funkciju $(x_i, f(x_i))$, $i = 0, 1, \dots, n$ nije praktično izvršiti aproksimaciju jednim interpolacionim polinomom stepena n na celom intervalu (x_0, x_n) . Povoljnije rešenje je da se interval (x_0, x_n) podeli na više podintervala. Na svakom podintervalu, funkcija se aproksimira interpolacionim polinomom. U svakoj zajedničkoj tački dva susedna podintervala, oba interpolaciona polinoma imaju jednaku vrednost, ali prvi izvod u zajedničkoj tački nije neprekidan, pošto vrednosti sa leve i desne strane zajedničke tačke nisu jednake. Kao rezultat ovakve segmentne interpolacije dobija se kriva sastavljena od delova polinoma, koja nije glatka. Da bi kriva bila glatka, neophodno je ispuniti uslove kontinuiteta prvog izvoda, i da viši izvodi budu neprekidni, $/4/$.

Kod kubne krive, kroz svaka dva susedna interpolaciona čvora (tačke) od ukupnog broja $(n + 1)$ čvorova na intervalu (x_0, x_n) , provlači se polinom trećeg stepena $(m = 3)$,

$$P(x) = a + bx + cx^2 + dx^3. \quad (8)$$

Kubni polinom definisan je sa 4 koeficijenta. Potrebno je odrediti ukupno $4n$ koeficijenata, za ukupno n kubnih interpolacionih polinoma na intervalu (x_0, x_n) . Ukoliko su date $(n + 1)$ tačke i vrednosti:

$$[(x_0, f(x_0), x_1, f(x_1), \dots, x_n, f(x_n))].$$

Formira se n kubnih polinoma. Za $j = 0, 1, \dots, n-1$ pretpostavlja se:

$$S_i = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, \quad (9)$$

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad \text{za} \quad a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$$

$$S(x) = \begin{cases} a_0 + b_0(x - x_0) + c_0(x - x_0)^2 + d_0(x - x_0)^3, & x_0 \leq x \leq x_1 \\ a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ a_{n-1} + b_{n-1}(x - x_{n-1}) + c_{n-1}(x - x_{n-1})^2 + d_{n-1}(x - x_{n-1})^3, & x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases}$$

Potrebno je pronaći nepoznate a_j , b_j , c_j i d_j (ukupno $4n$ nepoznatih). Rešavanje ovih jednačina je preglednije ako se prikaže u matricnom obliku. Sistem od $n + 1$ jednačina u matricnom obliku je: $[A] \cdot [C] = [Y]$, gde je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ h_0 & 2(h_0 + h_1) & h_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \dots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{h_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{h_0}(a_1 - a_0) \\ \dots \\ \frac{3}{h_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{h_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

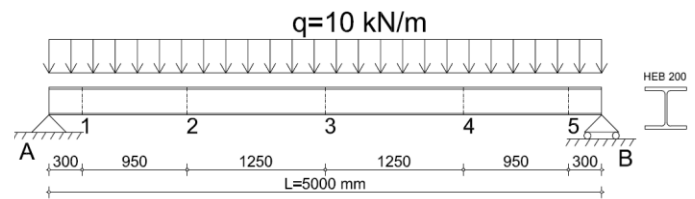
Pošto su a_j za $j = 0, 1, \dots, n$, poznate veličine, kada rešimo sistem jednačina po c_j za $j = 0, 1, \dots, n$, tada su koeficijenti:

$$b_f = \frac{1}{h_2}(a_{j+1} - a_j) - \frac{h_j}{3}(c_{j+1} + 2c_j), \quad (10)$$

$$d_j = \frac{1}{3h_j}(c_{j+1} - c_j) \quad \text{za} \quad j = 0, 1, \dots, n-1. \quad (11)$$

POSTUPAK PRORAČUNA UGIBA PRIMENOM INTERPOLACIJE KUBNOM KRIVOM

Postupak proračuna biće prikazan na modelu statičkog sistema proste grede rasponske dužine $L = 5.0$ m, izrađenog od čeličnog IPB (HEB) 200 profila. Na gredi deluje konstantno raspodeljeno opterećenje u iznosu od $q = 10$ kN/m. Poprečni preseki u kojima ćemo očitati vrednosti dilatacija u gornjem i donjem vlaknu nalaze se na sledećim rastojanjima od levog oslonca: $x_1 = 300$ mm, $x_2 = 1250$ mm, $x_3 = 2500$ mm, $x_4 = 3750$ mm i $x_5 = 4700$ mm.



