



УНИВЕРЗИТЕТ  
У НОВОМ САДУ



ФАКУЛТЕТ  
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

---

# ПАРАМЕТАРСКА АНАЛИЗА НОСИВОСТИ АНКЕРА НА ЗАТЕЗАЊЕ И СМИЦАЊЕ У МИКРОАРМИРАНОМ БЕТОНУ ВЕОМА ВИСОКИХ ЧВРСТОЋА ФАКТОРИЈАЛНОМ АНАЛИЗОМ И НЕУРОНСКИМ МРЕЖАМА

- ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА -

Кандидат

мр Драган Бојовић, дипл.инж.грађ.

Нови Сад, 2017.године

---



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА  
21000 Нови Сад, Трг Доситеја Обрадовића 6

### Кључна документацијска информација

Редни број, РБР:			
Идентификациони број, ИБР:			
Тип документације, ТД:	Монографска документација		
Тип записа, ТЗ:	Текстуални штампани материјал		
Врста рада, ВР:	Докторска дисертација		
Име и презиме аутора, АУ:	мр Драган Бојовић		
Ментор/и, МН:	др Властимир Радоњанин, редовни професор др Мирјана Малешев, редовни професор		
Наслов рада, НР:	Параметарска анализа носивости анкера на затезање и смицање у микроармираном бетону веома високих чврстоћа факторијалном анализом и неуронским мрежама		
Језик публикације, ЈП:	Српски		
Језик извода, ЈИ:	Српски / Енглески		
Земља публикавања, ЗП:	Република Србија		
Уже географско подручје, УГП:	Војводина		
Година, ГО:	2017.		
Издавач, ИЗ:	Ауторски репринт		
Место и адреса, МА:	ФТН, Нови Сад, 21000, Трг Доситеја Обрадовића 6		
Физички опис рада, ФО: (број поглавља/страница/цитата/табела/слика/графика/прилога)	10 поглавља/ 187 страна/ 60 цитата/ 43 табеле/ 54 слике/ 29 графика/ 2 прилога		
Научна област, НО:	Грађевинско инжењерство		
Научна дисциплина, НД:	Грађевински материјали и санације конструкција		
Предметна одредница, кључне речи, ПО:	Анкери, бетон веома високе чврстоће, факторијални експеримент, неуронске мреже		
УДК:			
Чува се, ЧУ:	Библиотека ФТН, Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад		
Важна напомена, ВН:	-		
Извод, ИЗ:	У дисертацији је разматран проблем носивости анкера на чупање и смицање у бетону веома високих чврстоћа. Издвојена су три параметра који имају значајан утицај на носивост анкера. Реализовано је обимно експериментално истраживање, које је конципирано тако да се даље може користити у нумеричким анализама. Закључци су изведени на основу нумеричке анализе и дефинисања утицаја варираних параметара помоћу неуронских мрежа и факторијалног експеримента.		
Датум прихватања теме, ДП:	26.12.2012.		
Датум одбране, ДО:			
Чланови комисије, КО:	Председник:	др Милан Тривунић, ред. професор	Потпис ментора:
	Члан:	др Горан Ђировић, ред. професор	
	Члан:	др Ксенија Јанковић, виши научни сарадник	
	Ментор:	др Мирјана Малешев, ред. проф.	
	Ментор:	др Властимир Радоњанин, ред. проф.	



UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES  
21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 6

## KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, ANO:				
Identification number, INO:				
Document type, DT:	Monographic documentation			
Type of record, TR:	Textual printed material			
Contents code, CC:	PhD thesis			
Author, AU:	Dragan Bojović, MSc			
Mentor/s, MN:	Vlastimir Radonjanin, PhD, full professor Mirjana Malešev, PhD, full professor			
Title, TI:	Parametric analysis capacity of anchors in tension and shear at fiber reinforced ultra high strength concrete factorial analysis and neural networks			
Language of text, LT:	Serbian			
Language of abstract, LA:	Serbian / English			
Country of publication, CP:	Republic of Serbia			
Locality of publication, LP:	Vojvodina			
Publication year, PY:	2017.			
Publisher, PU:	Authors reprint			
Publication place, PP:	Faculty of Technical Sciences, Trg Dositeja Obradovića 6, 21000 Novi Sad			
Physical description, PD: (Chapters/ pages/ ref./ tables / pictures / graphs/ appendixes)	10 chapters/ 187 pages/ 60 references/ 43 tables/ 54 pictures/ 29 graphs/ 2 appendix			
Scientific field, SF:	Civil Engineering			
Scientific discipline, SD:	Building materials and sanitation			
Subject, key words, SKW:	Anchors, UHPC, neural networks, factorial experiment			
UC:				
Holding data, HD:	Library of the Faculty of Technical Sciences, Novi Sad			
Note, N:	-			
Abstract, AB:	The dissertation discusses the problem of load anchors to pulling out and shearing in ultra high strength concrete. Allocate three parameters that have a significant impact on the load capacity of anchors. Realized an extensive experimental research, which is designed so that could be used in numerical analysis. Conclusions are drawn on the basis of a numerical analysis, and defining the influence of varying the parameters using the neural network and the factorial experiment.			
Accepted by the Scientific Board on, ASB:	December 26th, 2012.			
Defended, DE:				
Thesis Board, DB:	Defend	President:	Milan Trivunić, PhD, full professor	Mentor's signs:
	Member:	Goran Ćirović, PhD, full professor		
	Member:	Ksenija Janković, PhD, associated research fellow		
	Mentor:	Vlastimir Radonjanin, PhD, full professor		
	Mentor:	Mirjana Malešev, PhD, full professor		

---

*На првом месту хтео бих да се захвалим својим менторима проф. др Властимиру Радоњанину и проф. др Мирјани Малешев на стрпљењу и помоћи приликом израде и писања ове дисертације. Њихови савети и сугестије су довели до побољшања и садашњег облика рада.*

*Захваљујем се проф. др Милану Тривунићу на сарадњи током писања тезе.*

*Проф. др Горану Ћировићу изражавам велику захвалност на саветима и идејама у области неуронских мрежа који су ми помогли да формирам и уобличим добијене резултате у оквиру дисертације.*

*Захвалност дугујем колегиници др Ксенији Јанковић за стручну, научну и техничку помоћ при изради експеримента у Институту ИМС, као и несебичну подршку од почетка рада у Институту ИМС.*

*Такође, захваљујем се матичној фирми Институту за испитивање материјала а.д. Београд на финансијској и техничкој подршци и свим колегама у Лабораторији за бетон на безрезервној помоћи. Захваљујем се колегама Богдану Вукоје и Жељку Флајс на помоћи током испитивања узорака.*

*Дисертацију посвећујем родитељима, супрузи Биљани и синовима Лазару и Павлу! Хвала на стрпљењу, подршци и разумевању током свих година школовања и усавршавања.*

*Драган Бојовић*

---

## Извод

Бетон као материјал у употреби је већ више од једног века. Од настанка до данас развијени су различити додаци бетону који су омогућили добијање различитих врста бетона. Развојем хемијских додатака омогућено је да се однос воде и цемента у бетону смањи на веома низак ниво. Комбинацијом одређених компонентних материјала и нових хемијских додатака могу се добити бетони високих чврстоћа. Применом микровлакана и посебних техника неге у таквим бетонима омогућено је добијање значајно већих чврстоћа. Такви бетони се још називају бетони веома високих чврстоћа. Овако добијени бетони омогућавају мање димензије конструкцијских елемената, али је њихова производња неизбежно везана за фабричке погоне. Њихово спајање на градилишту је најједноставније помоћу анкера који се постављају током производње или накнадно.

На почетку израде дисертације извршен је детаљан преглед и анализа доступне литературе и резултата истраживања из области бетона веома високих чврстоћа и испитивања анкера. Ова анализа дата је у теоријском делу дисертације.

Први део експерименталног истраживања обухватио је добијање микроармираних бетона веома високих чврстоћа. На бетонима веома високих чврстоћа произведеним у лабораторијским условима испитане су основне физичко-механичке карактеристике. Направљене су четири врсте бетона и за сваку врсту преко 70 узорак за испитивање својстава бетона веома високих чврстоћа. Након тога формиран су узорци за испитивање носивости анкера. И то 144 бетонска узорка у којима су претходно уграђени анкери и 144 бетонска узорка у којима су накнадно уграђени анкери са "SIKA" материјалима.

За испитивање носивости анкера на затезање примењена је стандардна метода, док је за испитивање носивости анкера на смицање примењена интерна метода. На основу добијених резултата испитивања формиране су базе података. Анализа резултата испитивања обухватила је све појединачне резултате и дефинисање зависности између носивости анкера на затезање и смицање и варијационих параметара.

Ради егзактног утврђивања појединачног утицаја анализираних параметара, као и њиховог комбинованог утицаја, поред стандардних статистичких нумеричких анализа, примењена је и анализа помоћу факторијалног експеримента, као и анализа применом неуронских мрежа.

Закључено је да оба приступа имају своје предности. Резултати који су добијени показују подударана у појединим деловима. Због начина обраде података у различитим приступима постоје и значајне разлике међу њима.

**Кључне речи:** бетон веома високих чврстоћа, анкери, факторијална анализа, неуронске мреже

---

## Abstract

Concrete as a material has been in use for more than one century. From the beginning until today have been developed various admixtures which enable obtaining different types of concrete. The development of chemical admixtures is enabled that the ratio of water and cement in concrete decreased to very low levels. Combining specific of component materials and new chemical admixtures can be obtained high strength concretes. Application of microfibers and special techniques of curing in such concrete is possible to obtain significantly higher strength. These concretes are also called ultra high strength concretes. Thus obtained concretes allow for smaller dimensions of structural elements, but their production is unavoidable linked to the factory facilities. Their combination in situ is the easiest with anchors that are set during manufacture or postinstaled.

At the beginning of the dissertation carried out a detailed review of the literature and achievements in the field of very high strength concrete and testing of anchors. Excerpt from the review of the available literature is given in the theoretical part of the thesis.

The first part of the experimental work included the preparation of fiber reinforced ultra high strength concrete. Experimental work included obtaining a very high strength concrete in the laboratory and testing his physical and mechanical characteristics in fresh and hardened state. Were made of four types of concrete and for each type more than 70 samples for testing properties of fiber reinforced ultra high strength concrete. After that, the drawing up of samples for testing load capacity of anchors. 144 samples have been prepared of previously embedded anchors and 144 concrete samples for post installation of anchors with "SIKA" materials.

During the preparation of the samples were determined test methods with special emphasis on testing anchors of the shear. Once adopted curing method commenced with the examination of samples and been made the database with all the results. After that were analyzed the data obtained in accordance with adopted parameters. It consisted of a first level of analysis parameters.

The second level of parametric analysis was carried out using the factorial analysis and neural networks. A detailed analysis both approaches determined impacts of adopted parameters. The analysis of the results and comparison of the two approaches.

It was concluded that both approaches have their advantages. The results obtained show matching in some parts. Because of processing data in different approaches, there are significant differences among them.

**Key words:** ultra high strength concrete, anchors, factorial analysis, neural networks

---

## Садржај

<b>I</b>	<b>Увод</b>	<b>1</b>
1.1	Предмет истраживања	2
1.2	Циљеви истраживања	3
1.3	Основне хипотезе	3
1.4	Научно-истраживачке методе	4
<b>II</b>	<b>Бетони веома високих чврстоћа</b>	<b>6</b>
2.1	Уводна разматрања	7
2.2	Компонентни материјали	7
2.3	Анализа микроармираних бетона	23
2.4	Математичке релације напон-дилатација при притиску	27
2.5	Математичке релације напон-дилатација при затезању	28
2.6	Закључак	32
<b>III</b>	<b>Анкери у бетону</b>	<b>34</b>
3.1	Увод	35
3.2	Врсте анкера	35
3.3	Материјали за анкере	37
3.4	Носивост анкера	39
3.5	Веза анкера и бетона – теоријска разматрања	45
3.6	Закључак	50
<b>IV</b>	<b>Истраживања у области анкера – преглед стања</b>	<b>51</b>
<b>V</b>	<b>Статистичке и методе меког програмирања</b>	<b>57</b>
5.1	Увод	58
5.2	Факторијална анализа	59
5.3	Неуронске мреже	66
<b>VI</b>	<b>Експериментално истраживање</b>	<b>88</b>
6.1	Програм сопственог експерименталног истраживања	89
6.2	Испитивање и одабир компонентних материјала	91

---

6.3	Пројектовање састава бетона веома високих чврстоћа	98
6.4	Справљање бетона веома високих чврстоћа	100
6.5	Поступци испитивања	103
6.6	Резултати испитивања	109
<b>VII</b>	<b>Анализа резултата испитивања</b>	<b>116</b>
7.1	Анализа резултата испитивања свежег бетона	117
7.2	Анализа чврстоће при притиску у зависности од количине челичних влакана и величине испитаних узорака	119
7.3	Анализа чврстоће при савијању у зависности од количине челичних влакана	120
7.4	Анализа модула еластичности у зависности од количине челичних влакана	121
7.5	Анализа носивости анкера на затезање у зависности од количине челичних влакана	122
7.6	Анализа носивости анкера на затезање у зависности од величине анкера	126
7.7	Анализа носивости анкера на затезање у зависности од дубине анкеровања	131
7.8	Анализа носивости анкера на смицање	135
7.9	Анализа карактера лома анкера	139
<b>VIII</b>	<b>Дефинисање утицаја варираних параметара помоћу факторијалног експеримента и неуронских мрежа</b>	<b>146</b>
8.1	Уводна разматрања	147
8.2	Факторијална анализа	148
8.3	Анализа резултата применом неуронских мрежа	159
8.4	Компаративна анализа резултата добијених факторијалним експериментом и неуронским мрежама	175
<b>IX</b>	<b>Закључци и правци даљих истраживања</b>	<b>180</b>
9.1	Закључци	181
9.2	Правци даљих истраживања	183
<b>X</b>	<b>Литература</b>	<b>184</b>
	<b>Прилози</b>	<b>188</b>

---



---

# I Увод

---

## 1.1 Предмет истраживања

Комплетно теоријско и експериментално истраживање односи се на анализу носивости анкера у микроармираним бетонима веома високих чврстоћа. Бетони веома високих чврстоћа су релативно нови материјали са веома малом применом у реалним конструкцијама. Примена нових материјала у свим сферама је од великог значаја за даљи напредак. У грађевинарству се све већа пажња поклања како савременим материјалима тако и новим научним достигнућима. У задње две до три деценије приметан је значајан развој на пољу материјала са цементном матрицом. Једна од најзначајнијих иновација на пољу бетона је свакако бетон веома високих чврстоћа. Иако, за сада са скромном применом, бетон веома високих чврстоћа има потенцијал за све већу примену у конструкцијама од армираног и претходно напрегнутог бетона широм света.

Избор врсте и количине компонентних материјала у бетонима веома високих чврстоћа може различито утицати на механичка својства у раним старостима и њихов прираст током времена. Процес добијања микроармираног бетона веома високих чврстоћа је везан за погоне што значи да је неопходна префабрикација елемената и њихово спајање на градилишту. Као средства за спајање ових елемената неопходни су анкери. Како се ради о бетонским елементима релативно малих димензија проблем носивости анкера долази до посебног изражаја.

У склопу експерименталног дела дисертације примењени су материјали доступни на тржишту Србије. На тај начин ће се посредно кроз експериментална истраживања доћи до сагледавања могућности добијања бетона веома високих чврстоћа са овим материјалима. Након анализе својстава компонентних материјала и пројектовања састава и добијања бетона веома високих чврстоћа реализоваће се обимна испитивања физичких и механичких карактеристика овог специфичног бетонског композита. Добијени резултати послужиће као полазна основа у разматрању веома сложеног троосног напрезања које се јавља код радног стања анкера.

Највећи део експерименталног истраживања обухватио је анализу носивости анкера у микроармираном бетону веома високих чврстоћа. На носивост анкера утиче скуп параметара међу којима су и компонентни материјали у бетону. Као најзначајнији свакако се истиче микроарматура – влакна. Хаотичан распоред микроарматуре – влакана додатно компликује веома сложено напрезање анкера приликом њиховог радног стања. Анкери и бетон су напрегнути троосно и веома је тешко моделирати ову везу. Због тога је спроведено обимно експериментално истраживање, са великим бројем резултата, при чему су варирани количина влакана у бетону, пречник анкера, дубина анкера и систем уграђивања анкера у бетон.

Цена влакана је значајна и потребно је одредити праг рентабилности примене влакана – микроарматуре у бетону.

На основу свих параметара који утичу на носивост анкера у бетону веома високих чврстоћа јасно је да предмет истраживања захтева један свеобухватан приступ. Потребно је сагледати проблем већ на нивоу формирања модела, који може егзактно показати колики је утицај изабараних појединачних параметара на носивост анкера.

## 1.2 Циљеви истраживања

Генерални циљеви истраживања су дефинисање и вредновање варираних параметара на носивост анкера и карактер лома – отказа.

Разлози за пострављање оваквих генералних циљева су економске и конструктивне природе. Цена компонентних материјала за добијање бетона веома високих чврстоћа је прилично висока. Свакако најскупља компонента су влакна – микроарматура па је њихова примена из економских разлога ограничена. Самим тим одређивање оптималне количине влакана – микроарматуре може значајно утицати на цену коштања конструкција од бетона веома високих чврстоћа.

Бетон веома високих чврстоћа омогућава добијање веома витких конструкцијских елемената. Анкери се не могу у витке елементе дубоко постављати. Имајући ово у виду карактеристике бетона веома високих чврстоћа имају велики утицај на носивост анкера. Познато је да се карактеристике бетона веома високих чврстоћа побољшавају са повећањем количине влакана – микроарматуре. Овакво испитивање је неопходно како би се одредила оптимална количина влакана – микроарматуре са аспекта носивости анкера.

Поред вредновања утицаја количине влакана – микроарматуре на носивост анкера неопходно је и вредновати утицај величине анкера на носивост у бетону веома високих чврстоћа као и дубину анкеровања (постављања, инсталације). Осим овога неопходно је направити јасну разлику између типова ломова и назначити када који отказ настаје.

Као специфични циљеви дисертације су обраде резултата експерименталних истраживања класичним статистичким и новим методама операционих истраживања. Од класичних статистичких метода изабрана је факторијална анализа којом је могуће сагледати утицај више параметара на више нивоа. Од метода операционих истраживања изабране су неуронске мреже које омогућавају да се измеђувише наизглед неповезаних параметара направи веза и та се везе може користити у предикцији резултата у будућности у оквиру или ван опсега усвојених параметара. На основу добијених резултата испитивања циљ је да се упореде излазни резултати добијени на основу ове две методе.

Као још један специфичан циљ је утврђивање могућности добијања бетона веома високих чврстоћа са материјалима доступним на тржишту Србије. Овај циљ ће се постићи посредно кроз експериментална истраживања јер су сви материјали осим влакана од локалних произвођача. Једино се влакна не производе у Србији и морају се увозити и финално обрађивати у погонима у Србији.

Сви побројани циљеви су у функцији добијања оптималних решења на пољу примене анкера у бетонима веома високих чврстоћа.

## 1.3 Основне хипотезе

Сви дефинисани циљеви истраживања оствариће се детаљним теоријским експерименталним истраживањем механичких својстава бетона веома високих чврстоћа и носивости анкера у њему. Истраживање ће се обављати тако што ће се разматрати:

- Чврстоћа бетона
- Количина микроарматуре - влакана у бетону
- Величина анкера
- Дубина анкеровања

Нега бетона је на основу претходних искустава у истраживању бетона веома високих чврстоћа усвојена иста за све врсте бетона те се њен утицај на овакав систем неће разматрати.

Прва хипотеза

Односи се на количину микроарматуре у бетону и њен утицај на носивост анкера. Претпоставка је да постоји граница у количини микроарматуре до које постоји повећање силе носивости анкера. Након достизања те границе даље повећање количине микроарматуре у бетону веома високих чврстоћа неће имати утицаја на носивост анкера.

Друга хипотеза

Према доступној литератури утврђена је граница на којој долази до губитка носивости анкера клизањем односно проклизавањем на око  $6\emptyset$  зависно од аутора. Претпоставка је да клизање код микроармираног бетона веома високих чврстоћа није могуће јер је утицај микроарматуре од пресудног значаја на носивост анкера. Овде је потребно истаћи чињеницу да се клизање може јавити али само након пуцања бетона и његове деструкције у околини анкера.

Трећа хипотеза

Повећавање пречника анкера има за циљ да се повећа зона утицаја у бетону и самим тим се повећава носивост анкера. Хипотеза је да се са повећавањем дубине анкеровања (инсталирања) добија мањи утицај него од утицаја повећања количине микроарматуре у бетону веома високих чврстоћа.

Уколико се потврде постављене хипотезе јасно ће се утврдити утицај сваког од три посматрана параметра, а математичком анализом утврдиће се и математичке везе између варираних параметара и носивости анкера. Након комплетне анализе неуронским мрежама направиће се модел који ће моћи да предвиди носивост анкера у бетонима веома високих чврстоћа са задовољавајућом тачношћу.

## 1.4 Научно-истраживачке методе

У дисертацији су коришћене метода индукције и дедукције, експериментална метода, статистичка метода, метода генерализације и метода меког програмирања.

Посебна пажња посвећена је дефинисању проблема као и ограничењима која сам проблем има. Прикупљени су многи подаци о независним параметрима који имају највећи утицај на резултате експерименталног истраживања и о могућим ефектима експеримента. Потом су дефинисане хипотезе истраживања на бази студија приказаних у литератури и сопствених експерименталних испитивања.

Током обраде и анализе експерименталних података, коришћене су адекватне статистичке методе и технике меког програмирања. На основу прикупљених података предложена методологија истраживања у потпуности је одговарала захтевима.

У анализи и обради коришћени су резултати сопствених експерименталних истраживања и то:

- физичко-механичка својства бетона веома високих чврстоћа и компонентних материјала.
- понашање анкера у бетонима са различитим уделом влакана – микроарматуре.
- понашање анкера у бетону са различитим дубинама анкеровања.
- понашање анкера у бетону са три различита пречника анкера.

При томе су за анализу добијених резултата примењене:

- класична статистичка метода - факторијални експеримент
- техника меког програмирања – неуронске мреже

На крају је спроведена компаративна анализа резултата како би се утврдила осетљивост метода и њихов утицај на закључке о утицају варираних параметара на носивост анкера у микроармираним бетонима веома високих чврстоћа.

---

## II Бетони веома високих чврстоћа Ultra high strength concrete (UHSC)

---

## 2.1 Уводна разматрања

Бетон се као композитни материјал на првом месту дели према класама чврстоће. Класе чврстоће су груписане у поједине групе које су препознатљиве у литератури као:

- бетон ниских чврстоћа до  $20 \text{ N/mm}^2$ ,
- класични бетон од 20 до  $60 \text{ N/mm}^2$ ,
- бетони високих чврстоћа од 60 до  $100 \text{ N/mm}^2$  и
- бетони веома високих чврстоћа од 100 до  $180 \text{ N/mm}^2$
- бетони ултра високих чврстоћа преко  $180 \text{ N/mm}^2$ .

Сви бетони се састоје од цемента, агрегата, воде и адитива а у последње две групе бетона користе се и специјални материјали као што су микросилика и/или микровлакна. Разлике се јављају у погледу врсте агрегата, адитива и цемента као и начину справљања и неге бетона. За поједине групе потребни су специјално произведени компонентни материјали без којих није могуће направити поједине врсте бетона. Тако, за бетоне веома високих чврстоћа неопходна је примена микровлакна како би се постигле високе перформансе бетона. Утицај сваког од компонентних материјала на карактеристике цементних композита, без обзира на групу којој припадају, је веома значајан. Многи аутори су истраживали утицај компонентних материјала на карактеристике цементног композита. У наставку је дат кратак осврт на утицај појединих компонентних материјала на карактеристике бетона, при чему су паралелно анализирани класичан бетон и бетони високих и веома високих чврстоћа.

## 2.2 Компонентни материјали

### 2.2.1 Цемент

Подела цемената се врши на више начина: према уделу клинкера, према карактеристичној чврстоћи и према развоју чврстоће.

Према уделу клинкера у цементу и других додатака цементи се деле у 5 врста.

CEM I – портланд цемент

CEM II – портланд композитни цемент

CEM III – металуршки цемент

CEM IV – пуцолански цементи

CEM V – композитни цементи

Свака од ових врста осим CEM I, има више типова зависно од количине и врсте додатака цементу.

Према чврстоћи при притиску на 28 дана, цементи се деле на три класе и то 32.5; 42.5 и 52.5.

Према почетним чврстоћама (на 2 и 7 дана) односно према развоју чврстоће цементе делимо на:

- Цементе са малом раном чврстоћом
- Цементе са обичном раном чврстоћом
- Цементе са високим раним чврстоћама

Опште прихваћен је став да је чврстоћа бетона у коорелацији са чврстоћом цемента па се зато у бетонима веома високих чврстоћа најчешће користе Портланд цементи класе 52.5.

### 2.2.1.1 Водоцементни однос

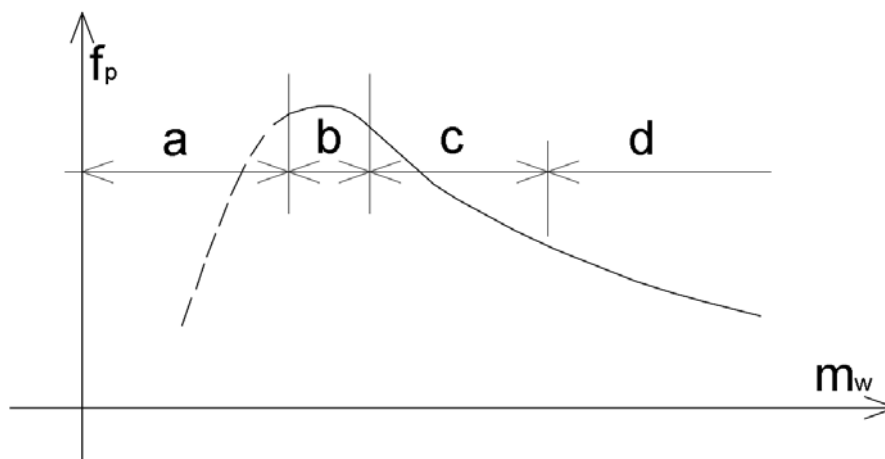
Испитивања показују да при константним садржајима цемента и агрегата, као и при истом поступку компактирања (збијања) бетона, крива која дефинише зависност између чврстоће бетона и количине воде има облик приказан на слици 2.1. Лева грана приказане криве одговара недовољно компактираном бетону чија је конзистенција сувише крута у односу на стандардне поступке уграђивања. При повећању количине воде са порастом водоцементног односа добија се бетон веће пластичности и боље уградљивости, па стога се чврстоћа бетона повећава. Овај тренд достиже свој максимум при извесној количини воде која је оптимална са гледишта примењеног начина уграђивања и при којој се остварује најбоље компактирање – подручје b. Даљим повећавањем количине воде добијају се све пластичније мешавине које се могу врло ефикасно уграђивати, али чврстоћа бетона опада, пошто његова укупна порозност расте – подручје a. Коначно при врло течним мешавинама свежег бетона чврстоћа се још више смањује услед појаве сегрегације – подручје d. Ово разматрање се може сматрати за тачно уколико се у бетону не користе пластификатори и суперпластификатори који у многосте мењају ово разматрање. Ситуација се посебно мења у делу леве гране приказане криве јер са употребом суперпластификатора и веома јаких редуктора воде (HRWR) могу се добити лако уградљиви бетони. Код овако добијених бетона смањује се значајно однос масе воде и цемента и тиме се веома лако повећава чврстоћа бетона при притиску. Ово је посебно изражено код бетона високих и веома високих чврстоћа. У овим бетонима се однос воде и цемента не ретко смањује на ниво мањи од 0.22 што је омогућено применом већ поменутих адитива - веома моћних редуктора воде (HRWR). Дијаграм са слике 2.1 мора се променити уколико се разматрају бетони са високим и веома високим чврстоћама. Са смањењем количине воде и односа воде и цемента, у комбинацији са одређеним типовима неге бетона, долази до константног повећања чврстоће бетона. Стога се овакав дијаграм не може узети као репрезентативан за бетоне високих и веома високих чврстоћа.

На бази дијаграма са слике 2.1, за класичан бетон, може се закључити да за сваку мешавину бетона постоји оптимална количина воде која омогућава да се применом одређеног начина уграђивања добије бетон минималне порозности, а сагласно томе и највеће чврстоће. Значи, ако се количина цемента усвоји за константу, чврстоћа бетона зависи у првом реду од два фактора:

- водоцементног односа и
- степена збијености.

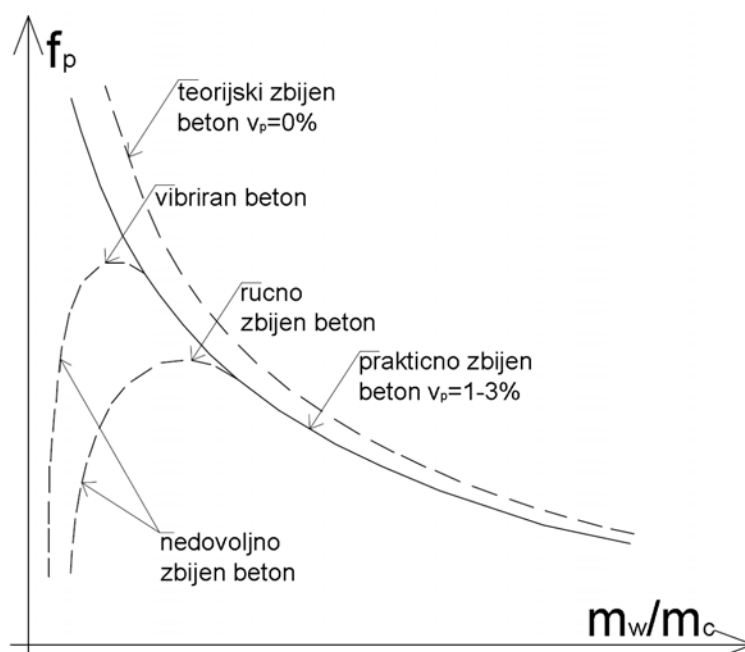
Под потпуно збијеним бетоном се подразумева бетон коме је након уграђивања заостало свега 1-3% ваздушних шупљина. Типична крива која изражава функционалну повезаност чврстоће реалних бетона при притиску и водоцементног односа приказана је на слици 2.2. Јасно је да са смањењем водоцементног односа смањује се и могућност доброг компактирања бетона стандардним техникама. Међутим, развојем веома јаких суперпластификатора могуће је смањивати овај однос на низак ниво и добити бетон који се може стандардним техникама компактирати [1]. Ипак, применом и најјачих суперпластификатора однос цемента и воде се може смањити само до неког нивоа.





**Слика 2.1** - Чврстоћа бетона у функцији количине воде[1]

За још већа смањења овог односа неопходно је применити неконвенционалне методе компактирања како би се добио практично потпуно компактиран (збијен) бетон. Један од најчешће примењиваних поступака компактирања је применом притиска на свежу бетонску мешавину. Да би се ово извело у реалним условима неопходно је имати веома чврсте оплате које су у стању да приме велике притиске приликом оваквог поступка. Код примене оваквих поступака збијања бетона, без обзира на веома низак однос воде и цемента, могуће је добити практично збијен бетон и самим тим може се апроксимативно корисити крива приказана на слици 2.2 [1].



**Слика 2.2** - Зависност водоцементног односа и чврстоће при притиску[1]

### **2.2.2 Хемијски додаци бетону**

Како теоријска разматрања и резултати експерименталних испитивања показују да механичке карактеристике, и друга својстава бетона битно зависе од остварене порозности цементног камена, чврстоћа бетона се у највећој мери може посматрати у функцији примењеног водоцементног односа. Стога се у литератури и среће већи број емпиријских и полуемпиријских формула које дефинишу зависност између водоцементног односа и чврстоће бетона при притиску [2].

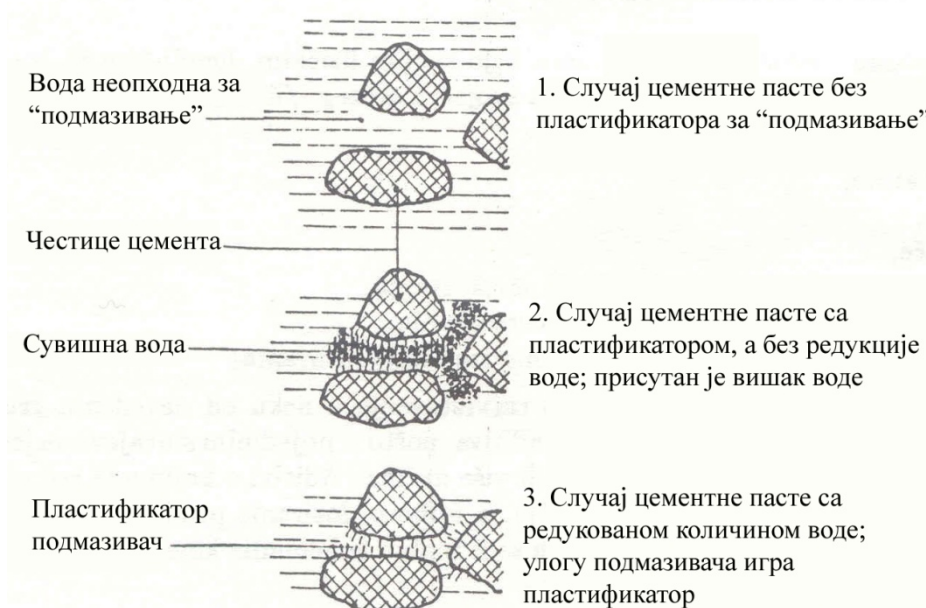
Бетони високих и веома високих чврстоћа могу се добити само при сразмерно ниским водоцементним односима. Као што је познато, бетонске мешавине које одговарају датом интервалу вредности водоцементног односа су изузетно круте конзистенције и захтевају моћна механичка средства и оплате у фази уграђивања бетона [3].

Поред примене одговарајућих средстава за уграђивање бетона, све више се у пракси користе адитиви – хемијски додаци бетону типа пластификатори, суперпластификатори и хиперпластификатори са веома великом редукцијом воде (HRWR). Улога ових хемијских додатака састоји се у томе да се код одређеног бетона са ниским садржајем воде обезбеди повољна конзистенција која ће гарантовати његову добру уградљивост и завршну обрадљивост. Наиме, за добијање бетона врло високих чврстоћа при притиску, уколико се не примењују напред наведени хиперпластификатори, морале би да се користе бетонске мешавине врло круте конзистенције са слегањем конуса према Абрамсу величине максимум до 15mm. Применом пластификатора или суперпластификатора, овакве мешавине добијају одређену пластичност, тако да се за њих, у зависности од примењене количине хемијског додатка, могу добити слегања конуса реда величине 30-40mm. Оваква конзистенција није довољна да обезбеди добру уградљивост и обрадљивост бетона. Да би се додатно побољшале карактеристике бетона морају се примењивати још снажнији редуктори воде. Ови редуктори воде имају знатно боље карактеристике од суперпластификатора па се у литератури називају хемијски додаци са веома великом редукцијом воде (енг. High Range Water Reducer) или скраћено HRWR. Према томе, применом ниских водоцементних односа, уз коришћење хемијских додатака са великом редукцијом воде добијају се бетонске мешавине потпуно задовољавајуће уградљивости и обрадљивости, које у очврслом стању дају бетоне врло високих чврстоћа при притиску.

Добијања бетона веома високих чврстоћа без примене хемијских додатака са великом редукцијом воде је немогуће. Чак и са применом ових хемијских додатака мора се посветити пажња приликом примене, јер је често дозирање значајно изнад препоручених доза од стране произвођача. Некада може доћи до нежељених ефеката као што је успорено везивање бетона. Познато је да неки хемијски додаци за редукцију воде уколико се предозирају имају дејство ретардера - успоривача везивања. Такође, због значајно малих водоцементних односа и великог дозирања чест је случај да се у бетону појави значајна количина увученог ваздуха. Ефекат аерирања у бетону веома високих чврстоћа није пожељан. Повећана количина увученог ваздуха има утицај на механичке особине бетона. Колики је тај утицај довољно говори чињеница да код класичних бетона повећање количине увученог ваздуха у бетону за 1% смањује чврстоћу при притиску бетона 5-6% [2]. Препоручљиво је, а можда и неопходно,

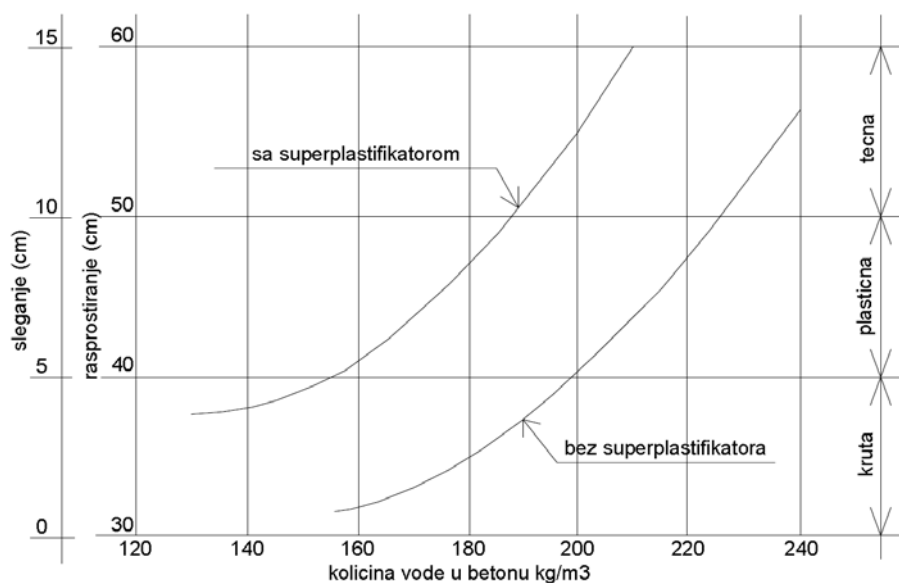
проверити дејство хемијског додатка за редуцију воде у свежој бетонској мешавини са аспекта количине увученог ваздуха у бетону.

На слици 2.3 приказан је механизам деловања пластификатора типа површински активних материја, са тим што треба рећи да исти механизам, али уз значајне ефекте, имају и суперпластификатори и HRWR истог типа. Као што се види, ради се о својеврсном подмазивању зрна цемента у маси бетона, што се обавља посредством једног мономолекулског филма-премаза добијеног оријентисањем других апсорбованих молекула пластификатора, тако да се остварује ефекат “длака у четки”. Стога један део воде постаје вишак у односу на функцију подмазивача честица цемента, па се слободно може извршити одговарајуће смањивање воде у бетону [4]. Употребом пластификатора смањује се потребна количина воде у бетону за 8-12%, 12-20% применом суперпластификатора и преко 35% применом хемијских додатка са веома великом редуцијом воде (HRWR).



**Слика 2.3** - Механизам деловања пластификатора у бетону [4]

О ефекту примене суперпластификатора веома илустративно говоре криве приказане на слици 2.4; са применом одређеног суперпластификатора, а за количину воде од, на пример,  $180 \text{ kg/m}^3$ , може се добити бетон не слабо пластичне, већ пластичне конзистенције, тако да се у датом случају при примени количине цемента од  $500 \text{ kg/m}^3$  ( $w/c=0.36$ ), свакако може рачунати са добијањем бетона чије ће чврстоће бити између  $60$  и  $80 \text{ N/mm}^2$  (зависно од класе употребљеног цемента).



Слика 2.4 - Утицај примене суперпластификатора на конзистенцију бетон [5]

### 2.2.3 Агрегат у цементним композитима

Физичке карактеристике агрегата одређују у многоме карактеристике свежег бетона, а особине које највише утичу на то су свакако гранулометријски састав, максимално зрно агрегата, облик и текстура зрна, запреминска маса зрна агрегата и количина ситних честица. Тако, на пример, у пракси је познато да ограничавањем количине материјала који пролази кроз сито 8 mm у крупном агрегату побољшава карактеристике бетона као што су обрадљивост, пумпабилност и одговор на вибрирање. Такође, количина материјала у ситном агрегату на сити 0,25 mm одређује његову особину обрадљивости завршне површине бетона. Присуство веће количине органских материја или растворљивих соли могу утицати на карактеристике свежег бетона, на пример губитак конзистенције, затим на време везивања бетона, промену захтева за водом и количином увученог ваздуха у свежег бетону.

Агрегат, главни конституент бетона, утиче на карактеристике и перформансе како свежег тако и очврслог бетона. Осим што служи као "јефтина" испуна, агрегат има веома позитиван утицај на карактеристике бетона. Када су својства агрегата испод очекиваних, може се очекивати добијање бетона веома лоших карактеристика. У сваком случају карактеристике агрегата морају задовољити прописане стандардом критеријуме. Лоше карактеристике могу настати локално услед промене налазишта агрегата. Код дробљених агрегата некада лоша жила која није правовремено преконтролисана или уочена може довести до агрегата лоших карактеристика. Њихова важна улога је често занемарена због релативно ниске цене у поређењу са цементним материјалима.

Чврстоћа агрегата утиче на чврстоћу бетона, али већина нормалних агрегата има чврстоћу доста већу од цементне пасте са којом се користи у бетону. Веза између пасте и агрегата има тенденцију постављања горње границе чврстоће бетона која се може постићи са датим сетом материјала, осим у случају затезне чврстоће бетона. Веза између агрегата и пасте је одређена текстуром површине агрегата, обликом и чистоћом агрегата. Цементна паста се боље везује за

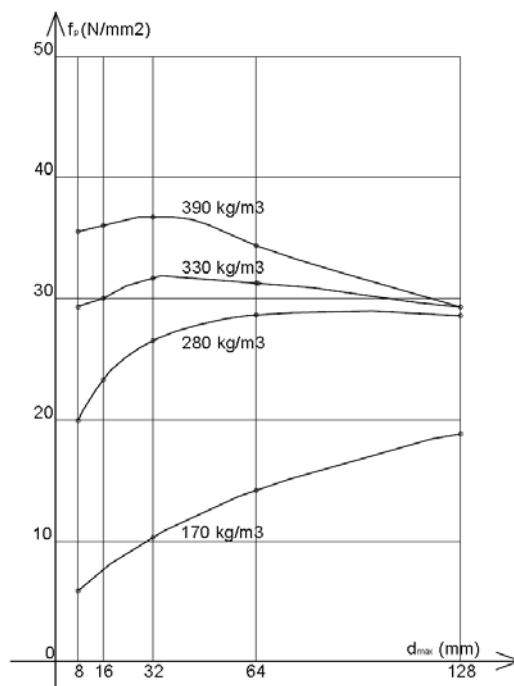
храпаве површине од глатких површина. Текстура површине је важна за крупан агрегат далеко више него ли за ситан агрегат [6].

Неправилна зрна и она која имају кубичаст, неправилан облик површине имају веће захтеве за водом од округластих зрна материјала. Ипак, ако посматрамо дробљени и природни крупан агрегат са истим количинама цемента у бетону, добиће се веће чврстоће при притиску са дробљеним агрегатом без обзира на потребу за већом количином воде. За бетоне високих чврстоћа, дробљени кубични крупан агрегат генерално даје веће притисне чврстоће од природног шљунка сличне гранулометријске композиције и квалитета [2]. Постоје агрегати који су погодни за примену, а имају захтеве за водом изнад очекиваних вредности. Повећање захтева за водом у агрегату најчешће настаје услед лоших гранулометријских карактеристика или због велике количине пљоснатих и игличастих зрна агрегата. Са таквим агрегатима потребно је користити веће количине цемента да би се смањило водоцементни однос. Гранулометрија финог агрегата, облик зрна и количина имају велики утицај на чврстоћу бетона јер највише утичу на захтеве за водом у бетону. Њихови лимити, дозирање треба подесити да се компензују промене у гранулометрији финог агрегата више од крупног агрегата који се користи у изради бетона.

Многи радови на ову тему показују да у случају фиксног водоцементног односа у бетону долази до смањења чврстоће бетона са повећањем максималног зрна агрегата до 45 mm [7]. Код агрегата са већим максималним зрнима однос позитивног и негативног утицаја зависи од дозе цемента што се јасно види на слици 2.5. Entropy и Shacklock [8] су пронашли да је утицаја максималног зрна агрегата у бетону мали уколико се посматра опсег максималног зрна агрегата од 10 до 20 mm. При овим испитивањима коришћена су два типа крупног агрегата. Walker и Bloemсy после тих испитивања проширили опсег максималног зрна агрегата на 10 до 60 mm и дошли су до закључка да смањивањем зрна агрегата долази до повећања чврстоће. Након њих су Higginson и Wallace 1963. приказали резултате испитивања који су приказани на слици 2.5 [9].

Ипак, новија истраживања на тему утицаја максималног зрна агрегата на чврстоћу при притиску бетона показују извесне разлике у односу на претходна разматрања. Смањивањем максималног зрна агрегата испод горе наведених 10 mm долази до значајних повећања у чврстоћи при притиску у случају задржавања исте количине цемента у цементном композиту. Делом су на бази тих истраживања и развијени такозвани RPC (Reactive Powder Concrete) или бетони веома високих чврстоћа. Смањивањем максималног зрна агрегата дошло се до закључка да је могуће постићи значајно повећање у чврстоћама бетона које је у потпуности променило дотадашња разматрања и сагледавања агрегата у цементном композиту [10].