Slika 3. Model sistema proste grede sa kontinualnim opterećenjem.

Kako bi smo proverili tačnost proračuna, usvajamo pretpostavku da smo izmerili vrednosti dilatacija u gornjem i donjem vlaknu poprečnih preseka, koje su identične vrednostima dilatacija koje se dobijaju analitičkim putem. Postupak proračuna prikazan je u tabelama 1 i 2.

Usvojeni su podintervali interpolacionog polinoma koji odgovaraju rastojanjima između usvojenih preseka grede. Nakon rešavanja sistema jednačina, dobijaju se vrednosti preostalih koeficijenata, tabele 3 i 4.

Tabela 1. Ulazni podaci za izračunavanje krivine grede.

Merni presek	Položaj preseka	Rastojanje između vlakana	Dilatacija gornje vlakno	Dilatacija donje vlakno
br.	X_i (mm)	d (mm)	ϵ_{ig} (mm/mm)	ϵ_{id} (mm/mm)
0	0	200	0	0
1	300		-5.9E-05	5.9E-05
2	1250		-2.0E-04	2.0E-04
3	2500		-2.6E-04	2.6E-04
4	3750		-2.0E-04	2.0E-04
5	4700		-5.9E-05	5.9E-05
6	5000		0	0

Tabela 2. Vrednosti krivine grede.

Merni presek br.	Rastojanje neutralne ose od donje ivice z (mm)	Polup. krivine grede ρ_i	Krivina grede $1/\rho_i$
0	100	0.0	0.0
1	100	1.7E+06	5.9E-07
2	100	5.1E+05	2.0E-06
3	100	3.8E+05	2.6E-06
4	100	5.1E+05	2.0E-06
5	100	1.7E+06	5.9E-07
6	100	0.0	0.0

$$S(x) = \begin{cases} 0 \leq x \leq 300 \\ 300 \leq x \leq 1250 \\ 1250 \leq x \leq 2500 \\ 2500 \leq x \leq 3750 \\ 3750 \leq x \leq 4700 \\ 4700 \leq x \leq 5000 \end{cases}$$

Na ovaj način smo dobili vrednosti funkcije krivine grede na ukupnom rasponu. Dalji postupak svodi se na numeričku dvostruku integraciju funkcije krivine grede, koja kao rezultat daje vrednosti funkcije ugiba grede usled delujućeg opterećenja. Integracioni metod koristi trapezno pravilo:

$$I_n = \int_{x_{n-1}}^{x_n} y dx = \frac{h}{2} (y_{n-1} + y_n) \quad (12)$$

Uporedne vrednosti ugiba grede dobijene pomoću analitičkih izraza i vrednosti dobijene primenom opisanog postupka proračuna, prikazane su u tabeli 5.

Tabela 3. Koraci interpolacije.

Merni presek br.	Korak interpolacije (h_j)	Koeficijent (a_j)
0	300	0
1	950	5.9E-07
2	1250	2.0E-06
3	1250	2.6E-06
4	950	2.0E-06
5	300	5.9E-07
6		0

Tabela 4. Koeficijenti interpolacione krive.