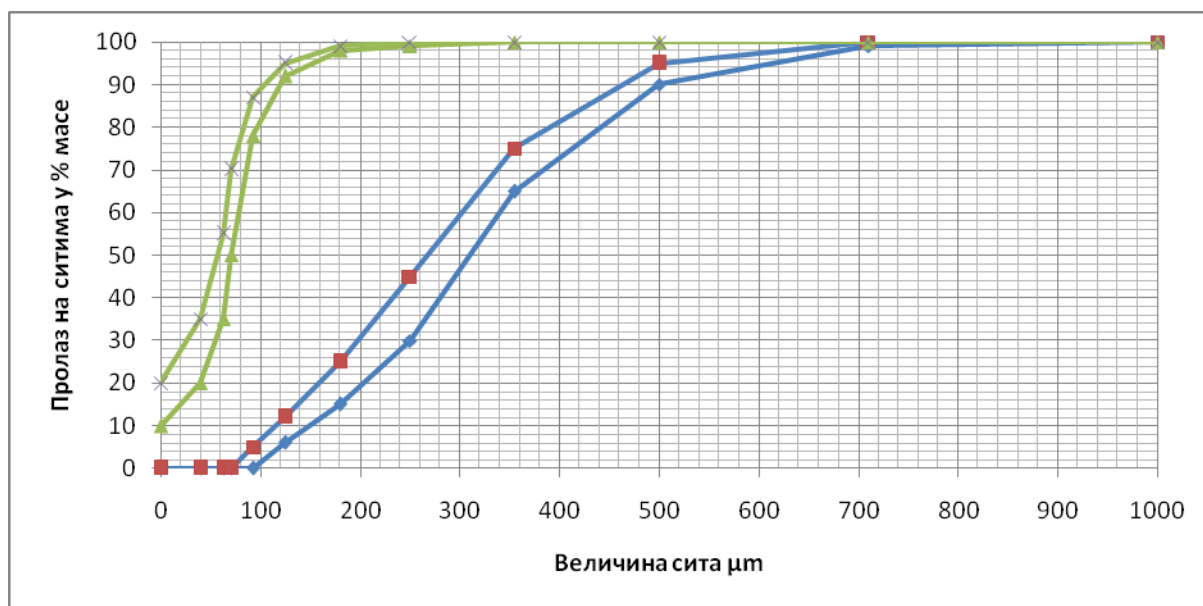
Досадашња искуства са бетонима високих чврстоћа говоре да за такве бетона не би требало користити агрегат са зрнима већим од 10 mm. Стога што се при примени крупнијих зрна, у маси бетона око таквих зрна јављају значајне концентрације напона које, утичу на смањење чврстоће при притиску бетона.



**Слика 2.5** - Чврстоћа при притиску бетона у функцији максималног зрна агрегата и количине цемента у бетону [9]

Разматрани су сви високо квалитетни агрегати у Србији. На првом месту агрегати на бази андезита а и кварцни пескови. Агрегати на бази андезита се производе у фракцијама 0/4 и 4/8 где прва фракција има много ситног материјала - прашине. Његова примена у бетону изискивала би велику потребу за водом. Самим тим практично би било немогуће добити бетон веома високих чврстоћа. Други избор је био кварцни песак. Производ је лако доступан и код произвођача је могуће поручити гранулацију која је неопходна. Након просејавања утврђено је да у кварцном песку недостаје фракција која би попунила простор од најситнијих честица кварцног песка до цемента који је знатно крупнији од силикатне прашине - микросилике.

Када би састав упоређивали са класичним бетоном кварцни песак би представљао крупан агрегат док је за песак било потребно пронаћи алтернативу. Алтернатива је нађена у кварцном праху. Од више врста и величина максималног зрна изабран је кварцни прах са комерцијалном величином зрна до 150  $\mu\text{m}$ . Прашкасти материјал као и песак има исти хемијски састав и потпуно је инертан у бетону. Самим тим понаша се као испуна око крупнијих честица кварцног песка. На слици 6 приказане су зеленом бојом границе у којима је гранулометријски састав кварцног праха. На истој слици плавом бојом су границе за кварцни песак величине до 0,5 тт. Дијаграми приказани на слици 2.6 су добијени испитивањем узорка коришћених у експерименталном делу дисертације као и саме слике материјала 2.7а и 2.7б.



**Слика 2.6** – Границе за гранулометријски састав кварцног песка и кварцног праха



**Слика 2.7а** -Кварцни песок



**Слика 2.7б** -Кварцни прах

### 2.2.4 Микросилика

Истраживања на тему утицаја микросилике на карактеристике бетона почела су већ 1950-тих година. За време последњих неколико декада, истраживачи су оцењивали ефекте делимичне замене цемента са микросиликом. Том приликом су оцењивани ефекти како на свежем тако и на очврслом бетону. Микросилика је нус производ који настаје у редукцији кварца високе чистоће са угљем у електролучним пећима за производњу феро-силицијумских легура и силицијум метала.

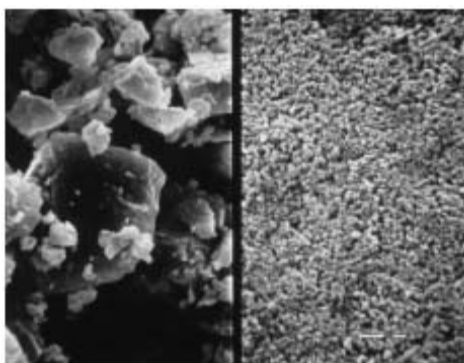
У данашње време, веома добро је познато да коришћење микросилике може значајно унапредити механичке карактеристике као и трајност бетона веома високих чврстоћа. Веома високо учешће аморфног силицијум диоксида и веома fine сферичне честице су главни разлог за њену велику пуцоланску активност. Предности микросилике чине је да буде најпознатији минерални додатак за бетон веома високих чврстоћа у садашњим условима израде.

Додавањем микросилике у бетонске мешавине постиже се смањивање порозности бетона, пропусности и “крварења” бетона јер оксиди силицијума у микросилики реагују и троше

калцијум хидроксид који се производи у хидратацији обичног портланд цемента[11]. Висок ниво аморфног силицијум диоксида чини микросилику веома реактивним пуцоланским материјалом у бетону. На овај начин као главни резултат пуцоланске реакције је: мање ослобађање топлоте хидратације и развој чврстоће; одузимање активности слободном кречу; мања количина пора у бетону. Такође, применом микросилике повећава се отпорност бетона на сулфатну агресију и смањује се могућност појаве алкално-агрегатне реакције.

Истраживања [12,13] потврђују да за различите нивое замене микросилике у бетону мења се и количина хиперпластификатора за исту вредност слегања бетона – конзистенцију. Утврђено је да мешавине са већим учешћем микросилике имају тенденцију повећања количине суперпластификатора. Већи захтеви за суперпластификаторима у бетону који садржи микросилику може се објаснити чињеницом да је микросилика сачињена од веома финих честица које чине да део суперпластификатора бива адсорбован на њеној површини. Треба напоменути да мешавине у којима се користи микросилика су доста кохезивније у односу на класичне бетонске мешавине.

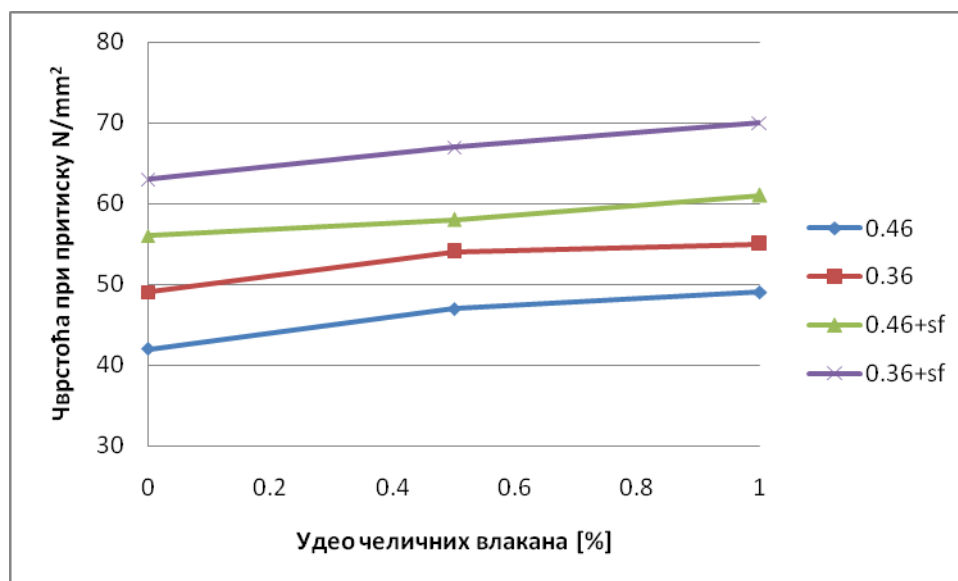
Микросилика садржи више од 95% честица мањих од 1 $\mu$ m, док сама расподела величине честица утиче на допринос микросилике на побољшана својства цементне матрице. Запреминска маса у насутом стању је од 260 до 430kg/m<sup>3</sup>, док је у збијеном стању од 480 до 720 kg/m<sup>3</sup>. Специфична површина се не може одредити методом по Балине-у, већ ВЕТ методом и најчешће се креће у границама од 15000 до 25000m<sup>2</sup>/kg. Ако се узме у обзир да је специфична површина цемента у границама од 300-500m<sup>2</sup>/kg јасно је о колико ситном материјалу се ради. Најбоља илустрација величине честица цемента и микросилике може се видети на слици 2.8 где су снимљени узорци оба материјала под истим увећањем на електронском микроскопу.



**Слика 2.8** -SEM слика - Цемент лево и микросилика десно (исто увећање)

Једно од истраживања [14] приказује вредности механичких својстава бетона у зависности од додатка микросилике. У раду су приказани резултати добијени заменом цемента на нивоу од 8% микросиликом и коришћена су челична влакна са фактором облика 80. Коришћен је агрегат са максималним зрном агрегата од 19(16)mm и чист портланд цемент. Закључак овог истраживања је да постоји знатан утицај микросилике на чврстоћу бетона, а резултати су приказани у облику дијаграма на слици 2.9.





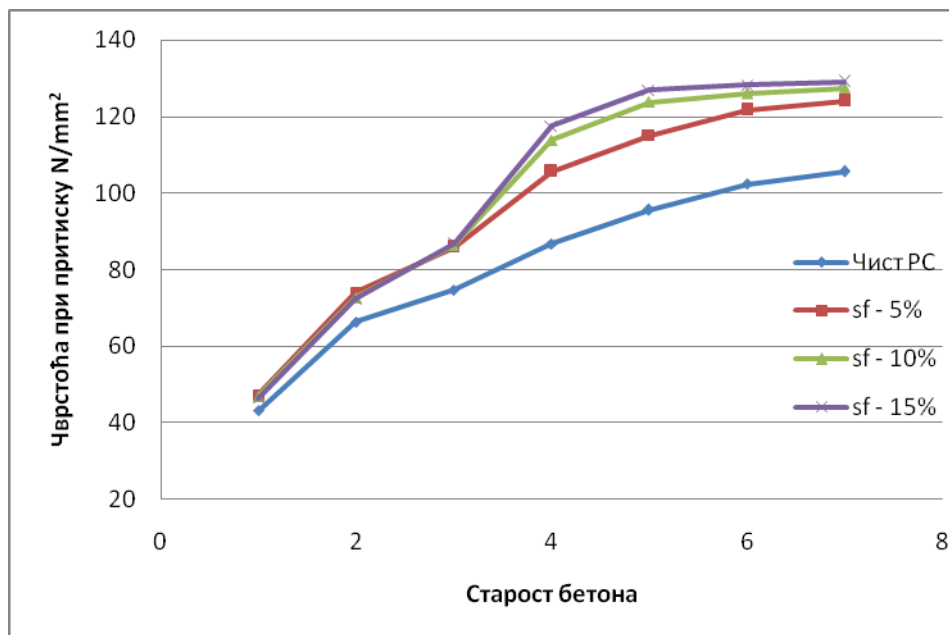
**Слика 2.9** - Зависност чврстоће при притиску од микросилике и челичних влакана

У још једној студији [15] приказани су резултати испитивања чврстоће при притиску за различите проценете замене цемента микросиликом. Коришћен је чист портланд цемент и замена цемента је вршена са 5%, 10% и 15% микросиликом. Као референтни бетон коришћен је бетон високе чврстоће. Испитивања су вршена у старостима бетона од 1, 3, 7, 28, 90, 180 и 365 дана. Закључак истраживања је да и у малим старостима бетона има пораста чврстоће при притиску, али се ова појава објашњава не пуцоланском реакцијом микросилике већ микрофилер ефекту. У малим старостима нема утицаја пуцоланска активност јер се још нису формирали продукти хидратације са којима би микросилика требало да реагује. Количина ситних честица микросилике је велика и оне испуњавају простор између зрна цемента слично као што ситан агрегат испуњава простор између зрна крупног агрегата и то чини суштину микрофилер ефекта. Резултати испитивања добијени у студији дати су у табели 2.1 и слици 2.10.

Табела 2.1 Чврстоћа при притиску бетона високих чврстоћа у зависности од супституције цемента.

Удео sf	1 дан	3 дана	7 дана	28 дана	90 дана	180 дана	365 дана
Чист PC	43,2	66,4	74,8	86,7	95,6	102,4	105,7
sf - 5%	47,3	74,1	85,9	105,7	115,1	121,7	124,1
sf - 10%	46,9	72,8	86,4	113,9	123,8	126,1	127,5
sf - 15%	46,4	72,4	87,0	117,5	126,9	128,3	129,1

sf - микросилика



**Слика 2.10** - Чврстоћа при притиску у зависности од различитих удела микросилике

Многи истраживачи бавили су се утицајем садржаја силике на чврстоћу бетона при различитим режимима неге бетона [16,17]. У радовима су приказивали зависност чврстоће при притиску и садржаја микросилике у односу на промене температуре и влажности средине у којој се негују узорци. У истраживањима Аtis-а наводи се да неговоње бетона на ваздуху негативније утиче на бетоне са микросиликом него на бетоне без додате микросилике [18]. Истакнуто је и то да повећањем водовезивног односа додатно се смањује однос чврстоће при притиску узорака негованих на ваздуху и узорака негованих у влажној средини.

Поред истраживања на пољу чврстоће бетона упоредо су рађена испитивања и модула еластичности бетона [19]. Ни код једног истраживања није забележен позитиван нити негативан утицај употребе микросилике на вредност модула еластичности бетона. Код бетона са микросиликом вредност модула еластичности се може јасно предвидети на основу добијене чврстоће бетона при притиску према формулама датим у спецификацијама и прописима. Најпознатије формуле за одређивање модула еластичности бетона дефинисли су АС1318-95 и СЕВ-FIPMC90 модел. Модел СЕВ-FIPMC90 и МС2010 модел је дао посебну формулу за израчунавање модула еластичности бетона високих чврстоћа. У поглављу 2.3 предметне формуле су детаљније приказане.

### 2.2.5 Микровлакна у цементним композитима

Коришћење насумично орјентисаних кратких влакана да би се унапредиле физичке карактеристике матрице је веома стари концепт. На пример, влакна прављена од сламе или коњске длаке коришћена су да се унапреде карактеристике опеке са природним влакнима као и код веома чврсте микровлакнима армиране керамике за компоненте које се користе у свемирским бродовима. Примена микроарматуре није заобишла ни композите на бази цемента.

Влакна се класификују у четири основне групе: метална, полимерна, минерална и природно настала влакна. Четири основне групе влакана приказане су на слици 2.11.



а) метална влакна



б) полимерна влакна



в) минерална-стаклена влакна

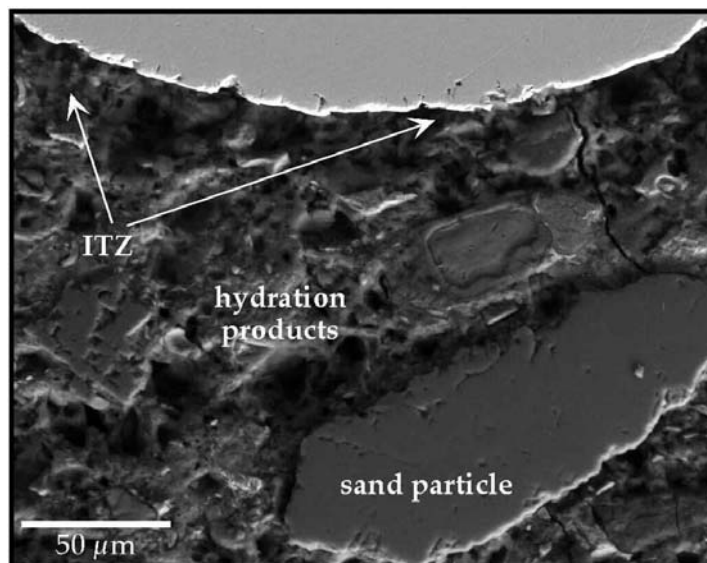


г) природна влакна

**Слика 2.11 - Врсте влакана**

Веза између влакана и матрице је основна карактеристика која утиче на особине цементних микроармираних композитних материјала. Разумевајући ову везу може се делимично предвидети и понашање самог композитног материјала. Очврсла цементна паста је чврсто тело које садржи поре различите величине и микроструктуру које показује значајне запреминске промене као што су скупљање и течење услед миграције влаге. Приликом хидратације цемента настају продукти хидратације који су јако алкални елементи. Добијени елементи чине да бетон буде алкална средина са рН у границама од 12 до 12.5, те стога посебна пажња треба да се посвети избору микроарматуре у таквој средини. Посебно треба нагласити са аспекта трајности бетона. Веза између матрице и влакана окарактерисана је као микроструктура која је различита од микроструктуре остатка матрице. Транзитна зона обухвата слој до око 75 $\mu$ m од површине влакана[20]. Транзитна зона састоји се од два слоја. Први слој представља веома танак филм који покрива влакно и састоји се од калцијум хидроксида и калцијум силико хидрата. Изнад првог слоја налази се другиполуконтинуалан слој који је знатно дебљи и састоји се од кристала калцијум хидроксида. Изнад зоне кристала калцијум хидроксида налази се порозан слој у коме се развијају кристали еtringита. Слој око влакна је

значајно порознији од цементне пасте и има већи садржај СН кристала. Сви ови слојеви чине транзитну зону мање чврстоће, а њено постојање доказано је тестом микротврдоће. Карактеристична транзитна зона и шематски приказ дати су на слици 2.12а и 2.12б.



Слика 2.12а -SEM слика транзитне зоне између влакна и цементне матрице



Слика 2.12б - Шема транзитне зоне између влакна и цементне матрице

Везивање влакана за матрицу композита је веома важно како би се композит понашао на најоптималнији начин. Због тога што нема хемијске реакције, везивање полимерних влакана за неорганску микроструктуру цементне пасте је примарно на неки од механичких начина. Јачина веза мерењем је одређена и на нивоу је од око  $1\text{N/mm}^2$ , што је прилично мала вредност. Ипак већа вредност везивања не значи да ће и карактеристике композита бити боље. Уколико би се остварило идеално везивање влакана и нека она повезују ивице ширеће пукотине сама пукотина не би претрпела даљи процес ширења. Чврстоћа при притиску композита може се незнатно повећати влакнима, а у случају пуцања влакана смањује се жилавост композита у великој мери.

Као што је већ наглашено влакна могу да буду метална, минерална, полимерна или природно настала влакна.

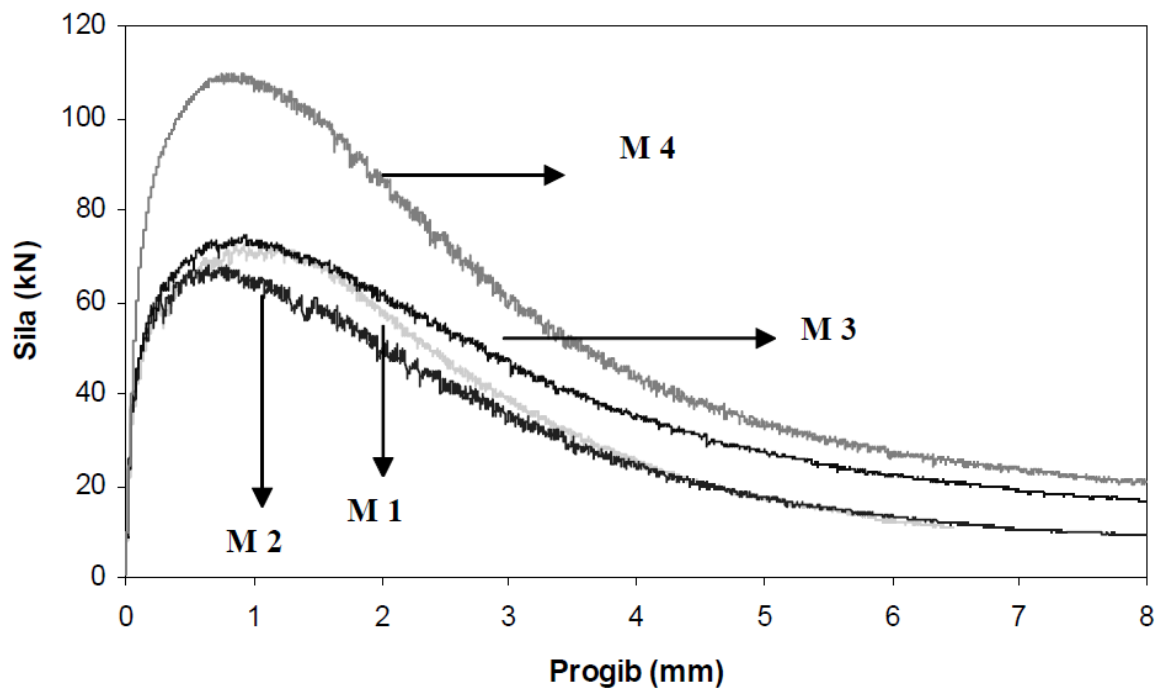
Метална влакна имају обично велики модул еластичности и високу чврстоћу. Чврстоћа ових влакана је у границама од 345 до 2010МПа. Дозирају се обично од 0,5% до 6%. Сходно њиховим особинама понашање бетона справљеног са њима је веома дуктилно.

Минерална влакна су све више распрострањена и развојем нових материјала све више врста настаје. Најпознатије врсте ових влакана су свакако стаклена и карбонска влакна. Њихов модул еластичности већи је од цементног композита али мањи од челика. Њихов природни лом је релативно крт. Стаклена и карбонска влакна су веома компликована за употребу јер је потребна додатна обрада како би се влакна залепила за цементну матрицу. Самим тим цена ових материјала је висока и примена им је ограничена.

Полимерна влакна су јака и дуктилна али је њихов модул еластичности мањи од цементног композита – матрице. Запремински удео у бетону не прелази 1.0% мада се у пракси добијају веома добри резултати и са 0.5%. Како су полипропиленска влакна флексибилна, а имају малу густину њихова примена је најчешће код бетона од којих се захтева отпорност на удар.

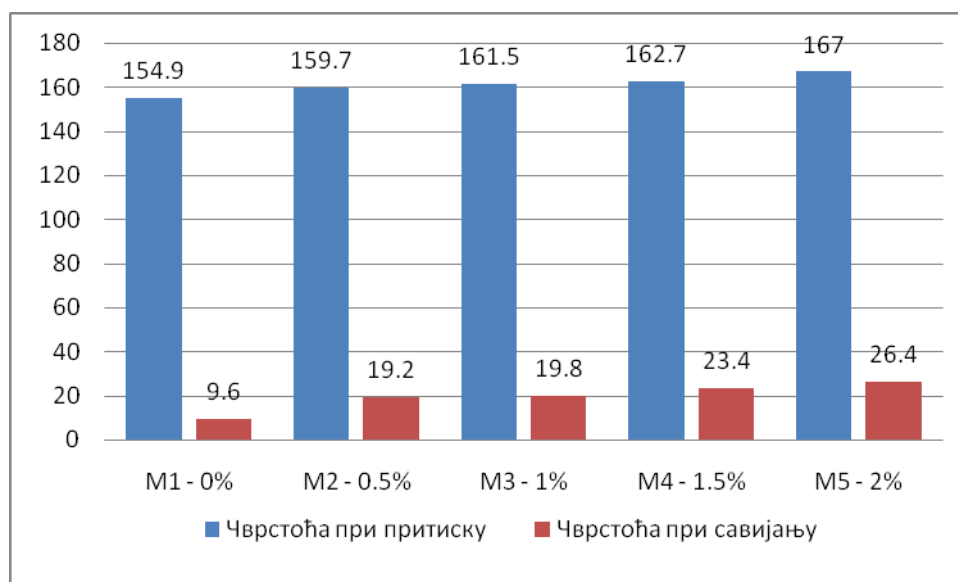
Природна или органска влакна су релативно јака али њихове карактеристике везивања нису добре као код металних или минералних влакана. Њихова примена у бетону је дискутабилна.

Експериментална истраживања која је спровео Skazlić [21] са групом аутора односила су се на варирање запреминског удела челичних влакана и врсте влакана у циљу добијања што бољих механичких својстава. Вариране су количине влакана од 2, 3 и 5%, док је константна држана количина цемента, микросилике и воде. Удео цемента је 1115kg, микросилике 169kg и воде 204kg у кубном метру свежег бетона, а количина суперпластификатора је коригована како би се у свим случајевима добио бетон исте конзистенције. Добијена је чврстоћа при притиску на узорцима са уделом од 2% влакана од 182.9МПа и 223.8МПа на узорцима бетона са 5% микроарматуре. Посебна пажња посвећена је испитивању чврстоћи при савијању. На слици 2.13 примећује се знатно повећање чврстоће при савијању узорака са 5% микровлакна у односу на остале узорке са мањом количином микровлакна.



Слика 2.13 - Дијаграм сила – угиб приликом испитивања савијања[21]

У раду Ноанг и други [22] приказани су резултати испитивања узорка са различитим садржајем хибридних влакана. Резултати чврстоће при притиску цилиндричних узорка димензија 75x150mm који нису садржали микроарматуру износила је 155MPa у зависности од састава мешавине. На слици 2.14 приказана су својства узорка варирањем удела челичних влакана за 0.5%. Као закључак истакнуто је да је за добијање бетона веома високих чврстоћа пожељна примена хибридних влакана али и да је потребна минимална количина од 1% запреминског удела микроарматуре.



Слика 2.14 - Чврстоће при притиску и савијању зависно од количине микровлакна

## 2.3 Анализа микроармираних бетона

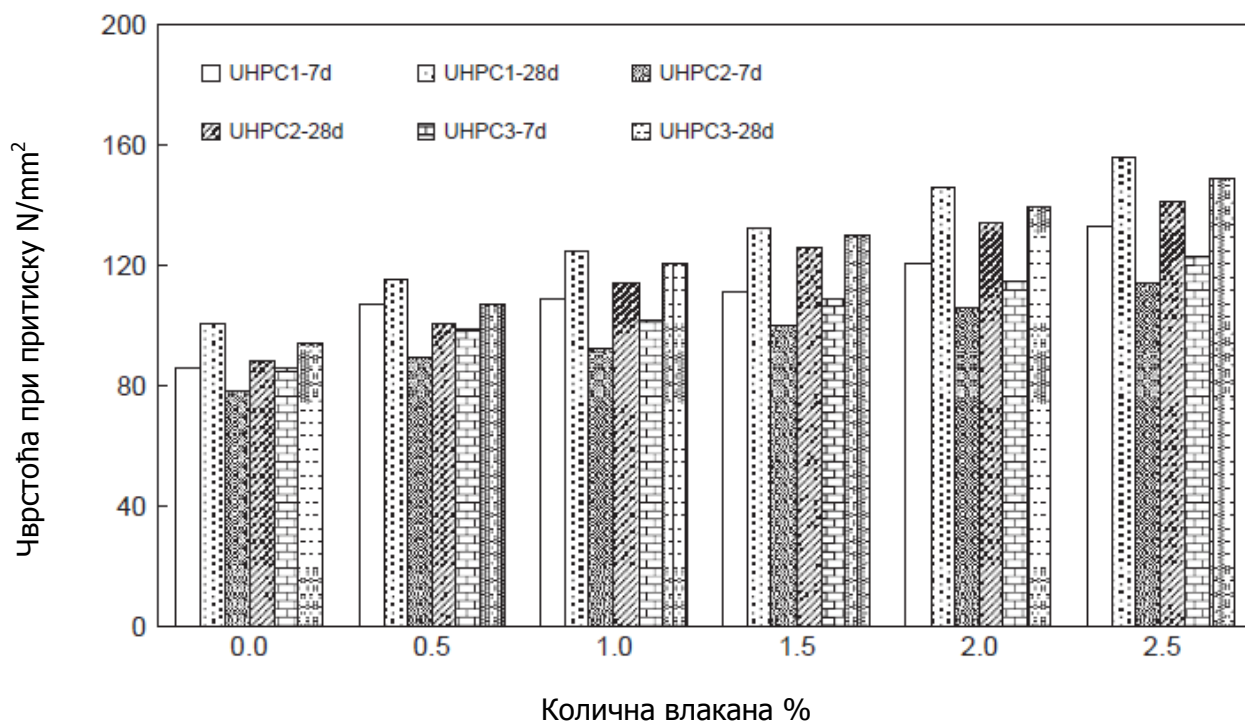
Нелинеарна анализа микроармираног бетона високих чврстоћа захтева познавање карактеристика бетона. Основна својства која је потребно познавати у нелинеарној анализи су чврстоћа при притиску, чврстоћа при затезању, модул еластичности, функционална веза напона и дилатација како при дејству притиска тако и при дејству затезућих сила на композит. Већ је речено да примарно унапређење које влакна омогућавају у структурним апликацијама је дуктилност. Поред овога веома велики утицај имају и на чврстоћу (при притиску и затезању) као и на друга својства бетона. Чињенице о унапређењу карактеристика су добро познате али утврдити на који начин се та побољшања јављају и како их инкорпорирати у пројектовање нису још детаљно усаглашене и установљене.

### 2.3.1 Чврстоћа при притиску

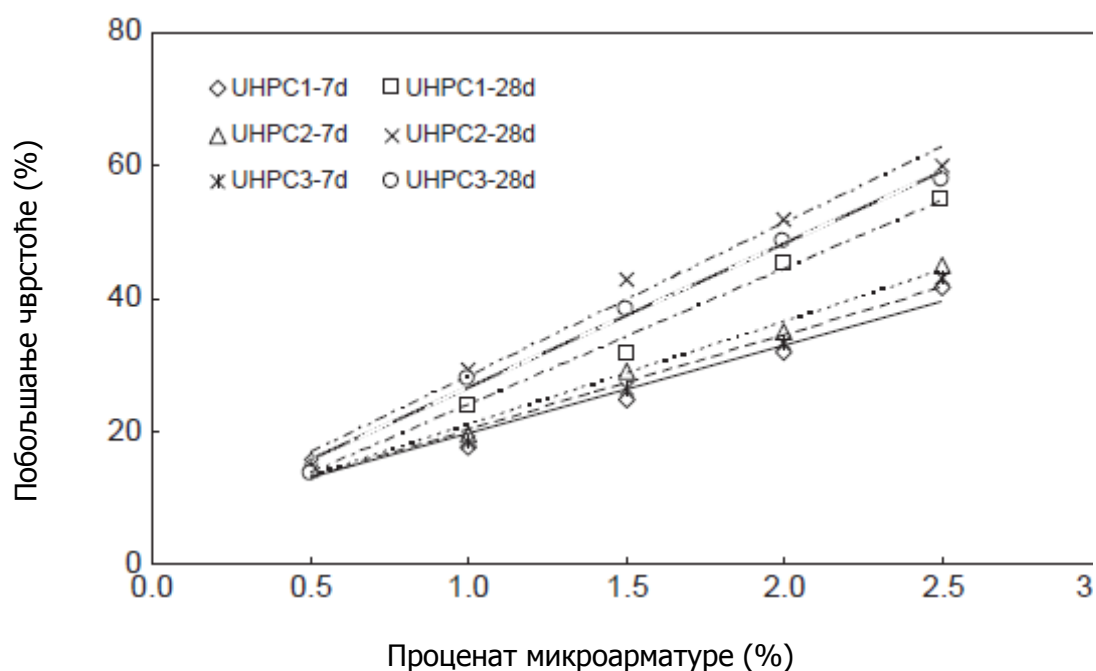
Као основно својство бетона веома високих чврстоћа је чврстоћа при притиску. Често се наводи да је бетон веома високих чврстоћа уствари комбинација бетона високих чврстоћа и микроарматуре. Посебно се истиче чињеница да је то бетон са веома јаким суперпластификаторима, микроармиран разним врстама влакана са унапређеном хомогеношћу. Хомогеност бетона је унапређена јер је крупан агрегат замењен са ситним агрегатом [23]. Додавањем микровлакна постиже се знатно повећање чврстоће при притиску [24, 25]. У раду [26] приказани су резултати испитивања чврстоће при притиску у распону од 94.2МПа до 148.6МПа. Разматрајући и друге радове из ове области веома је широк дијапазон резултата од 100МПа до 180МПа па чак и преко 200МПа.

У свим радовима количина везивних материјала је врло висока и креће се у границама од 920 до 1200kg/m<sup>3</sup>. Разлика се јавља у погледу односа цемента и других материјала као што си микросилика, згура, метакаолин и други. Максимална зрна агрегата су у свим радовима у границама од 1mm до 2mm. Водовезивни однос је у границама од 0.14 до 0.20.

На слици 2.15 из рада Yu [26] приказана је чврстоћа при притиску у функцији количине влакана и старости бетона где се види значајан утицај на чврстоћу при притиску. На слици 2.16 од истог аутора приказан је допринос количине влакана на чврстоћу при притиску.



Слика 2.15 - Чврстоћа при притиску у зависности од количине микроарматуре

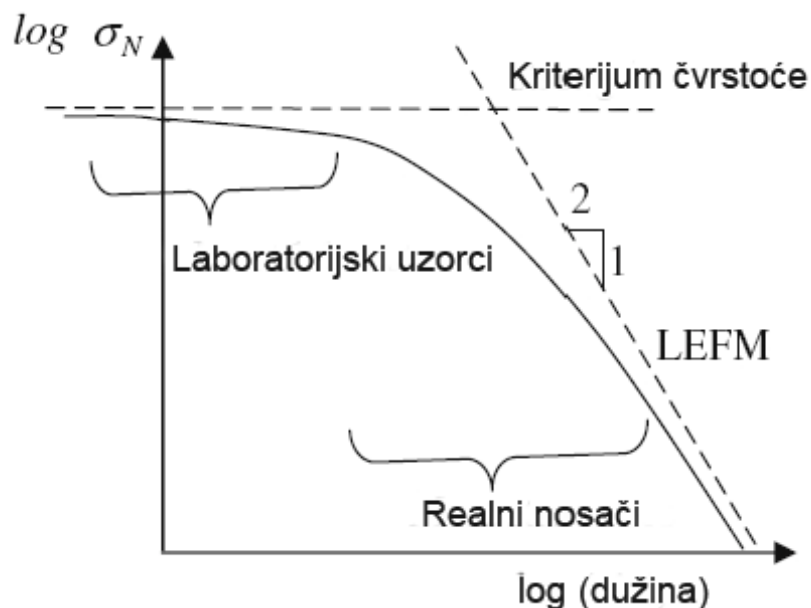


Слика 2.16 - Дијаграм побољшања чврстоће при притиску

Када се посматрају резултати наведени у литератури неопходно је имати на уму чињеницу да чврстоћа бетона у многоне зависи од врсте и величине узорка на коме се испитује. У литератури се ова појава назива утицајем величине узорка (енг. Sizeeffecs). Номинална чврстоћа је обрнуто пропорционална квадратном корену димензије узорка (Слика 2.17). Квази крти материјали осетљиви су на утицај величине узорка између двеју крајњих вредности. Мали узорци представљају узорке добијене у лабораторијским условима, док

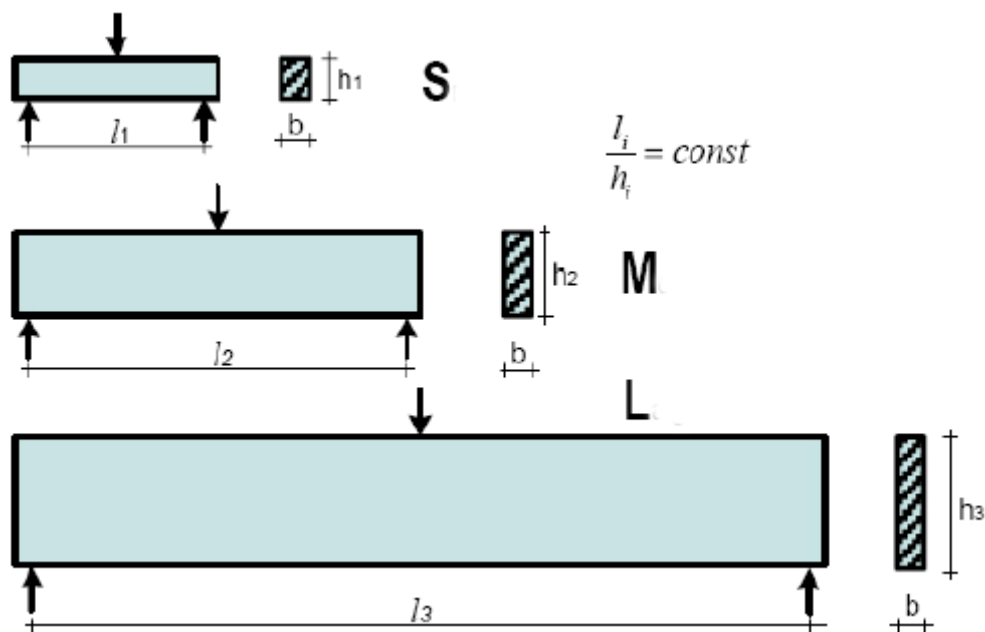


стварни носачи и делови конструкција представљају велике узорке (две зоне означене на слици 2.17).



Слика 2.17 - Утицај величине узорка на номиналну чврстоћу

Vazent је 1984. године дефинисао и доказао да је најлогичнији пут примене LEFM у анализи чврстоће, дефинисање енергије лома  $G_f$  у области  $c_f$ . За одређивање  $G_f$  и  $c_f$  узорака средње величине у лабораторијским условима Vazent је препоручио једноставан закон за утицај величине узорака. Применом тог закона довољно је измерити максималну силу на геометријски сличним узорцима (слика 2.18).



Слика 2.18 - Геометријски слични узорци (пример савијање узорака)

### 2.3.2 Модул еластичности

Битно својство бетона за пројектовање бетонских конструкција поред чврстоће је и модул еластичности. Испитивања модула еластичности су дефинисана бројним стандардима ASTM, EN, ACI, JIS и другим. Поступци испитивања се разликују али резултати се врло добро могу упоређивати јер су узорци веома слични. У пракси се ова испитивања ретко раде и захтевају јер су успостављене јасне и надамне добре корелације са чврстоћом при притиску. У табели 2.2 приказане су релације које се најчешће примењују у пракси са граничним вредностима чврстоће при притиску бетона за које се могу користити.

Табела 2.2 Везе чврстоће при притиску и модула еластичности

CEB FIP MC90	$E_c = 21.5 \alpha_e x (f_c)^{0.5}$	$f_c \leq 80 \text{MPa}$
CEB FIP MC2010	$E_c = 3320 x (f_c)^{0.5} + 6900$	$f_c \geq 80 \text{MPa}$
ACI 363	$E_c = 3.32 x (f_c)^{0.5} + 6.9$	$21 \text{MPa} < f_c < 80 \text{MPa}$
Norwegian	$E_c = 9.5 x (f_c)^{0.3}$	$25 \text{MPa} < f_c < 85 \text{MPa}$
Irvani	$E_c = 4.7 x C_{ca} x (f_c)^{0.5}$	$55 \text{MPa} < f_c < 125 \text{MPa}$
Rashid et all	$E_c = 8.9 x (f_c)^{0.33}$	$20 \text{MPa} < f_c < 130 \text{MPa}$
Saridemir	$E_c = 8.64 x (f_c)^{0.33}$ ( $E_c = 0.242 x (f_c)^{0.33}$ )	$70 \text{MPa} < f_c < 130 \text{MPa}$

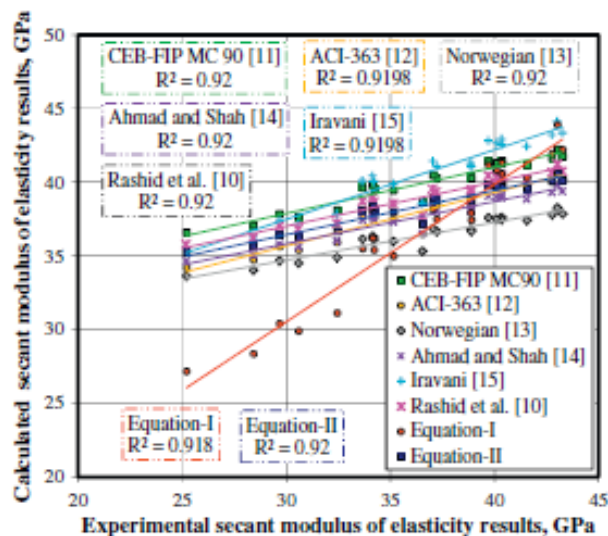
$E_c$  – модул еластичности (GPa);

$f_c$  – чврстоћа при притиску на ваљцима 150x300mm (MPa);

$\alpha_e$  – 0.9;

$C_{ca}$  – 0.92 за дробљени агрегат

У истраживању Saridemir[28] упоредио је све дате законитости и формирао своју законитост за бетоне високих и веома високих чврстоћа. Направљен је експеримент са више врста бетона веома високих чврстоћа и испитана је чврстоћа при притиску и модул еластичности. На слици 2.19 дати су резултати поређења експерименталних и рачунских вредности модула еластичности. Упоредујући добијене квадрате коефицијената корелације види се да су одступања свих законитости уједначена и да су практично предвиђања са формулама једнака.



Слика 2.19 -Поређење стварних и рачунских вредности модула еластичности

## 2.4 Математичке релације напон-дилатација при притиску

Потребно је установити математичке релације за односе момент-обртање и сила-померање за дате карактеристике материјала. Да би се развиле математичке релације потребне су основне карактеристике везе напон-дилатација како за стање притиска тако и за стање затезања.

Веза напон-дилатација у случају притиска и затезања описује се и објаснити са аспекта досадашњих сазнања на овом пољу. Тачност представљених модела потребно је доказати експериментално.

Истраживања на овом пољу су веома раширена у свету. Постоји велики број радова са овом тематиком и решењима која се нуде на основу експерименталних података. Укратко ће се приказати најопштија сазнања на тему дефинисања везе напон-дилатација при притиску.

Основни параметри криве напон-дилатација је иницијални модул еластичности, максимални напон са одговарајућом дилатацијом као и ниво пада криве после достизања вршног напона. Додавањем металних влакана повећава се чврстоћа при притиску, крутост, дилатација при вршном напону и мења се облик опадајућег дела криве. Магнитуда ових промена зависи од типа, геометрије и запремине влакана као и састава матрице композита. Тако, на пример више ће бити потребно влакана за исти ефекат после појаве прлина у случају бетона нормалних чврстоћа него ли ако се ради о бетону високих чврстоћа. Велики је број емпиријских израза за бетон нормалних чврстоћа али само мали број је доступан за бетон армиран влакнима. Једна од доступних једначина са најмање емпиријских константи може се приказати на следећи начин, а дело је групе аутора Mansuretall [29]:

$$\frac{f_c}{f_c^t} = \frac{\beta(\epsilon/\epsilon_0)}{(\beta-1) + (\epsilon/\epsilon_0)^\beta} \quad \text{где је} \quad (14)$$

$f_c$  = напон који одговара дилатацији  $\epsilon$

$f_c^t$  = чврстоћа при притиску композита (или при максималном напону)

$\beta$  = параметар материјала

$\varepsilon$  = дилатација која одговара напону  $f_c'$

$\varepsilon_0$  = дилатација која одговара вршном напону.

Једначина (14) описује везу напона и дилатација за дату чврстоћу бетона при притиску  $f_c'$ , дилатацију при вршном оптерећењу и параметар материјала  $\beta$ . Уобичајно је да је дата чврстоћа при притиску  $f_c'$ . Дилатација при вршном оптерећењу за обичне бетоне креће се у опсегу од 2 до 2.5 ‰ док је за бетоне са влакнима дилатација између 2 и 3 ‰. У недостатку одговарајућих експерименталних података може се користити следећа једначина за одређивање  $\varepsilon_0$ .

$$\varepsilon_0 = 0,002 + 0,5 \times 10^{-6} RI \leq 0,003 \text{ mm/mm} \text{ где је:}$$

$RI$ - индекс армирања влакнима који зависе од запремине влакана у композиту  $V_f$ , дужине  $l$ [mm] и пречника  $d$ [mm] а дефинисан је као:

$$RI = V_f \times l/d$$

Параметар материјала  $\beta$  може се утврдити коришћењем следећих једнакости:

$$\beta = 1,09 + 7,5 RI^{-1,39} \text{ за бетон са правим влакнима}$$

$$\beta = 1,09 + 0,71 RI^{-0,59} \text{ за бетон са закривљеним влакнима.}$$

На више истраживања потврђено је да  $\varepsilon_0$  параметар много мање утиче од параметра  $\beta$  у једначини (14).

Ипак, треба имати на уму да предложена формула има ограничења када је у питању композит са великом количином влакана обично преко 2%. Што се чврстоће тиче једначина нема ограничења.

## 2.5 Математичке релације напон-дилатација при затезању

Као и код понашања композита са влакнима при деловању притиска тако и код дејства затезања неопходно је утврдити везу између напона и дилатација. Много је истраживања на ову тему али је веома мали број израза који дају функционалну везу између напона и дилатација. Ипак, зависно од приступа дефинисане су поједине карактеристике ове зависности и дају се препоруке како би функционална веза требало да изгледа.