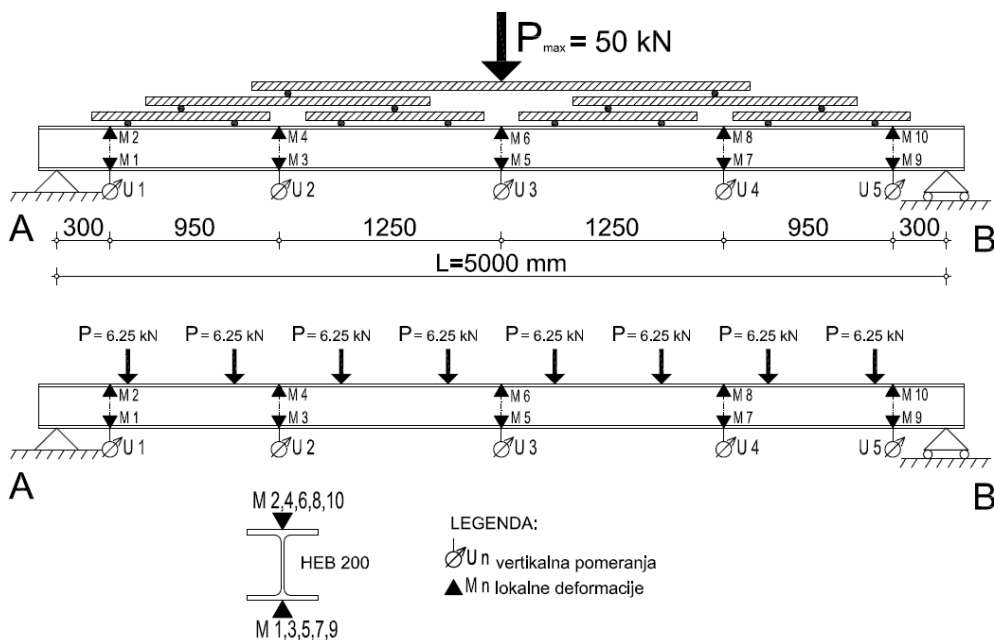
Merni presek br.	Korak interpolacije (h_j)	Koeficijenti interpolacione kubne krive		
		(b_j)	(c_j)	(d_j)
0	300	2.0E-09	-2.8E-26	-5.3E-16
1	950	1.9E-09	-4.7E-13	2.4E-17
2	1250	1.0E-09	-4.0E-13	-5.6E-18
3	1250	0.0E+00	-4.2E-13	5.6E-18
4	950	-1.0E-09	-4.0E-13	-2.4E-17
5	300	-1.9E-09	-4.7E-13	5.3E-16
6		-	0.0	-

Tabela 5. Poređenje računskih i izmerenih podataka.

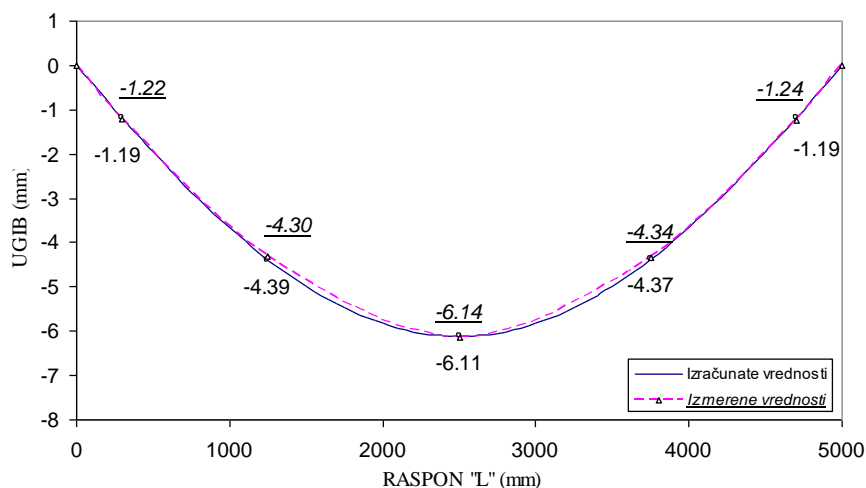
Merni presek br.	Položaj preseka X_i (mm)	Vrednosti ugiba Analitički izrazi (mm)	Vrednosti ugiba Predloženi algoritam (mm)	Odstupanje rezultata (mm)
0	0	0	0	0
1	300	1.296	1.296	0
2	1250	4.844	4.844	0
3	2500	6.799	6.798	0.001
4	3750	4.844	4.844	0
5	4700	1.296	1.296	0
6	5000	0	0	0

Sa poznatim vrednostima koeficijenata a_i , b_i , c_i i d_i formiraju se vrednosti kubnih polinoma na podintervalima:

Iz priloženih rezultata, vidi se da praktično nema odstupanja u vrednostima ugiba grede. Jedino odstupanje javlja se u preseku u sredini raspona grede, ali je veličina tog odstupanja veoma mala (0.001 mm), i ta veličina nema uticaj na kvalitet dobijenih rezultata, s obzirom da se vrednosti ugiba strukture mere u mm ili u desetim delovima milimetra.