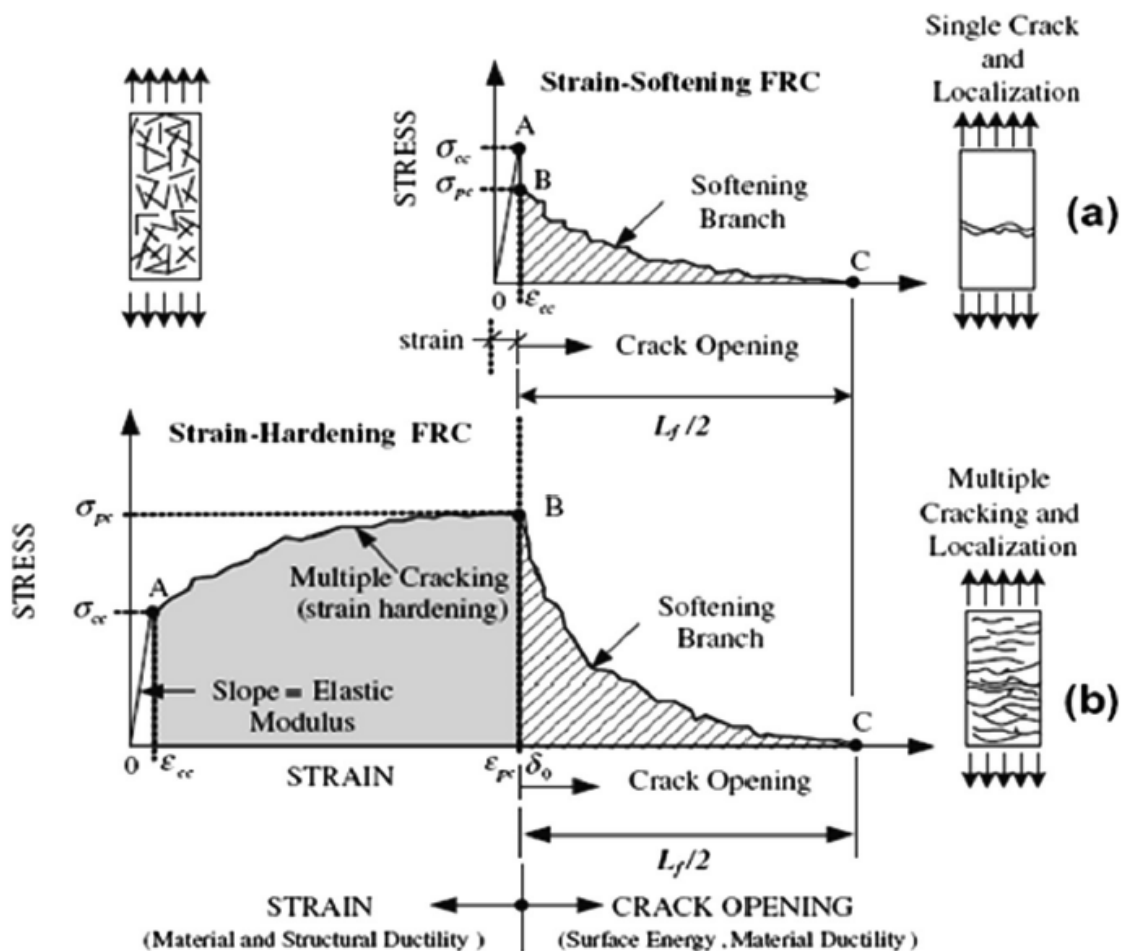
Понашање односа напона и дилатација може се поделити у три региона као што је почетно еластично понашање, нееластично понашање и понашање после појаве прслина. Сва три стања не морају бити присутна код свих типова влакана као ни код свих учешћа влакана у композиту. Неки типови влакана као и количина влакана у композиту могу довести до повећања нееластичног дела понашања композита.

Линеарно понашање композита присутно је код свих типова и количина примењених влакана. Може се на једноставан начин окарактерисати са Young-овим модулом еластичности самог

композиата. Уколико је запремина влакана релативно велика, тако ће влакна носити све веће оптерећење што ће водити ка стању са све више пукотина. Предвиђање даљег понашања у нееластичном и после појаве пукотина је веома тешко. Постоји неколико приступа базираних на микромеханичкој основи, механици лома и Shear-Lag-овој теорији. Сви ови приступи имају нека ограничења али су се у пракси добро показали сваки на свој начин.

Најчешћи начин одређивања карактеристика бетона је путем експеримента. Код овог приступа потребно је разликовати композите са малом и великом количином влакана. Уопште узевши композити са количином влакана до 2% по запремини се сматрају композицима са малом количином влакана. У супротном се разматрају као композити са великом количином влакана.

Код композиата са малом количином влакана на дијаграму напон-дилатација могу се распознати три сегмента. Сегментни се разликују зависно од количине микроарматуре слика 2.20 (а – мало микроарматуре, б – доста микроарматуре) [30]. Сегменти су више изражени код бетона са више микроарматуре. Први сегмент је пре појаве прве пукотине и као што је већ речено најлакше се описује модулом еластичности. Други део је зона нелинеарне деформације између тренутка појаве прве пукотине и граничне силе затезања композиата. Трећи део на овом дијаграму представља резерву чврстоће након пуцања композиата и обично се доводи у везу са отпорношћу на извлачење влакана. Код композиата са малом количином влакана ова резерва може бити и до 40% од вршне чврстоће композиата.



Слика 2.20 - Карактеристични дијаграми напона-дилатација

У случају композита са цементном матрицом линеарно понашање је изражено до 50% од чврстоће на затезање. Када се у цементну матрицу додају и челична влакна линеарно понашање се очекује до 80% од чврстоће на затезање композита. Нелинеарне деформације наступају после граница линеарно еластичног понашања. Гранични напон композита и одговарајућа дилатација су већи од кореспондујуће вредности за неармирану матрицу.

Уколико се жели повећање капацитета чврстоће на затезање као и енормно повећање капацитета деформација затезања цементних композита прибегава се додавању количине влакана већих од критичних количина. Уочено је да се са повећањем запремине влакана униформно распоређују. Тиме се смањује раст микропрлина, потискује се локализација прлина и повећава се чврстоћа при лому и капацитет деформација матрице композита. Дијаграм напон-дилатација оваквих композита се може генерално поделити у две области где је прва иницијално крута област коју прати доста мање крута област. Крајња тачка иницијално крутог дела криве је често називана ВОР (BendOverPoint). Овај део је најчешће линеаран све до ове тачке. Вршна вредност напона у матрици примећено је да се поклапа са ВОР, а вредност ове тачке зависи од запремине влакана. Ово имплицира да макроскопски линеарно понашање матрице до нивоа напона од  $15\text{N/mm}^2$  може бити резултат смањења локализовања пукотина у присуству ове количине влакана. Овако понашање показано је на постојећим композитима направљених са челичним, стакленим и полимерним влакнима.

Модул еластичности матрице композита је  $E_m$ , а влакана  $E_f$  као и запремине ових фаза  $V_m$  и  $V_f$ . Узимајући да су дилатације матрице, влакана и композита једнаке јасно је да је извлачење влакана једнако нули. Имамо да је  $\epsilon_c = \epsilon_m = \epsilon_f$  а тада је  $\sigma_c A_c = \sigma_f A_f = \sigma_m A_m$  где је  $A_c$ ,  $A_f$  и  $A_m$  површина композита, влакана и матрице. У том случају модул еластичности композита  $E_c$  се изражава као:  $E_c = E_f V_f + E_m V_m$  где је  $V_f + V_m = 1$  па следи да је израз за  $E_c$ :

$$E_c = V_f E_f + (1 + V_f) E_m.$$

За бетон са челичним влакнима модул еластичности је обично већи од модула еластичности матрице. За бетоне са синтетичким влакнима модул еластичности композита је мањи од модула еластичности матрице јер је модул еластичности влакана мањи од матрице. Како се у стварности користе дискретна, хаотично распоређена влакна термин модула еластичности влакана  $E_f$  треба заменити еквивалентним модулом  $E_f^*$ . На основу овога модула еластичности композита  $E_c$  зависиће од дужине, геометрије и запремине појединих влакана, а еквивалентни модул еластичности може бити и до три пута мањи од  $E_f$ . Како је реална примена влакана нормално мања од 2% за овакве композите је модул еластичности приближно једнак модулу еластичности матрице. Само у случају примене стаклених влакана у већој количини може повећати модул еластичности композита. Када је одређен модул еластичности композита релација напон дилатација све до појаве прве прсине може бити описан са  $\sigma_c = E_c^* \epsilon_c$ .

Одговор на затезање микроармираних цементних композита нарочито зависи од запремине влакана која се користе. До појаве прве прсине већ је описан начин карактеризације композита док после ове тачке матрица више не учествује у затезној чврстоћи композита, а даљу чврстоћу при затезању композита дугујемо запремини влакана. Чврстоћа се може изразити као:  $\sigma_{cu} = V_f^* \sigma_{fu}$ .

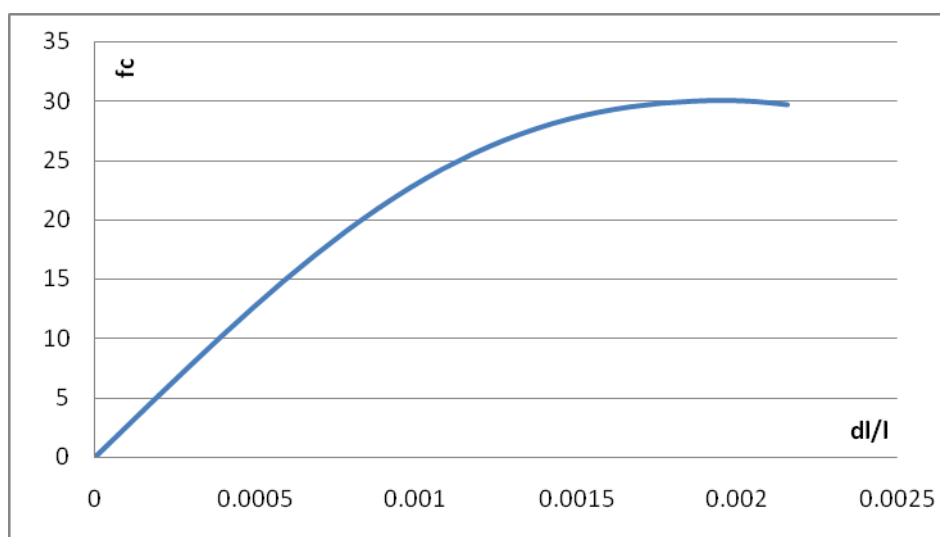
За већу количину влакана у композиту карактеристично је да влакна носе оптерећење када се прекорачи носивост саме матрице, односно, после појаве прве пукотине. На основу овога код оваквих композита гранична чврстоћа при затезању је већа од чврстоће матрице, а може постојати и равномерно распоређивање прслине у композиту. Прелаз са једне на више прслина зависи од запремине влакана и назива се као критична запремина влакана  $V_{cr}$ . Најчешће се вредност  $V_{cr}$  изводи на основу следећег обрасца:

$$V_{cr} = \frac{\sigma_{mu}}{\sigma_{mu} + (\sigma_{fu}' + \sigma_{fu})}$$

где је  $\sigma_{fu}'$  представљен као напон у влакну на нивоу дилатације која

одговара дилатацији на којој се појављује прва прслина у матрици композита. Треба напоменути да овај израз захтева линеарно-еластично понашање како композита тако и влакана, непостојање извлачења влакана, крт одговор матрице, перфектно везана и континуална влакна као и одлично везивање влакана за матрицу. Типична вредност за челична, стаклена и полипропиленска влакна креће се у границама од 0,3 до 0,8%.

Да би се извршила било каква анализа материјала потребно је дефинисати функционалну везу између напона затезања и одговарајуће дилатације затезања. Веза напона и дилатација неопходна је за ниво пројектовања и структуралне анализе. Типична крива  $\sigma$ - $\epsilon$  дијаграма за затезање бетона без додатка влакана дата је на слици 2.21.



**Слика 2.21** - Типичан облик везе напона и дилатација

Први део је линеаран све до око 80% од чврстоће на затезање композита. За обичне бетоне ова вредност чврстоће је у границама од 1 до  $4\text{N/mm}^2$  зависно од чврстоће самог бетона. За обичан бетон на граничном затезућем оптерећењу одговарајућа дилатација је 0,0002%. Одговарајућа дилатација за максимално оптерећење је знатно већа код бетона са влакнима. Силазни део криве је веома стрм за класичан бетон. Са додавањем влакана овај пад на стрмом делу је све блажи. Са додавањем веће количине влакана пад напона се смањује како се повећава дилатација.

Иако је велики број аналитичких модела доступан за предвиђање понашања једноосијалног затезања цементног композита са влакнима запремине преко 2%, функционалне зависности за

бетон са количинама влакана мањим од 2% нису пуно распрострањене. За бетон почетни део може се представити као права линија без великих губитака на тачности. Максимални напон на аксијално затезање може се усвојити на нивоу од  $6.9(f_c)^{0.5}$ , где је  $f_c$  чврстоћа на притисак.

Иако повећање количине влакана повећава чврстоћу на затезање бетона процентуално повећање је занемарљиво у случају коришћења мањих количина влакана. Силазни део може се најбоље представљати користећи експоненцијалну криву следећег облика:

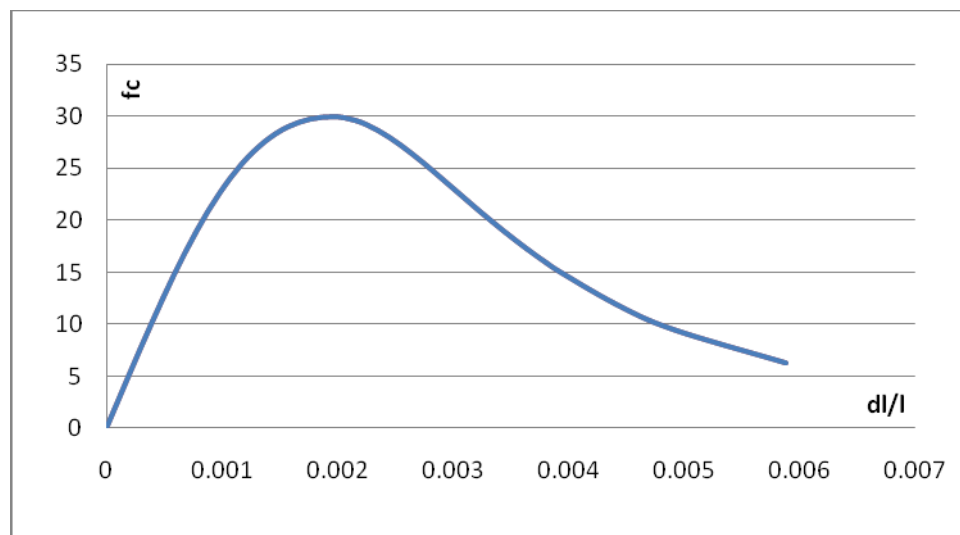
$$\sigma_t = A \varepsilon^{-\alpha} \text{ где је}$$

$\sigma_t$  = напон затезања

$\varepsilon$  = дилатација

$A$  = затезна чврстоћа бетона

$\alpha$  = коефицијент корекције који се може одредити користећи експерименталне резултате и регресиону анализу.



Слика 2.22 - Облик дијаграма напона-дилатација микроармираног бетона на затезање

## 2.6 Закључак

У овом поглављу дат је кратак резиме онога што је на пољу класичног и бетона веома високих чврстоћа до сада познато. Посебан осврт је дат на моделовање карактеристика бетона посебно понашање при притиску и затезању. Посебно су истакнуте ове две карактеристике јер је понашање носивости анкера у директној вези са овим особинама. Оно што је потребно истаћи је да је приликом чупања анкера бетон напрегнут и на притисак и на затезање. То је веома сложено напрезање где није могуће или је веома тешко одвојено посматрати ова два параметра и посебно их рачунати. Дат је и приказ двоосног напрезања у бетону где искуства истраживача говоре да је двоосна чврстоћа бетона и до 25% већа од једноосне чврстоће и при притиску и при затезању.

Узимајући у обзир типове анкера који се могу јавити јасно је да напрезање у бетону нису иста уколико поредимо накнадно уграђене анкере са претходно уграђеним анкерима. Исто тако и



параметри инсталације (дубина, пречник рупе, величина анкера, положај анкера могу довести до промене напнског стања у бетону и променама у прорачуну носивости анкера.

Извесна упрошћења у прорачуну усвојена су у стандардима и прописима, а промене у материјалима чине да приказани обрасци дају мање резултате од оних који се добијају у пракси. Да би се адекватно описале носивости анкера у микроармираном бетону веома високих чврстоћа на основу експеримента неопходна је примена сложених статистичких метода, а у новије време могућа је примена и метода меког програмирања.

---

## III АНКЕРИ У БЕТОНУ

---

### 3.1 Увод

До скоро интересовање, као и заступљеност у грађевинским нормама, за анкере у бетону је било веома мало. Пажња се претежно посвећивала капацитету затезања и смицања самог анкера али не и интеракцији са бетоном. Како је пројектовање постало напредније, а анализа много строжија све већа пажња се поклања на трансфер силе кроз сам анкер и анкерни систем. У дуготрајним истраживањима препознато је да карактеристике анкера контролишу овај пренос силе и генерално, начин лома је одређен крајњим капацитетима анкера. До данас није усаглашен стандард за пројектовање анкера као ни јасни критеријуми за карактеристике на које би се пројектанти и извођачи могли ослонити. Поред тога треба напоменути да је много приступа прорачуну и постављању анкера развијено у целом свету.

Овај кратак преглед има за циљ да сумира типове анкера и да да преглед карактеристика анкера и моделе ломова под различитим условима у неиспуцалом бетону. Овај део покрива пројектовање и конструктивна разматрања и сумира постојеће захтеве у познатим стандардима и спецификацијама. За детаљније упознавање са овом темом потребно је консултовати литературу из пописа. Посебан акценат ће бити на класичним анкерима од арматуре уграђеним у току градње (претходно постављени – инсталирани).

### 3.2 Врсте анкера

Постоји много типова анкера који се користе за анкеровање конструкције и конструктивних елемената за бетон. Прорачун и пројектовање анкера обухвата избор анкера и њихово позиционирање на основу инжењерског искуства и оцене помоћу сопствених података, података произвођача и постојећих, некада и застарелих, захтева стандарда. Све више је становиште да се промовише пројектовање анкера тако да се доследно одражава потенцијални учинак сваког типа анкера који се употребљава [31].

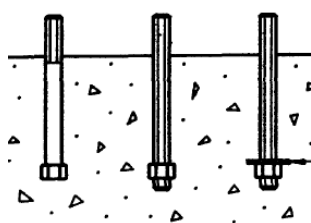
Према досадашњем искуству постоје два типа анкера или две велике групе анкерних система: CASTINPLACE систем (анкери инсталирани пре него што је бетон изливен) и POSTINSTALLED систем (анкери инсталирани у рупе које се буше после изливања бетона и његове неге). Тако подељени анкеримогу се систематизовати и идентификовати кроз следећу поделу дату у Табели 3.1. Према приказаној подели јасно је да постоји велики број врста анкера.

Како би подела била јаснија и неке сличне врсте анкера лакше раздвојили на слици 3.1 је дат шематски изглед по врстама анкера и то 3.1а до 3.1е претходно уграђени и 3.1ж до 3.1љ накнадно уграђених.

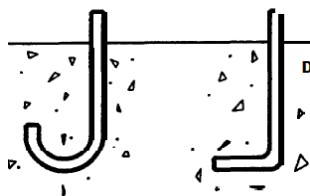
Табела 3.1 Врсте и типови анкера према [31]

Cast in place – Уграђени током бетонирања	Post installed – Накнадно уграђени
1. Уграђени фиксни - Обични завртњевени - Шрафови са кукама у бетону - Навојна шипка - Анкери од арматуре - Уметци са навојем - Плоче са завареним клиновима	4. Заливени – лепљени анкери Малтером заливени анкери - Анкери или шрафови са главом Хемијски анкери - Са навојном шипком

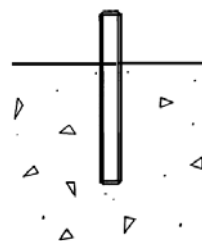
<p>2. Везе са завртњевима 3. Подешавајући анкери</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Са арматурним челиком</li> <li>5. Експанзиони анкери</li> <li>- Затежући анкери</li> <li>- Анкери за тешке услове рада са главом</li> <li>- Анкери са чауром</li> <li>- Експанзиони анкери са опном</li> <li>- Анкери са клином</li> <li>- Експанзиони анкери за камен и бетон</li> <li>6. Анкери са контролисаном деформацијом</li> <li>- Drop in – метални анкери</li> <li>- Самобушећи анкери</li> <li>- Клин анкери</li> <li>7. Усецајући (засецајући) анкери</li> <li>- Са претходно избушеном рупом</li> <li>- Самостално усецајући</li> </ul>
--	---



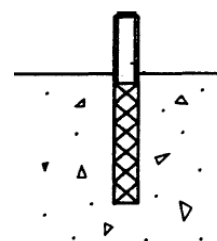
3.1a - Обични шрафови



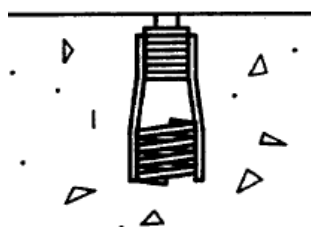
3.1б - Шрафови са кукама



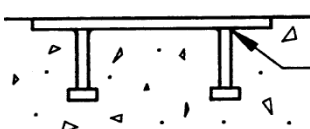
3.1в - Навојна шипка



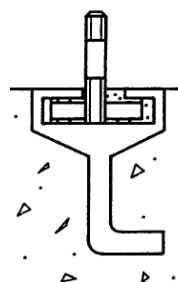
3.1г - Анкер од арматуре



3.1д - Уметци са навојем

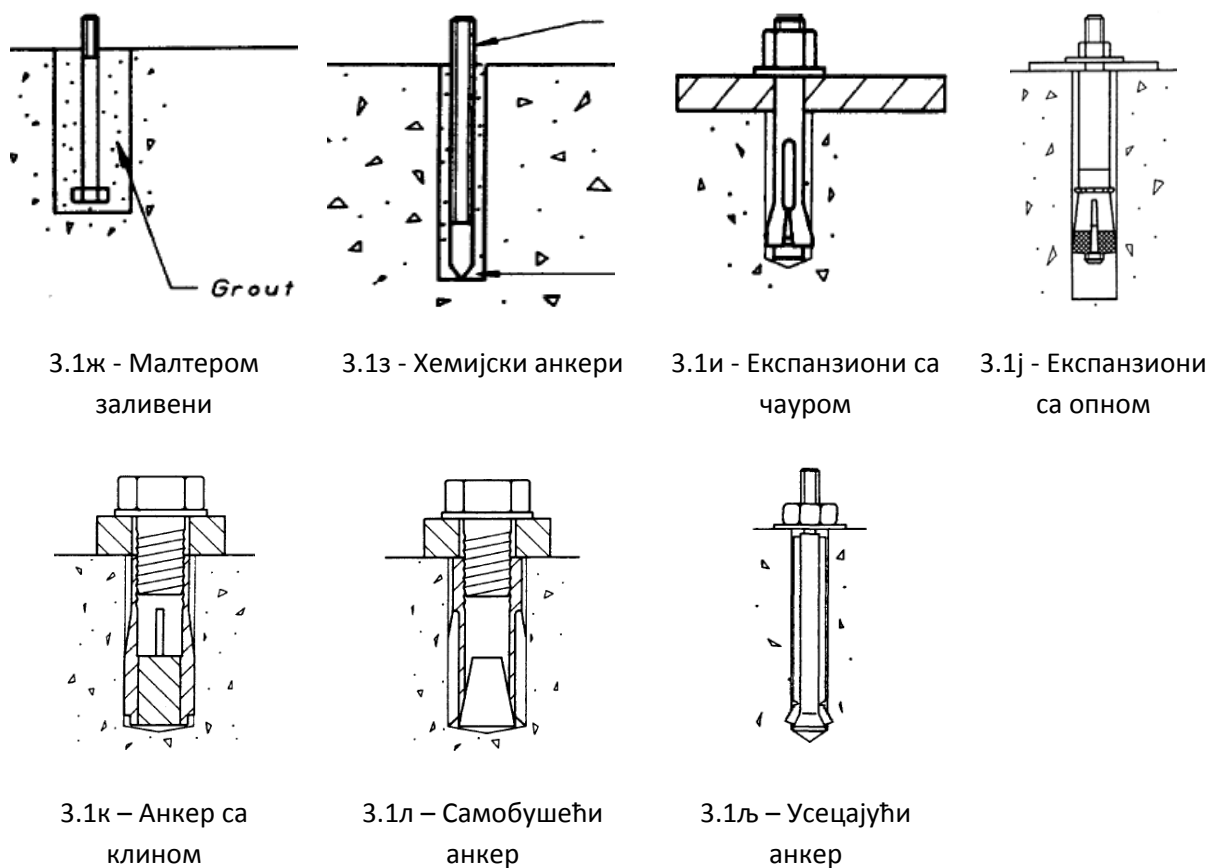


3.1ђ - Плоче са завареним клиновима



3.1е - Подешавајући анкери

**Слика 3.1 – Врсте анкера - претходно уграђени анкери**



Слика 3.1 - Врсте анкера – накнадно уграђени анкери

### 3.3 Материјали за анкере

Узимајући у обзир намену анкера одабир материјала за њихову израду сведен је само на челик. Према класичној дефиницији челик је легура гвожђа и угљеника. Са становишта хемије и термодинамике челик је у ствари метастабилна легура гвожђа и гвожђе-карбида  $Fe_3C$ . Ако је масени удео угљеника између 2,11% и 4.3% онда се говори о легури која се у пракси најчешће назива ливено гвожђе [11].

Челик је због своје цене и особина најраспрострањеније коришћени метални материјал. Зависно од примеса челик може бити врло мек (за конзерве, лименке и слично) и врло тврд (за сечива и слично). Особине као што су тврдоћа, дуктилност, затезна чврстоћа и друге могу се креирати и контролисати у веома широком спектру што га чини веома применљивим у металним конструктивним елементима. Ове особине се добијају применом легирајућих елемената као што су никал, алуминијум, арсен, берилијум, угљеник, калцијум, бакар, водоник и многи други елементи.

Подела челика у свету је различита зависно од стандарда који се примењују. Код нас је још присутна стара подела челика која је заснована на старим ЈУС стандардима. Поред ове поделе у примени је и нова подела према Европском систему означавања.

Сада већ стару поделу челика према ЈУС С.В0.500:1989 и ЈУС С.В0.002:1986 стандардима најбоље је приказати преко означавања челика. Означавање се врши на следећи начин:

Ѓ XXXX XX где су,

Прва четири симбола после ознаке Ѓ представљају део озовне ознаке, а последња два симбола део додатне ознаке.

Према овој подели први симбол после ознаке Ѓ може бити 0,1 и 2 до 9. Ознака 0 представља челик негарантованог састава, ознака 1 представља челик гарантованог састава и ознаке 2 до 9 представљају челик гарантованог састава, где бројеви представљају симбол најутицајнијег легирајућег елемента. Други симбол у ознаци челика представља затезну чврстоћу према табелама из стандарда. Ове вредности се читају из табела у стандарду зависно од ознаке првог симбола. Ако је први симбол 0 тада 1 на другом симболу представља затезну чврстоћу до 320 N/mm<sup>2</sup>, а 9 представља чврстоћу од 890 N/mm<sup>2</sup> и више. Даљи симболи представљају додатне особине попут тврдоће, жилавости и слично.

Сада је тренутно код нас на снази означавање према Европском систему означавања. То конкретно значи да се челици деле у две групе.

Група 1 - на основу примене и механичких својстава

Група 2 - на основу хемијског састава

Када се разврставају према Групи 1 означавање челика се врши тако што постоји основна ознака која садржи симбол који указује на врсту челика и нумерички податак са најважнијим механичким карактеристикама. Поред основне ознаке даје се додатна ознака која садржи квалитет челика или начин термичке обраде. На карју као опциона ознака даје се допунска ознака која дефинише неке специјалне захтеве.

Када се разврставају према Групи 2 подела се врши на нелегиране челике са присуством мангана мањим од 1%, нелегиране челике са присуством мангана већим од 1% и легиране челике са присуством легирајућег елемента већим од 5%.

Основне ознаке које можемо срести код поделе у Групи 1 су: S - конструктивни челик, E - механичке конструкције, P - челик за опрему под притиском, B - арматурни челик, L - цеоводи, Y - челик за преднапрезање, H - челик високе чврстоће, R - шине, D - челик за хладно обликовање, T - амбалажа и M - челик за електротехнику. Карактеристична ознака челика:

Основна ознака		Додатна ознака		Допунска ознака
Конструкцијски	Граница развлачења	Група 1	Група 2	
S	425	K2	G3	+Z25

K2 - енергија удара

+Z25 - специјални захтев за редукцију пречника

Основне карактеристике свих челика су запремниска (специфична) маса од 7850 kg/m<sup>3</sup> и термички коефицијент линеарног ширења  $(1-1,3) \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$ . Остале хемијске и физичко - механичке карактеристике варирају зависно од врсте челика.

У експерименталном делу дисертације коришћен је челик за армирање па се стога дају карактеристике тог челика. Генерално гледано челик за армирање производи се као ребрасти челик према EN 10080 и као глатки челик (арматура). Ребрасти челик (арматура) према захтевима стандарда мора имати два или више редова паралелних попречних ребара. Ребра треба да су равномерно распоређена по целој дужини и да су на једнаким размацима. Уздужна ребра се могу наћи на арматури, али и не морају постојати.

Радни дијаграм челика дат је на Слици 3.2 Тачка А са напоном  $\sigma_p$  представља тачку пропорционалности и до ове тачке однос напона и деформација је линеаран. До тачке В челик се и даље понаша линеарно еластично само дијаграм није линеаран. Тачка В са напоном  $\sigma_e$  представља границу еластичности челика. Изнад тачке В челик прелази у пластично подручје све док се не постигне напон  $\sigma_t$  који представља границу развлачења (тачка С). У тој тачки долази до смањивања попречног пресека и почиње смањење напрезања до тачке D. Даљим повећавањем силе долази до знатних издужења без повећања напона све до тачке E. Од тачке E долази до повећања напона све до тачке F и постизања напона  $\sigma_m$  који уједно представља затезну чврстоћу челика. Након тога долази до сужавања попречног пресека све док не дође до кидања у тачки G са напоном  $\sigma_l$  који се још назива и прекидни напон (прекидна сила).

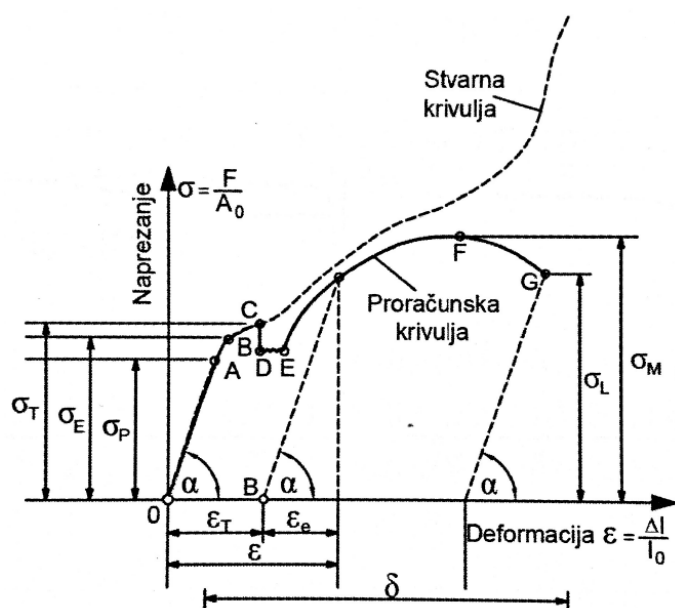
Овај дијаграм није реална слика понашања челика јер долази до деформације материјала које није могуће испратити већ се све рачуна и приказује са почетним и крајњим површинама попречних пресека.

За било каква пројектовања није потребно познавање великог броја параметара материјала већ само: модула еластичности, границу пропорционалности и односа затезне чврстоће и границе развлачења.

У експериментима је коришћена арматура B500B за израду анкера. Граница развлачења овог челика је минимално  $500\text{N/mm}^2$ , однос затезне чврстоће и границе развлачења је дозвољен 1.08, а укупно истезање при највећој сили  $A_{gt}$  је дозвољено 5%.

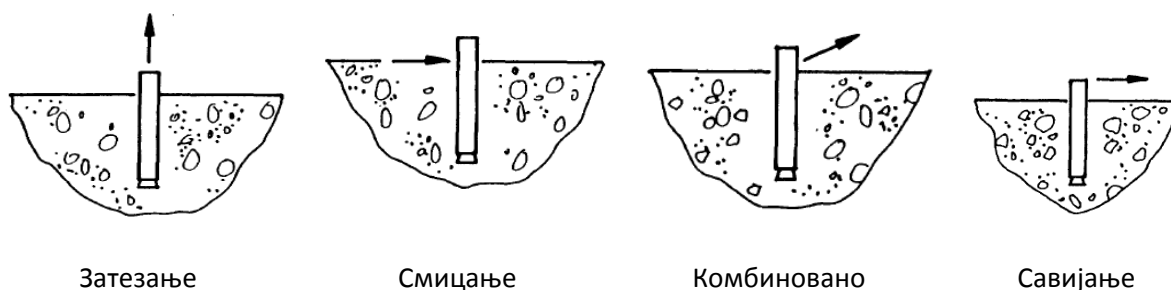
## 3.4 Носивост анкера

Понашање анкера је неопходно познавати уколико је потребно специфицирати одговарајуће анкере у датој ситуацији. Ово укључује и разумевање начина ломова (губитка носивости) и чврстоће као и однос сила-померање и карактеристичне релаксације различитих типова анкера. Свакако треба напоменути да понашање анкера у бетону у великој мери зависи да ли се ради о испуцалом или неиспуцалом бетону.



Слика 3.2 - Радни дијаграм челика [11]

Анкери се првенствено оптерећују преко наставака (додатних делова) на већ уграђени анкер. Оптерећивање се може извести на затезање и смицање или на комбинацију затезања и смицања. Оптерећивање анкера се може извести и на савијање зависно од начина преношења смицања преко наставака (додатних делова) на анкеру. Начини оптерећивања анкера приказани су на слици 3.3. Понашање анкера на затезање је од примарног значаја и на њега је потребно прво обратити пажњу.



Слика 3.3 - Начини оптерећивања анкера

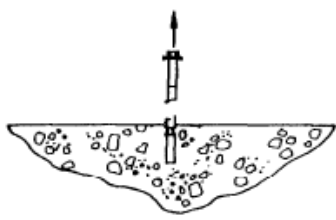
Прегледом доступне литературе до сада већина испитивања која су рађена на анкерима, рађена су у неиспучалом бетону [35, 36]. Када бетон испуца, а што је скоро редован случај у грађевинској пракси, потребно је да се изврше нова испитивања на оваквом бетону како би се потврдило понашање анкера.

У случају чистог затезања анкера разликује се пет модела ломова – губитка носивости и то:

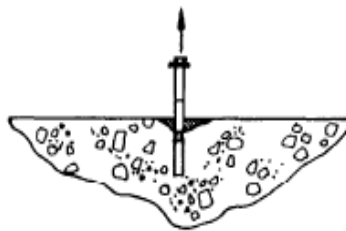
- Лом по челику (телу анкера) - слика 3.4а
- Лом извлачењем (Pullout) - слика 3.4б
- Лом цепањем бетона - слика 3.4г
- Лом по конусу бетона - слика 3.4в



- Лом по ивичном конусу бетона - слика 3.4д



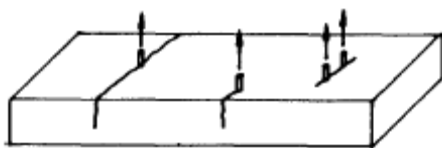
3.4a) Лом по телу анкера



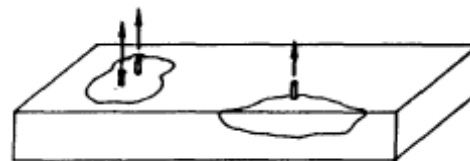
3.4б) Лом извлачењем



3.4в) Лом по конусу бетона



3.4г) Лом цепањем бетона



3.4д) Лом по ивичном конусу бетона

**Слика 3.4** - Начини губитка носивости анкера - модели ломова

Различити типови анкера имају различите карактеристике померања зависно од уношења претходне силе у анкер, механизма преноса силе и начина лома.

Када се примењује сила приликом монтирања анкера, обично се то ради затезањем матице на прописану силу, померање изазвано са инсталационом силом има утицаја на касније померање анкера у току експлоатације. Код анкера са претходно унетом силом померања су веома мала у случају док спољашња сила не буде већа од претходно унете силе у анкер. Претходно унета сила у анкер нема значајног утицаја на коначну силу носивости анкера, али уношењем претходне силе у анкер значајно се редукује коначно померање анкера.

Зависно од врсте анкера понашање и облик дијаграма сила-померање је веома променљив. Тако код класичних металних анкера са уметком понашање зависи од величине силе за експанзију приликом постављања анкера. Код самобушећих анкера померања су знатно већа од затезућих анкера и класичних металних анкера. Код усецајућих анкера понашање зависи од носеће зоне и инсталационе силе. Заливени или адхезиони анкери имају еластично понашање скоро до максималног оптерећења. Док крива сила-померање адхезионих анкера има релативно мали коефицијент варијације у поређењу са затезућим експанзионим и металним анкерима, интеракција варира зависно од адхезивне компоненте анкера у зони заливања (лепљења).

У радном опсегу све категорије анкера треба да имају еластично понашање са малим додатним померањем после инсталације. Ипак, при граничним оптерећењима долази до пластичног понашања, а у случају цикличног оптерећивања могу се дозволити само мање деградације основног материјала. Под сталним оптерећењем померање ће се повећавати током времена због ефекта течења бетона, у веома оптерећеним зонама преноса силе. Ово је посебно истакнуто у случају адхезивних анкера у зони заливања.

Посебан део у истраживању носивости анкера треба посветити граничној сили на затезање анкера те се овде даје кратак осврт на досадашње прорачуне који се могу наћи у литератури, а зависно од начина лома који се може очекивати.

У случају лома по телу анкера (лом по челику) чврстоћа челика од кога је анкер направљен контролише лом. Овај лом је типичан у случају када је уграђени анкер недовољан да изазове лом по конусу бетона и када је ширење силе недовољно велико или је сама носећа површина веома велика те је неизбежно пуцање (лом) тела анкера. Модел лома је прекид анкерног челика са дуктилношћу која зависи од типа анкерног челика као и од дубине уграђивања. Гранична носивост анкера је дефинисана једноставном формулом (1) [31]:

$$R_k = A_s \times f_{ut} \text{ (N)} \quad (1)$$

$A_s$  – активна затегнута површина пресека анкера ( $\text{mm}^2$ )

$f_{ut}$  – гранична чврстоћа челика ( $\text{N/mm}^2$ ).

Лом по конусу бетона настаје када је ангажована сила једног или групе анкера недовољна да се достигне затезна чврстоћа челика од ког је анкер(и) направљен(и). Када је размак анкера или локација једне ивице таква да се сече са развијањем пуног конуса који се извлачи, његова носивост ће се сразмерно смањити.

Угао лома конуса мерено од осе анкера варира дуж површине лома и показује велику разноликост. Према бројним ауторима који су се бавили анкерима овај угао се креће у границама од  $45^\circ$  до  $60^\circ$  степени. Неки аутори су овај угао ограничавали на вредност од  $60^\circ$  степени код плитких анкера, а насупрот томе код дубљих анкера тај угао се ограничава на вредност од  $45^\circ$  степени. Једно је заједничко за све, да уколико се повећава дубина анкеровања угао овог конуса који се цепа у бетону је све мањи. На основу бројних истраживања установљене су бројне формуле које су описивале понашање од заливених експанзионих анкера па до засецајућих анкера у бетону.

Према америчким прописима [37,38] (који се овом темом баве већ скоро три деценије) гранични капацитет при затезању у случају цепања бетона по конусу једног или групе анкера ограничава се на униформан напон од  $4\phi(f_c)^{0.5}$ . Према овом приступу напон је униформан по конусу који се деформише.

$$F_k = 4\phi\sqrt{f_c} * A \text{ [N]} \quad (2)$$

$\phi$  – фактор редукције чврстоће (узима се 0.85 за неиспуцали бетон, а 0.65 за испуцали бетон)

$A$  – збир свих пројектованих области (одузимају се преклопи и делови ван ивице елемента)

Ови стандарди нису прописали минимално растојање анкера у групи или самосталних анкера од ивице елемента. Према томе у случају малог растојања између анкера и анкера постављених сувише близу ивице доћи ће до пропасти анкера пре него што се достигне чврстоћа конуса. Због овога прописује се минимално растојање од ивице до центра анкера. Све ово се чини како би се спречило да се одломи део са стране до ивице у случају лома анкера. Минимално растојање се може израчунати на основу формуле дате у Америчком техничком пропису за бетон ACI-318M [37]:

$$m = D \times \sqrt{\frac{f_{ut}}{79.5 \sqrt{f_c}}} \text{ [cm]} \text{ где су:} \quad (3)$$

$D$  – пречник анкера [cm]

$f_{ut}$  – гранична сила затезања анкера [N/mm<sup>2</sup>]

$f_c$  – чврстоћа при притиску бетона [N/mm<sup>2</sup>]

Овај услов је постао обавезујући у Америчким нормама, а ако из конструктивних разлога то није могуће тада је неопходно постављање узенгија и опасивање пресека бетона у коме се налази анкер.

Извлачење анкера (Pullout) настаје код свих врста анкера, а најчешће код експанзионих анкера где је сила причвршћивања сувише мала да се достигне развије чврстоћа челика од кога је анкер направљен, или напон смицања да би се формирао конусан лом по бетону. Ово је типичан начин губитка носивости за анкере са клином који се средње до дубоко анкерују у бетонима са ниским чврстоћама. Овакав бетон се ломи на кришке и тиме се омогућава телу анкера да се клизањем извлачи из бетона. Узрок овоме може бити и превелика рупа у коју се постављају анкери. Овакав начин губитка носивости анкера може настати у бетону ниске чврстоће због деформације зида рупе у који се поставља анкер. У неким старијим истраживањима са почетка осамдесетих година прошлог века анкера са клином јасно је показано да је примарни начин лома за појединачне анкере или лом по бетону цепањем или извлачење анкера (Pullout) зависно од дубине анкеровања за дату величину. У том истраживању [39] само 10 од 464 анкера је имало лом налик лому цепањем бетона по конусу. Истим истраживањем утврђена је дубина анкеровања која представља границу до које се дешава губитак носивости анкера цепањем бетона по конусу. Након те границе губитак носивости анкера је на извлачење. Ова граница је установљена на око 6 пречника анкера. Међутим, на реалним испитивањима на терену утврђено је да је ова граница може бити и на много мањим дубинама анкеровања од  $6\phi$ .

Лом анкера на извлачење може настати и код заливених анкера услед недовољне дубине уграђивања да се развије чврстоћа анкерног челика или да се изазове лом цепањем конуса бетона.

Сила клизања при лому зависи од коефицијента трења између клизних површина и силе ширења при губитку носивости. Сила клизања зависи од граничне силе на лому и деформабилности бетона која варира са дубином рупе за постављање анкера и карактеристика бетона. Наведени фактори варирају зависно од врсте анкера, произвођача и начина постављања. Распростирање силе и сила клизања код металних анкера смањује се значајно са повећањем пречника рупе за инсталирање у односу на пречник анкера. Теоријска сила при којој се јавља лом клизањем се може израчунати на следећи начин:

$$F_x = \mu \times s \text{ [N]} \text{ где је:} \quad (4)$$

$\mu$  - коефицијент трења

$s$  – сила распростирања - ширења [N]

Коефицијент трења зависи највише од храпавости и чистоће саме рупе за инсталацију анкера. Поред овога зависи од прошириве чауре или клина, као и од самог распрострањања притиска у рупи за анкер. Према Wagner-Grey коефицијент трења за затежуће експанзионе анкере треба да је у границама од 0.2 до 0.3 док је за класичне металне анкере обично 0.35 [40]. Проблем коришћења ове формуле која је дата још давне 1976. године је у томе што је тешко одредити силу распрострањања због веома комплексног механизма који се јавља код ове врсте лома. Из ових разлога извођачи се ослањају највише на податке испитивања.

Због велике варијабилности силе распрострањања као и коефицијента трења формула (4) даје само апроксимативну процену силе чупања анкера. Осим овога у важним применама препоручљиво је да се испитају експанзиони анкери који типично имају лом клизањем (извлачењем). За овај начин уграђивања у пројектованој чврстоћи бетона потребно је потврдити карактеристике клизања (извлачења).

Код лома проклизавањем (извлачењем) хемијских анкера, веза између зида избушене рупе и масе за заливање је критична. Под претпоставком униформне везе, расподела напона дуж целе дужине анкеровања, узима се да је чврстоћа везе на нивоу  $9\text{N/mm}^2$  са коефицијентом варијације 10 до 15%. Може се узети са великом сигурношћу у случају хемијских анкера који се заливају полиестером и винилестером. Вредности су добијене за бетон чврстоће на притисак око  $20\text{N/mm}^2$  и дубине анкеровања од 9 пречника анкера. Чврстоћа везе се повећава директно пропорционално корену притисне чврстоће бетона.

Капацитет извлачења хемијских анкера је већи са повећањем дубине уграђивања, али након постизања дубине од 9 пречника анкера повећање капацитета није сразмерно са повећањем дубине уграђивања. То је последица високог везивања и чињенице да се велико оптерећење преноси на бетон на врху анкера. У овом случају напони везе нису више униформни и уколико је затезање сувише велико лом се иницира по бетону у горњим деловима, а потом се дешава лом и на остатку анкера.

Лом цепањем бетона настаје уколико су димензије бетона сувише мале, то јест у случају да је анкер смештен сувише близу ивице бетона или уколико су анкери постављени сувише близу један до другог. Такође, овај тип лома може настати и уколико је сила ширења сувише велика. Овакав лом је карактеристичан по томе што је коначна сила лома мања од оне која се јавља приликом лома по конусу бетона.

Затезући експанзиони и анкери са контролисаним деформацијама су типови анкера који доста чешће доживљавају лом цепањем бетона због високих бочних притисака неопходних да се одупру клизању трењем челичних клинова. Експанзиони анкери са контролисаним деформацијама генеришу веће силе ширења и захтевају веће одстојање од ивице него затезући експанзиони анкери као и засецајући анкери.