Slika 4. Raspored mernih mesta i dispozicija modela za laboratorijsko ispitivanje.



Slika 5. Dijagram ugiba - eksperimentalni model.

EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE

Provera predloženog postupka proračuna izvedena je na eksperimentalnom modelu grednog nosača, koji u potpunosti odgovara karakteristikama nosača koji je usvojen prilikom poređenja vrednosti dobijenih analitičkim izrazima i predloženim postupkom, tj. gredni nosač u statičkom sistemu proste grede, izveden od čeličnog profila IPB (HEB) 200 sa statičkim rasponom od $L = 5000$ mm. Na grednom nosaču uspostavljeni su preseki u kojima se vrši merenje dilatacija pomoću elektrootpornih mernih traka na istim pozicijama položaja preseka. Pored merenja dilatacija, izmerena su pomeranja induktivnim ugibomerom na istim položajima preseka, kako bi se mogli uporediti rezultati proračuna predloženim postupkom i direktno izmerene vrednosti.

Model je opterećen hidrauličnom presom, a transfer opterećenja na gredu izveden je pomoćnim elementima čija je uloga da se simulira jednako podeljeno opterećenje u istom iznosu od $q = 10$ kN/m. Za direktno merenje pomeranja, korišćeni su induktivni ugibomeri WA 100 HBM, a za merenje dilatacija u gornjem i donjem vlaknu nosača primenjeni su elektrootporni ekstenzometri - merne trake PL 10 TML. Merne trake postavljene su na gornjoj i donjoj nožici čeličnog profila IPB (HEB) 200. Izmerene veličine su zapisane merno-akvizicijskom jedinicom Quantum MX840B HBM, koje zajedno sa *notebook* računarom i merno-akvizicijskim softverom Catman AP HBM čine merno-akvizicijski sistem. Raspored mernih mesta i dispozicija modela za laboratorijsko ispitivanje prikazani su na sl. 4. Uporedne vrednosti ugiba grede dobijene predloženim algoritmom i vrednosti dobijene direktnim merenjem, prikazane su u tab. 6 i na sl. 5.

Tabela 6. Poređenje podataka - eksperimentalni model.

Merni presek	Položaj preseka	Vrednosti ugiba	Vrednosti ugiba	Apsolutno odstupanje	Relativno odstupanje
br.	X_i (mm)	Direktno merenje (mm)	Predloženi proračun (mm)	(mm)	(%)
0	0	0	0	0	0
1	300	1.22	1.19	0.03	2.5
2	1250	4.30	4.39	0.09	2.1
3	2500	6.14	6.11	0.03	0.5
4	3750	4.34	4.37	0.03	0.7
5	4700	1.24	1.19	0.05	4.0
6	5000	0	0	0	0

ZAKLJUČAK

Glavni zadatak ovog istraživanja jeste izrada algoritma proračuna pomoću kojeg se posredno, na osnovu poznatih vrednosti dilatacija u strukturi od delujućeg opterećenja, izračunavaju vrednosti vertikalnog pomeranja - ugiba strukture. U ovom radu predložen je algoritam proračuna koji, polazeći od poznatih vrednosti dilatacija opterećenog grednog nosača, primenom interpolacije kubnim splajnom za interpoliranje funkcije krivine grede i dvostrukom integracijom tako formirane funkcije, daje kao rezultat vrednosti vertikalnog pomeranja - ugiba grednog nosača. Ostvareni rezultati prikazanog algoritma u prvom koraku su upoređeni na analitičkom modelu i sa vrednostima dobijenih pomoću analitičkih izraza. Nakon prvog koraka, na osnovu dobijenih rezultata, pokazano je da se predloženim postupkom proračuna dobijaju vrednosti ugiba grednog nosača koji su gotovo identični sa vrednostima ugiba dobijenih putem analitičkih izraza. U drugom koraku, predloženi postupak proračuna proveren je na eksperimentalnom modelu grednog nosača, usled delovanja ispitnog opterećenja. Vrednosti dilatacija u materijalu strukture ostvarene pomoću elektrootpornih ekstenzometara - mernih traka, unete su u postupak proračuna i kao krajnji rezultat dobijene su vrednosti pomeranja grednog nosača. Tako dobijene vrednosti upoređene su sa vrednostima dobijenim direktnim merenjem pomoću induktivnih ugibomera. Rezultati predloženog postupka proračuna i rezultati direktnog merenja se veoma dobro poklapaju, tj., postoje mala odstupanja, ali u tolikoj meri da je na mestu maksimalnog ugiba procentualno odstupanje 0.5 %, što je zanemarljiva razlika. Odstupanja su nešto veća u zonama koje se nalaze u blizini oslonaca grednog nosača, što se može korigovati povećanjem mernih preseka za merenje dilatacija u toj zoni, kako bi se dobila preciznija funkcija krivine grede, koja bolje opisuje deformativno stanje grednih nosača u zonama oslanjanja. Na osnovu zadanih ciljeva i svega navedenog, mogu se doneti sledeći zaključci:

- ukoliko su nam poznate vrednosti dilatacija u gornjem i donjem vlaknu poprečnog preseka nosača usled delujućeg opterećenja, poznata nam je i vrednost poluprečnika krivine grede u tom poprečnom preseku;
- poznavanjem poluprečnika krivine grede u više poprečnih preseka raspoređenih po dužini grede, moguće je aproksi-

mirati funkciju krivine grede primenom interpolacije kubnom krivom;

- postupkom dvostruke integracije funkcije krivine grede, dobija se funkcija ugiba grede;
- razvijeni postupak proračuna koji na osnovu poznatih vrednosti dilatacija u poprečnim presecima opterećene grede aproksimira funkciju krivine grede, a zatim i primenom dvostruke integracije dobija funkciju ugiba grede, ostvaruje vrednosti ugiba opterećene grede koje su identične sa vrednostima dobijenih analitičkim izrazima u posmatranim tačkama na gredi;
- pri eksperimentalnom ispitivanju na usvojenom modelu, vrednosti ugiba dobijenih predloženim postupkom proračuna u velikoj meri se podudaraju sa vrednostima ugiba grede dobijenih direktnim merenjem. Registrovana odstupanja ne utiču na kvalitet dobijenih vrednosti ugiba pomoću predloženog postupka proračuna;
- opterećenje eksperimentalnog modela je takvo da je stanje naprezanja u osnovnom materijalu grede linearno-elastično, tj. veza između naprezanja i dilatacija je linearna;
- predloženi postupak proračuna vertikalnog pomeranja - ugiba grednog nosača, daje vrednosti ugiba zadovoljavajuće tačnosti, ukoliko su vrednosti napona naprezanja ispod granice proporcionalnosti, tj. ukoliko se osnovni materijal grede nalazi u linearno-elastičnom području.

ZAHVALNOST

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije na finansijskoj podršci za istraživanja kroz Ugovor br. 451-03-68/2022-14/200012.

REFERENCES

1. Đurić, M. (1979), Statika konstrukcija, Građevinska knjiga Beograd, str.6-8. (in Serbian)
2. Vurpillot, S., Krueger, G., Benouaich, D., et al. (1998), *Vertical deflection of a pre-stressed concrete bridge obtained using deformation sensors and inclinometer measurements*, ACI Structural J, 95(5): 518-526.
3. Kim, N.-S., Cho, N.-S. (2004), *Estimated deflection of a simple beam model using fiber optic Bragg-grating sensors*, Exper. Mech. 44(4): 433-439. doi: 10.1007/BF02428097
4. Pollock, D.S.G., Smoothing with Cubic Splines, In: A Handbook of Time-series Analysis, Signal Processing, and Dynamics, Academic Press, 1999. doi: 10.1016/B978-012560990-6/50013-0

© 2023 The Author. Structural Integrity and Life, Published by DIVK (The Society for Structural Integrity and Life 'Prof. Dr Stojan Sedmak') (<http://divk.inovacionicentar.rs/ivk/home.html>). This is an open access article distributed under the terms and conditions of the [Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License](#)