Носивост експанзионих анкера који губе носивост цепањем бетона истраживани су од стране Pusill и Wachtsuth-а још 1982. године на бази теоријских разматрања [41]. Претпостављено је да цепање наступа када напон затезања у просеку, преко критичне области, достигну затезну чврстоћу бетона. Величина ове области је одређивана на бази резултата добијених на испитивањима танких бетонских прстенова са унутрашњим притиском оптерећених концентрисаном силом. Према овој теорији неопходан бочни део бетона или размак да би се

искључио лом цепањем бетона пре достизања лома бетона по конусу, мора бити око  $1.75l_d$  или  $3.5l_d$  респективно. За класичне металне анкере бочни део бетона препоручљиво је да буде већи од  $3l_d$ . Ипак, поред опсежног испитивања, валидност ове теорије је проверена мали број пута јер постоје опречна мишљења о истој.

Други аутори међу којима је и Cannon поштујући минимално растојање од ивице, предложили су следеће критеријуме да би се спречио лом цепањем бетона на оптерећењима мањим од капацитета при лому бетона по конусу или лома на извлачење [42]:

$$m = D(11.4 - 0.9l_d) \text{ [cm]} \text{ где су:} \quad (5)$$

$m$  – минимално растојање анкера од ивице,

$D$  – пречник анкера [cm]

$l_d$  – дубина постављања анкера [cm]

Ова формула има ограничење које се огледа у минималном међусобном растојању анкера од 5 cm. Уколико је појас бетона или растојање анкера сувише мало, пукотине од цепања могу настати још у фази постављања анкера. Ово је вероватније да се деси приликом инсталације металних анкера или самобушећих анкера, него ли код затежућих експанзионих анкера због веће силе цепања приликом инсталације. Минимално растојање од ивице и минимално растојање анкера да би се спречило цепање за време постављања предложено је од стране три аутора Rehm, Elinghausen и Mallee још 1988. године на бази великог броја истраживања за различите типове анкера [37].

Табела 3.2. Минимална растојања анкера и анкера од ивице ( $l_d$ )

	Усецајући анкери	Торзиони анкери	Анкери са клином
Минимално до ивице	2.5	5.0	7.5
Минимално између анкера	2.5	2.5	6.2

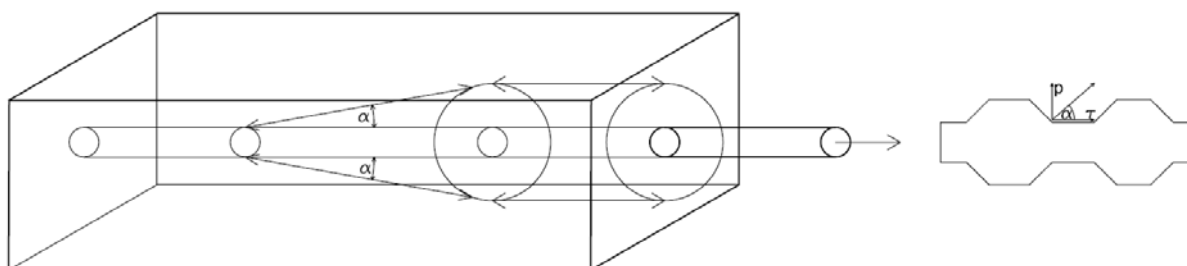
### 3.5 Веза анкера и бетона - теоријска разматрања

У претходном поглављу приказани су могући начини анкеровања као и начини губитка носивости. Све формуле које су дате за капацитете носивости у разним случајевима ломова су претежно базиране на емпиријским, то јест на експерименталним резултатима. Да би се са теоријске стране разматрала носивост анкера потребно је посматрати везу анкера и бетона. Веза се састоји генерално из три различита типа интеракције: адхезије, трења и механичког заклињавања. Сва три типа интеракције су присутна у свим врстама анкера, а који тип интеракције преовладава зависи од врсте анкера. Уопште узевши код хемијских анкера доминира ефекат адхезије али је код осталих анкера овај део носивости веома мали, у неким случајевима и занемарљив. Силе трења се не развијају док постоји пријањање већ само у случају када се деси релативно померање између анкера и бетона. Такође, треба напоменути да у случају примене глатког челика ефекти адхезије и трења су од примарног значаја. Уколико

се користи челик који није гладак (са ребрима, навојем или неки сличан) од пресудног је значаја механичко заклињавање анкера у бетон. Овај тип интеракције одређује понашање везе, нарочито дијаграма напон-деформација.

Веза анкера са бетоном путем адхезије и трења је заступљена код само једне врсте анкера док је механичко заклињавање заступљено код свих осталих врста анкера. У случају коришћења анкера код којих се користи назубљени или ребрасти челик, када се приближава лому везе, пренос силе између тела анкера и бетона се врши преко ребара на околни бетон или преко неког другог начина. Приликом затезања анкера јавља се резултујућа сила притиска, која се наноси преко ребара која се шири у околни бетон под одређеним углом. Ова сила заклињавања прави околне силе затезања у бетону око анкера. Уколико, ове силе затезања у бетону превазиђу затезну чврстоћу бетона настаје лом цепањем. Како би објаснили теоријски овај феномен механичког заклињавања размотриће се случај ребрастог челика у бетону. Разматрајући пример ребрасте арматуре објасниће се механизам заклињавања и начин како је могуће аналитички израчунати јачину везе анкера и бетона.

Овај проблем се аналитички може решити као танкозидни цилиндар од бетона који је изложен унутрашњем притиску. Унутрашњи радијус цилиндра одређен је величином шипке арматуре, док је спољашњи пречник цилиндра одређен са најмањом доступном димензијом која је обично дата са дебљином заштитног слоја бетона. Кружни притисак  $p$ , напона везе је уравнотежен тангенцијалним напоном - смичући напон затезања у бетону. Ово је најбоље приказано на слици 3.5.



Слика 3.5 - Распростирање силе дуж анкера као и на анкери

У равни арматурне шипке радијални притисак  $p$  је повезан у бетону са напоном везе  $\tau$  дуж површине тела анкера претпоставком Mohr-Coulomb-овим критеријумом лoma. Уколико је почетна адхезија занемарена (а у већини анкера осим адхезионих јесте) и угао клина  $\alpha$  је дефинисан како је приказано на слици 3.5 тада је:

$p = \tau \times \tan(\alpha)$  где се за угао  $\alpha$  често усваја вредност од  $45^\circ$  тако да се добија  $p = \tau$ .

Да би на основу ових претпоставки могли да одредимо отпорност на цепање, морају се размотрити три стања која се могу јавити у бетону приликом напрезања анкера – арматурног челика:

- Неиспуцало еластично стање односно доња граница LOWERBOUND,
- Неиспуцало пластично стање односно горња граница UPPERBOUND,
- Средње делимично испуцало еластично стање.

Еластично испуцало стање даје оптерећење када настају пукотине на површини везе бетона и челика. Делимично испуцало еластично стање даје оптерећење када лонгитудиналне пукотине иду право кроз заштитни слој бетона. Разматрајући пластичне деформације бетона, максимални капацитет носивости лежи између делимично испуцалог еластичног стања и пластичног стања.

Ради разматрања омекшавања бетона после пуцања, танкозидни цилиндар је подељен у два дела: спољашњи испуцали и унутрашњи делимично испуцали део. За унутрашњи испуцали део коришћени су разни модели за описивање омекшавања бетона при затезању као што су: Power-сов модел, експоненцијална крива омекшавања, линеарна крива омекшавања и еластокохезивни модел. Сви ови модели се базирају на почетним претпоставкама које је тешко у пракси установити.

У овом приступу усвојено је да се приликом пуцања формирају пукотине у радијалном смислу делимично испуцалог унутрашњег дела као последица тангенцијалног напона који превазилази капацитет затезања бетона. Према томе, средња крива напон-деформација за бетон на затезање која је коришћена за тангенцијални напон, интегрисана преко периметра репрезентује суму стварних дискретних пукотина. Такође, претпоставка је да су радијална померања константна дуж пресека.

Један од пионира у овој области Tarfers, дао је основу за одређивање максималног радијалног притиска  $p$  или максималног напона везе. Да би применили приступ овог истраживача неопходно је да пречник анкера означимо са  $R_a$ , за бетон спољног радијуса усваја се ознака  $R_c$  и мери се од центра анкера до најближе површине бетона. Пречник испуцалог дела бетона се означава са  $R_i$  и у овом делу напон смицања једнак је чврстоћи бетона на затезање.

Да би се овај проблем решио потребно је поставити граничне услове. Спољашњи испуцали део бетона је у еластичном домену и крећући од ове претпоставке долази се до решења решавајући класичне једначине. Користећи класичне једначине теорије еластичности радијални и смичући напони одређени су следећим једнакостима:

$$\sigma_r = -p_i \frac{\frac{R_c^2}{r^2} - 1}{\frac{R_c^2}{R_i^2} - 1}, \quad \sigma_t = p_i \frac{\frac{R_c^2}{r^2} + 1}{\frac{R_c^2}{R_i^2} - 1} \quad (6)$$

у којима можемо да извршимо смену тако да је  $\sigma_t|_{r=R_i} = f_{ct}$  па следи да је  $f_{ct} = p_i \frac{R_c^2 + R_i^2}{R_c^2 - R_i^2}$  из чега следи да је

$$p_i = f_{ct} \frac{R_c^2 - R_i^2}{R_c^2 + R_i^2}. \quad (7)$$

За унутрашњи део, морају се размотрити како напони тако и померања која се јављају у том делу. Приликом пуцања бетона долази до ефекта његовог омекшавања. Да би се описао овај ефекат омекшавања бетона усваја се да се пукотине у бетону формирају радијално од смичућег напона када се достигне чврстоћа бетона на затезање  $f_{ct}$ . Према овим претпоставкама све формуле које су дате, написане су у зависности од средњих напона, дилатација и клизања  $\epsilon_t$  обухваћеног преко периметра и представљају суму стварних, дискретних пукотина. Као резултат укупно тангенцијално издужење  $\delta_t$  на радијалном растојању

$r$  изражава се као сума од  $n$  ширина пукотина плус линеарно-еластично издужење бетона између пукотина и изражава се:  $\delta_z = 2r\pi\varepsilon_z$ . На растојању  $R_i$ , затезна чврстоћа бетона  $f_{ct}$  је достигнута али на тој величини пречника нема формираних пукотина. Тада је укупно смичуће издужење једнако:  $\delta_z = 2R_i\pi\varepsilon_z \approx 2\pi R_i(f_{ct}/E_o) = 2R_i\pi\varepsilon_{ct}$  где је  $\nu$  у потпуности занемарен

Poisson`с-ов ефекат.  $E_o$  је почетни модул еластичности бетона и  $\varepsilon_{ct}$  је капацитет смичућих деформација  $\varepsilon_{ct} = f_{ct}/E_o$ . Приликом овог прорачуна радијално померање  $u_r = R_i\varepsilon_{ct}$  усвојено

је као константно. Разматрајући компатибилност између испуцалог и неиспуцалог дела мора се имати у виду следећа формула:  $\delta_z = 2r\pi\varepsilon_z = 2R_i\pi\varepsilon_{ct}$  на основу које се за средње смичуће деформације на растојању  $r$  од центра анкера изводи следећа формула:  $\varepsilon_z = \frac{R_i}{r}\varepsilon_{ct}$ . У овој једначини  $\varepsilon_z$  је повезано конститутивним једначинама бетона за напоне затезања. За већину класичних бетона веза напон-деформација се може дефинисати као три линеаран дијаграм на следећи начин:

$$\sigma_z = E_o\varepsilon_z, \quad \varepsilon_z \leq \varepsilon_{ct}, \quad (8)$$

$$\sigma_z = f_{ct} \left[ 1 - \frac{0,85(\varepsilon_z - \varepsilon_{ct})}{\varepsilon_u - \varepsilon_{ct}} \right], \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_z \leq \varepsilon_1, \quad (9)$$

$$\sigma_z = 0,15f_{ct} \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_z}{\varepsilon_u - \varepsilon_1}, \quad \varepsilon_1 \leq \varepsilon_z \leq \varepsilon_u. \quad (10)$$

Овим једначинама пуцање бетона је моделовано као процес омекшавања бетона који почиње са прекорачењем носивости бетона на смичуће напоне (напоне затезања) у тренутку када је  $\varepsilon_z > \varepsilon_{ct}$ . Такође, закључено је да напон затезања при  $\varepsilon_z = \varepsilon_u$  кореспондира нултој чврстоћи на затезање (смицање). У случају вредности дилатација за  $\varepsilon_1 = 0,003$  и  $\varepsilon_u = 0,02$  дат је трилинеарни дијаграм за однос напона и дилатација. Ове вредности су карактеристичне за класичне бетоне уобичајних чврстоћа бетона.

На основу услова датих дуж било ког радијално испуцалог пресека добија се следећа једнакост уводећи омекшавајућа својства бетона:  $pR_o = p_i R_i + \int_{R_o}^{R_i} \sigma_z dr$  где је  $\sigma_z$  смањени напон смицања делимично испуцалог бетона унутрашњег дела. Да би се решио интеграл из ове једнакости мора се узети у обзир и веза између  $\sigma_z$  и  $\varepsilon_z$ . Према једнакости  $\varepsilon_z = \frac{R_i}{r}\varepsilon_{ct}$  може се извући следећа једнакост ако се узме за дилатацију клизања на растојању  $r = R_o$  да је  $\varepsilon_{to}$ .

$$\frac{\sigma_{to}}{\varepsilon_{ct}} = \frac{R_i}{R_o} \quad (11)$$

Једнакост (11) се уводи тако што се даје однос између  $R_c$  и  $R_i$  као:  $\frac{\sigma_{to}}{\varepsilon_{ct}} = \frac{R_i}{R_o} < \frac{R_c}{R_o}$ . У овом случају  $\varepsilon_{to}$  се налази између  $\varepsilon_{ct}$  и  $\varepsilon_u$  те се интеграл у једнакости може добити обједињавајући претходне једнакости и релације између  $\varepsilon_{to}$ ,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_u$ :  $\frac{R_i}{R_o} < \frac{R_c}{R_o} < \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{ct}}$ .



$$I = \int_{R_0}^{R_i} \sigma_t dr = \int_{R_0}^{R_i} f_{ct} \left[ 1 - \frac{0.85(s_t - s_{ct})}{s_1 - s_{ct}} \right] = \frac{f_{ct}(s_1 - 0.15s_{ct})}{(s_1 - s_{ct})} (R_t - R_0) - \frac{0.85R_t f_{ct}}{s_1 - s_{ct}} \ln \frac{R_t}{R_0}$$

У случају да је  $\frac{s_u}{s_{ct}} < \frac{R_t}{R_0} < \frac{R_g}{R_0} \leq \frac{s_u}{s_{ct}}$  и ако је  $RR_1 = \frac{R_t s_{ct}}{s_1}$  имамо да је:

$I = \int_{R_0}^{R_i} \sigma_t dr = I_1 + I_2 = \int_{R_0}^{RR_1} \sigma_t dr + \int_{RR_1}^{R_i} \sigma_t dr$ , а после решавања интеграла  $I_1$  и  $I_2$  добија се:

$$I_1 = \int_{R_0}^{RR_1} \sigma_t dr = \frac{0.15 f_{ct}}{s_u - s_1} \left( s_u \frac{R_t s_{ct} - R_0 s_1}{s_1} - R_t s_{ct} \ln \frac{R_t s_{ct}}{R_0 s_1} \right)$$

$$I_2 = \int_{RR_1}^{R_i} \sigma_t dr = \frac{f_{ct}}{s_1 - s_{ct}} \left[ (s_1 - 0.15 s_{ct}) \frac{R_t (s_1 - s_{ct})}{s_1} - 0.85 R_t s_{ct} \ln \frac{s_1}{s_{ct}} \right]$$

У случају да је  $\frac{s_u}{s_{ct}} < \frac{R_t}{R_0} < \frac{R_g}{R_0}$  није потребно разматрати јер лом везе у том случају је извлачење, а не лом цепањем бетона.

Све добијене једнакости за интегрални део могу се заменити у једначину за радијални притисак па се може тај притисак изразити на следећи начин:

$$PR_0 = R_t f_{ct} \frac{R_i^2 - R_0^2}{R_i^2 + R_0^2} + I \quad (12)$$

где  $I$  зависи од односа  $\frac{R_g}{R_0}$ .

Када се ова једначина диференцира по  $R_i$  добијамо:

$$\frac{d\left(\frac{PR_0}{f_{ct}}\right)}{dR_i} = \frac{R_i^2 - R_0^2 - 4R_i^2 R_0^2}{(R_i^2 + R_0^2)^2} + I' \quad (13)$$

Када имамо случај да је  $\frac{R_t}{R_0} < \frac{R_g}{R_0} \leq \frac{s_u}{s_{ct}}$  тада добијамо да је:

$$I' = \frac{1}{s_1 - s_{ct}} \left[ (s_1 - 0.15 s_{ct}) - 0.85 s_{ct} \left( 1 + \ln \frac{R_t}{R_0} \right) \right]$$

Док је у случају када је  $\frac{s_u}{s_{ct}} < \frac{R_t}{R_0} < \frac{R_g}{R_0} \leq \frac{s_u}{s_{ct}}$  следи  $I' = I_1' + I_2'$  где су:

$$I_1' = \frac{0.15}{s_u - s_1} \left[ \frac{s_u s_{ct}}{s_1} - s_{ct} \left( 1 + \ln \frac{R_t s_{ct}}{R_0 s_1} \right) \right] \text{ и}$$

$$I_2' = \frac{s_1 - 0.15 s_{ct}}{s_1} - \frac{0.85 s_{ct}}{s_1 - s_{ct}} \ln \frac{s_1}{s_{ct}}$$

Када једнакост (13) изједначимо са нулом и решимо по  $R_i$  неким од нумеричких поступака решавања интеграла, можемо добити максималан притисак  $P_{max}$ . Узимајући одговарајући  $R_u$  једначини (12) као резултат добијамо напон везе између бетона и анкера или арматуре зависно од тога шта се посматра.

Као што се из датог прорачуна види за извођење коначних формула за напон везе између анкера односно арматуре са бетоном неопходно је познавање конститутивних једначина односно зависност између напона и деформација. Поред учињених претпоставки ако су нам познати односи између напона и деформација могуће је извршити комплетан прорачун. Горе приказани прорачун односи се на класичне бетоне. Када се у бетону користе влакна било ког типа и када се уместо класичног бетона разматра бетон високих чврстоћа посебна пажња треба да се посвети дефинисању односа напона и деформација при затезању бетона.

У случају када се примењују влакна формирана бетонска матрица може имати различито понашање при затезању зависно од количине влакана која се примењује у бетону. Тако можемо разликовати три основна типа понашања када испуца матрица цементног композита. У стварности се ова подела врши апроксимативно на бетоне са малом, средњом и великом количином влакана.

У случају мале количине влакана у цементном композиту губитак носивости десиће се одмах после лома цементне матрице.

Код примене средње количине влакана у цементном композиту капацитет носивости може се смањити за неки одређени ниво, али ће се композит и даље опирати оптерећењу које је мање од вршног оптерећења. Када матрица испуца оптерећење се преноси из композита на влакна у делу пукотине. Према томе даљи капацитет носивости долази од трансфера на влакна дуж пукотине.

Уколико се примењује велика количина влакана, пошто цементна матрица испуца, влакна ће да носе повећано оптерећење. Уколико је много влакана дуж пукотине, она ће се опирати већим оптерећењима од онога када се пукотина појавила. Крутост матрице ће се смањити због губитка удела у носивости цементне матрице.

## 3.6 Закључак

Циљ овог поглавља није био да се опишу све врсте и начини прорачуна носивости анкера, већ да се приближи веома компликована материја која се обрађује у докторској дисертацији. Велики број типова анкера по својој природи немогуће је описати и генерализовати њихово решавање, односно не постоји јединствен прорачун за све типове. Овако сложен прорачун често је од случаја до случаја скоро немогуће решити па струка прибегава емпиријским закључцима. Пре свега овакви прорачуни су веома ретки, а у пракси се врше комплетна испитивања како би се установила носивост анкера. Ипак, на нивоу пројектовања испитивања најчешће нису доступна и неопходно је предвидети носивост анкера. Ова чињеница може бити велики проблем нарочито у случају санација конструкција где се може очекивати значајно различит квалитет бетона на деловима конструкција. Алати и поступци који могу омогућити добијање што тачнијих вредности носивости анкера су пожељни, посебно када се ради о релативно новим врстама микроармираног бетона са веома високим чврстоћама.

---

## IV ИСТРАЖИВАЊА У ОБЛАСТИ АНКЕРА – ПРЕГЛЕД СТАЊА

---

## 4.1 Преглед стања у области истраживања

Узимајући у обзир значај анкера у конструкцији јасно је да носивост и стабилност конструкције у којој се користе анкери, не сме бити доведен у питање. Поред пројекта конструкције у коме је спроведен прорачун и доказана носивост анкера, током грађења, у складу са прописима, неопходно је да се испита (провери) носивост анкера. Испитивања уграђених анкера врше се у складу са стандардима и прописима државе или према захтеву пројектанта. Због великог броја врста анкера стандардизовано је неколико метода испитивања. У Србији се испитивања анкера врше у складу са DIN, EN и SIA нормама. Стандардна испитивања имају ограничења у погледу величине узорка или примењене силе. Стандардом дефинисана испитивања тешко је применити без модификација у истраживањима.

Основни разлог испитивања је одређивање силе носивости анкера. Потребно је испитати колику силу може анкер да носи, а на основу силе могуће је одредити напон везе између анкера и бетона. Велики број истраживача се бавио овим испитивањима.

Напон везе или чврстоћа везе бетон-арматура рачуна се на основу резултата pull out теста или теста на греди. Директни pull out тест је најстарији, најједноставнији, најраспрострањенији и тест који се редовно користи свугде у свету. У тесту се аксијална сила затезања наноси на анкер (арматуру) уграђену у цилиндричне, призматичне узорке или саму конструкцију. Напон везе се рачуна на основу добијених резултата силе и формула које се могу наћи у литератури и стандардима.

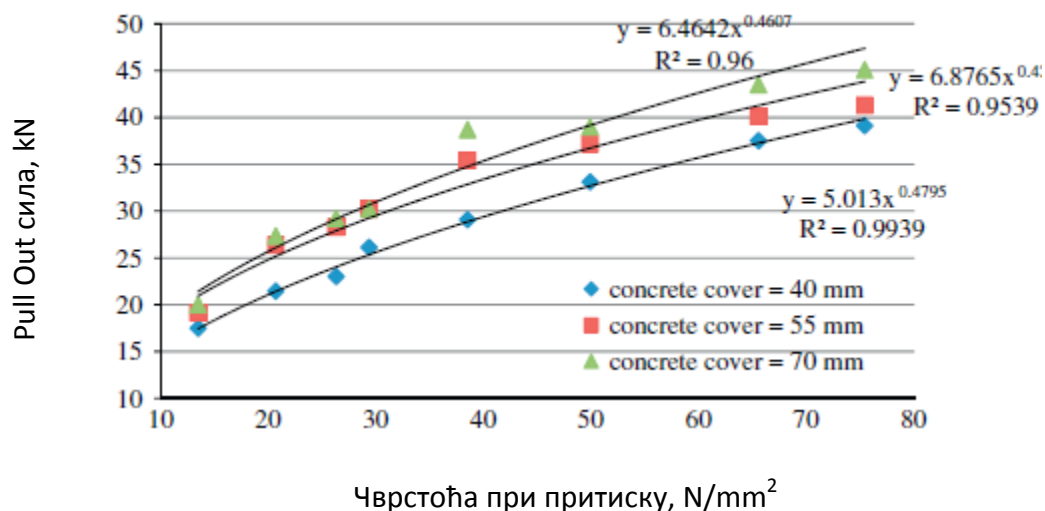
У раду [44] Arel и Yazıcı истраживали су носивост анкера у више класа класичног бетона зависно од удаљености анкера од ивице бетона. Класе бетона су биле у распону од C8/10 до C60/75 и удаљености анкера од ивице 40, 50 и 70mm. На слици 4.1 дати су у облику дијаграма добијени резултати испитивања. На основу резултата изведена је формула за одређивање носивости (максималне силе) анкера у класичном бетону.

$$F = 3f_{ct} + \frac{f_c + E_c + 4f_{ct}}{t_c + t + 9f_{ct}} [kN] \text{ где су,}$$

$F$  – Носивост анкера, kN;  $f_c$  – чврстоћа при притиску бетона, МПа;  $f_{ct}$  – чврстоћа при затезању цепањем, МПа;  $E_c$  – модул еластичности бетона, GPa;  $t$  – растојање од анкера до ивице бетона, mm.

Рачунске вредности носивости анкера, које су добијене предложеним аналитичким изразом упоредили су са резултатима истраживања других аутора. Резултати анализа дати су у табели 4.1.

Закључак истраживања је био да највећи утицај на носивост анкера има чврстоћа бетона на затезање (у конкретном случају одређена методом цепања). Утицај чврстоће бетона при притиску није велики ако се узме да је допринос од класе C8/10 до C60/75 био око 25%.



Слика 4.1 - Резултати испитивања анкера [44]

Табела 4.1 Анализа резултатат испитивања Arel and Yazici [44]

Истраживач	d (mm)	l <sub>e</sub> (mm)	t (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>ct</sub> (MPa)	E (GPa)	P <sub>d</sub> (kN)	P <sub>t</sub> (kN)	P <sub>t</sub> /P <sub>d</sub> (%)
Yazic and Inan	14	5d	40	51	2.76	33.6	40.3	28.7	71
				40.8	2.52	30	31.5	26.9	85
				30	2.23	25.7	21	24.6	117
Yeih	13	5d	45	35.9	2.7	28.2	30.7	28.1	92
Xiao and Falkner	10	5d	45	43.5	2.97	31.0	27.3	30.0	110
				39.3	2.82	29.5	27.1	28.8	107
				34.6	2.65	27.7	27.3	27.8	102

Анкерима у бетону високе чврстоће бавила се група аутора D.Shen и остали [45]. Према том истраживању у бетону високе чврстоће испитивани су анкери пречника 16mm и дубине анкеровања 80mm. Испитивања су рађена директним “pull out” тестом, а уграђивани су анкери у коцке ивице 160mm. Резултати испитивања су приказани преко у функцији везе бетон-арматура. Напон везе добијен је на основу формуле:

$$\tau_{max} = \frac{F}{\pi d l_e} \text{ [N/mm}^2\text{]} \text{ где су:}$$

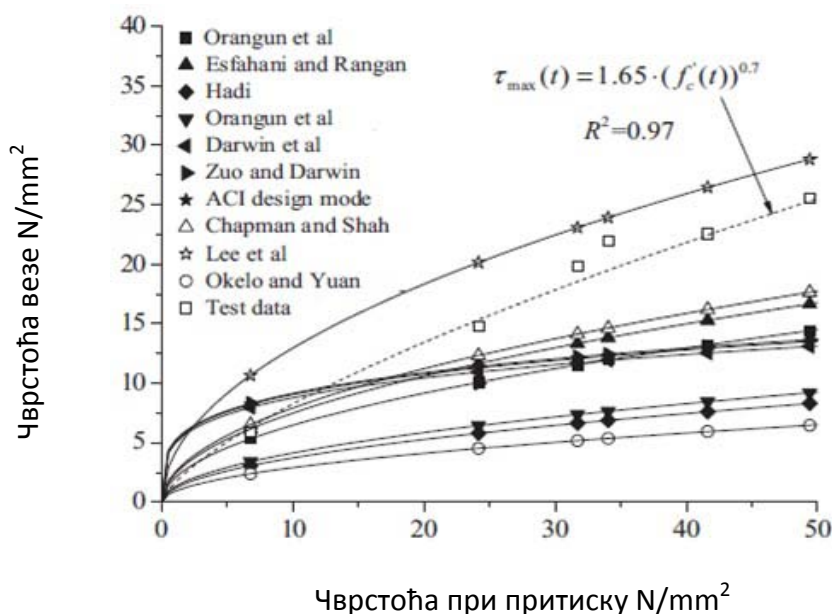
$\tau_{max}$  – напон везе, МПа;  $F$  - гранична сила носивости, kN;  $d$  - пречник анкера, mm;  $l_e$  - дужина (дубина) анкеровања, mm.

Према добијеним резултатима предложена је израз за одређивање напона везе:

$$\tau_{max} = 1.65 * (f_c)^{0.7} \text{ [N/mm}^2\text{]} \text{ где су:}$$

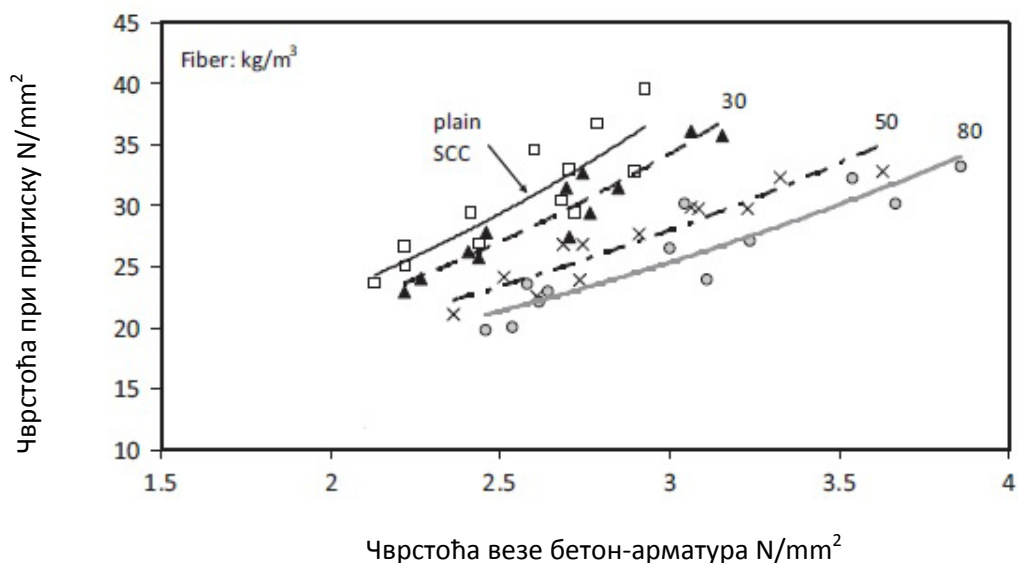
$\tau_{max}$  – је напон везе, МПа;  $f_c$  – чврстоћа при притиску бетона на цилиндрима, МПа.

Експериментални резултати су били у сагласности са рачунским вредностима. Након тога су предложена формула и добијене резултате упоредили са још десет формула познатих у пракси. Резултати поређења дати су на слици 4.2.



Слика 4.2 - Анализа резултата D. Shen и остали [45]

Истраживања на пољу микроармираног бетона све су чешћа. Ghavidel и остали [46] су у истраживању анкера у самозбијајућем бетону користили влакна дужине 50mm и пречника 0.8mm. У мешавину бетона употребљено је 0%, 0.38%, 0.64% и 1% влакана запремински, односно  $0\text{kg/m}^3$ ,  $30\text{kg/m}^3$ ,  $50\text{kg/m}^3$  и  $80\text{kg/m}^3$  влакана респективно. Спроведена су испитивања носивости анкера пречника 14mm за три различите старости бетон 7, 28 и 90 дана. Резултати истраживања приказани су на слици 4.3.

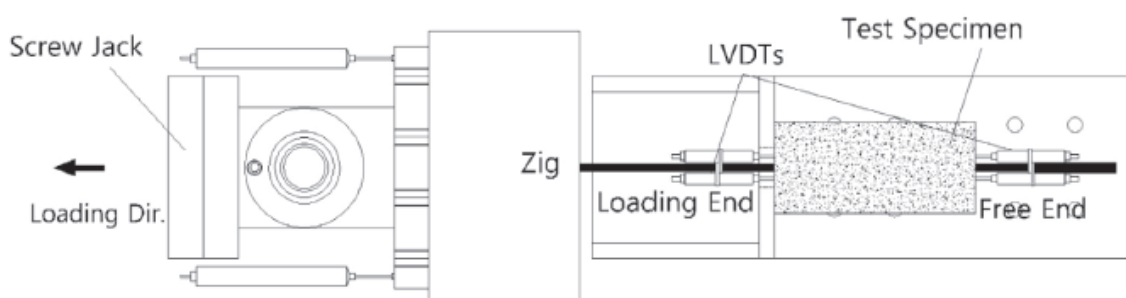


Слика 4.3 - Однос чврстоће везе и чврстоће при притиску

Аутори су у раду посветили пажњу утицају старости бетона на чврстоћу везе. Један од закључака истраживања је да се са повећањем количине влакана у самозбијајућем бетону повећава и носивост везе бетон-арматура. На дијаграму са слике 4.3 јасно се види колики је утицај влакана на везу бетон-арматура узимајући у обзир чврстоћу при притиску бетона и количину влакана.

Још од 90-тих година прошлог века су Richard и Cheyrezy у Француској развили први RPC (Reactive Powder Concrete) који је могао достићи чврстоће при притиску од 150MPa и више, а чврстоће при затезању и до 30MPa [10]. RPC има већу запреминску масу од класичног бетона али у њему се не користи крупни агрегат као у класичном бетону високих чврстоћа. Недостатак крупног агрегата чини да овај бетон има изражен крт лом при притиску и затезању. Понашање овог бетона при “pull out” испитивањима је у многоме различито од класичног бетона. Истраживачи су радили на овом пољу и предложили више модела понашања за максималну сили носивости и везу бетон-арматура (анкер). Ови модели су претежно развијани за класичне бетоне и у њима се као основ узима чврстоћа при притиску. Скоро у свим моделима веза бетон-арматура је директно пропорционална корену чврстоће при притиску. Када се модели примењују на бетоне веома високих чврстоћа види се да постоје одређена ограничења у примени. Приликом примене неких од модела у бетонима веома високих чврстоћа добијају се дужине анкеровања које су и до 7 пута веће од дужина анкеровања за класичне бетоне. Ако би ова чињеница била тачна примена бетона веома високих чврстоћа нема сврху са економског аспекта. Дошло се до закључка да већина израза који данас постоје не могу да се примене на бетоне веома високих чврстоћа.

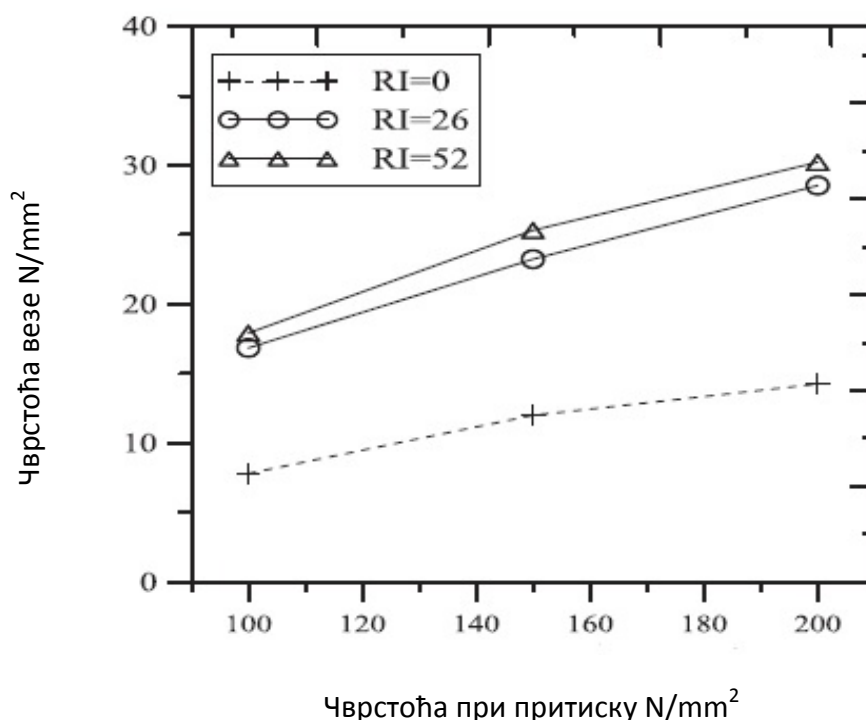
Једно од најобимнијих истраживања спровела је група аутора на челу са V.I. Вае [47]. Истраживање је рађено на бетонима чврстоће при притиску 100, 150 и 200MPa. Запремински удео влакана у свим бетонима вариран је од 0, 1 и 2%. У истраживању је коришћена једна врста анкера пречника 13mm од арматуре B500B. Дубина анкеровања усвојена је на свега 40mm за све узорке, а анкери су уграђивани у призматичне узорке. Поред носивости испитиван је утицај дебљине заштитног слоја бетона на носивост. Испитивања су рађена према диспозицији датај на слици 4.4.



**Слика 4.4** - Диспозиција испитивања V.I.Вае и остали [47]

У раду су приказани резултати носивости анкера у бетону веома високих чврстоћа са микроарматуром. Коришћена су влакна дужине 13mm и пречника 0.5mm. Из добијених резултата испитивања носивости израчуната је вредност напона везе бетон-арматура као код класичних бетона. Потом је вршена анализа тако добијених резултата. На слици 4.5 приказан је

однос чврстоће при притиску и напона везе. Са приказаног дијаграма јасно је да је повећање напона везе бетон-арматура у бетонима са микровлакнима више од 100% за било коју класу чврстоће бетона (100, 150 и 200MPa).



**Слика 4.5** - Однос чврстоће при притиску и напона везе у RPC

На слици је количина влакана приказана преко RI индекса влакана у бетону. RI=0 без влакана, RI=26 са 1% влакана и RI=52 са 2% влакана.

На основу прегледа стања у области истраживања анкера претежно су изнети резултати који се односе на затезање анкера. Мали број истраживача се бавио смицањем анкера где резултата практично да и нема на пољу микроармираног бетона. За испитивање смицања анкера не постоји јединствен начин испитивања као ни стандардизована метода па рад на овом пољу може омогућити развој нових метода. Посебно је значајно испитивање смицања анкера у микроармираном бетону веома високих чврстоћа због механичких карактеристика како бетона тако и анкера. Микроармирани бетон зависно од величине влакана и њиховог процентуалног учешћа има различита понашања.



---

# V СТАТИСТИЧКЕ И МЕТОДЕ МЕКОГ ПРОГРАМИРАЊА

---

## 5.1 Увод

Велики напредак у области операционих истраживања и техникама меког програмирања омогућен је развојем у области рачунарства као и све већих истраживања на пољу техника оптимизације. Алгоритми инструисани природом интензивно су се развијали у XX веку и нашли су велику примену у науци, економији, техници и слично. Неуронске мреже су инспирисане човековим мозгом и начином на који он ради.

Традиционални приступ обухвата класичне статистичке методе које су усвршене током дугог периода. Коришћење рачунара омогућава једноставну примену статистичких метода. Некада ограничења у погледу броја узорака данас нису више актуелна, чак шта више за озбиљније истраживање неопходан је велики број резултата за обраду. Код истраживања потребно је дефинисати улазне параметре, а кроз експеримент се одређује колики утицај неки од параметара има на излазни резултат. Поставка експеримента и нумеричка техника факторијалне анализе може одредити утицај улазног фактора на излазни параметар. Све класичне методе, па и факторијална анализа, имају ограничења јер је добијање односа између улазних параметара практично немогуће добити. Установити математичку зависност између улазних и излазних параметара је ипак ограничено на унапред одређену тачност. Да би се усвојени модел оценио неопходно је да се проба више различитих и на основу тога се изабара одговарајући.

Ограничења која се јављају приликом обраде резултата, и често веома компликоване везе између параметара у класичним статистичким методама довели су до развоја нових метода у операционим истраживањима. Нове методе су често инспирисане природним процесима. Један од најсложенијих процеса у природи је размишљање односно обрада података и закључивање у мозгу човека. Једна од симулација овог процеса покушана је кроз неуронске мреже. Симулиран је рад самог мозга преко његове архитектуре и самог рада, а за основу је узет вештачки неурон као математичка функција. У људском мозгу активирање неурона се дешава само уколико се пређе одређени праг надражаја. У вештачким неуронима праг надражаја се симулира као одређена вредност која доводи до активације неурона. Као симулација архитектуре мозга у вештачким неуронским мрежама формира се више слојева тако што је сваки неурон претходног слоја повезан са свим неуронима наредног слоја.

## 5.2 Факторијална анализа

### 5.2.1 Увод

Бетон као комозитни материјал састављен је од више материјала. Тако добијен композит има веома специфичне карактеристике које се описују са више параметара. Непрекидно усавршавање компонентних материјала доводи до потребе проучавања и праћења све већег броја својстава. Ово доводи до гомилања података и својстава која су у веома комплексним односима. Да би се јасно дефинисала својства потребно је установити моделе и поступке који пружају јасну слику повезаности параметара у истраживањима. У пракси су најчешће у употреби методе униваријатне анализе које анализирају варијабиле појединачно. Ове методе не пружају довољно могућности за обједињавање вишеструких утицаја. Овакав приступ није добар ни за научна истраживања.

Вишеваријатна анализа је део статистике који се бави анализом утицаја више варијабиле на једну или више варијабиле. Главна хипотеза у овој анализи је да су варијабиле међусобно толико зависне да једна или више њих се не може разматрати сама за себе (Kendall 1957, према Cooley and Lohnes 1971).

Технички гледано на  $p$  варијабиле истраживач у оваквом приступу посматра  $p(p-1)/2$  коваријанси ( $cov.$ ) између варијабиле као и  $p$  просека ( $\bar{x}$ ) и  $p$  варијанси ( $s^2$ ). Споменути параметри  $\bar{x}$ ,  $s^2$  и  $cov.$  су параметри мултиваријатне нормалне расподеле, која представља математички модел на којем се темеље вишеваријатне статистичке процедуре.

Вишеваријатне методе омогућавају проучавање веза, употребљивости, значајности комплексно зависних или независних мерних или категоријских варијабиле и то обједињеном вишеваријатном анализом.

Теоретичари су систематизовали и класификовали мултиваријатне методе на различите начине. Таква једна класификација дата је од стране Kendall-а, а многи аутори после њега подржали су ту класификацију. У табелама 5.1 и 5.2 дате су предложене класификације[48].

Факторијална анализа (*Factorial analysis*) статистички је приступ за анализу структуре међусобних односа већег броја варијабиле дефинисањем скупа (сета) заједничких скривених димензија то јест фактора.

У факторијалној анализи основна идеја је да се скуп (сет) од  $p$  варијабиле дефинише са мањим бројем фактора. Главни циљ је одређивање фактора и одређивање степена до кога су изворне варијабиле објашњене сваком димензијом то јест фактором.

Табела 5.1 Статистичке методе које се темеље на зависности

Варијабле	Зависна(е)			
	Једна		Више	
Независна(е)	Мерна	Категоријска	Мерна	Категоријска
Једна: мерна	регресија	- Дискриминантна анализа - логистичка регресија	- Каноничка корелација	-Multiple-group дискриминантна анализа (МДА)
Једна: категоријска	- t-тест	- Дискретна дискриминантна	- MANOVA	- Дискретна МДА

		анализа		
Више: мерних	- Мултипла регресија	- Дискриминантна анализа - логистичка регресија	- Каноничка корелација	- МДА
Више: категоријских	- ANOVA	- Дискретна дискриминантна анализа - Conjoint анализа	- MANOVA	- Дискретна МДА

Табела 5.2 Статистичке методе које се темеље на међузависности

Варијабле	Тип	
Број	Мерне	Категоријске
2	- Једноставна корелација	- Двосмерна таблица контингенције - Логлинеарни модели
Више од 2	- Анализа главних компонената - Факторијална анализа	- Вишесмерна таблица контингенције - Логлинеарни модели - Анализа кореспонденције

Заједнички (општи) фактор (*commonfactor*) невидљива је хипотетичка варијабла која доприноси варијанси из барем две изворне варијабле. Израз фактор најчешће се односи на заједнички фактор. Јединствен или специфичан фактор (*unique*), такође је невидљива, хипотетичка варијабла која доприноси варијанси у само једној изворној (почетној) варијабли.

Општи облик заједничких фактора у матричном облику је:

$$Y = XB + E$$

**X** – матрица факторијалних оптерећења, **B** – матрица заједничких фактора.

Факторијална оптерећења (*factorialloadings*) једноставне су корелације између било које изворне варијабле и фактора. Ово је кључ за разумевање природе самих фактора.

Квадрат факторијалних оптерећења је комуналитет (*communality*) и представља удео варијансе одређене изворне варијабле у укупној варијанси (сума варијанси свих варијабли у анализи) који је објашњен уведеним фактором. Остатак који није објашњен уведеним фактором или факторима, дакле разлика укупне варијансе и комуналитета је део варијансе специфичан, јединствен за сваку појединачну варијаблу.

Дакле: (факторијално оптерећење)<sup>2</sup> = комуналитет

$$\text{укупна варијанса} - \text{комуналитет} = \text{специфична варијанса}$$

Факторијалном анализом процењује се комуналитет за сваку варијаблу. Процена комуналитета врши се на основу две претпоставке:

- јединствени фактори су неколинеарни између себе
- јединствени фактори су неколинеарни са заједничким фактором

Приликом издвајања предпоставља се да су заједнички фактори међусобно некорелисани са варијансом један. У том случају модел заједничких фактора подразумева да је коваријанса дата изразом:

$$\mathbf{C} = \mathbf{V}\mathbf{V} + \mathbf{U}^2 \quad (15)$$

где је  $\mathbf{C}$  матрица коваријанси бележених, изворних варијабли, а  $\mathbf{U}^2$  је дијагонална матрица коваријанси јединствених фактора.

Ако су изворне варијабле стандардизоване тада ће једначина (15) дати коефицијенте корелације уместо коваријансе и у том смислу заједнички фактори објашњавају корелације између изворних варијабли.

Уколико резултате факторијалне анализе није могуће интерпретирати, могуће их је појаснити и учинити мање субјективним методама факторијалне ротације. Ротације фактора се спровode применом несингуларне линеарне трансформације. Такву ротирану матрицу, у којој сви коефицијенти износе 0 или  $\pm 1$  лакше је интерпретирати. Ротације могу бити ортогоналне (orthogonal) или косе (oblique). Ако се фактори ротирају ортогоналним трансформацијама (varimax, quartimax, equamax, orthomax, parsimax) они остају и даље некорелисани, а ако су ротирани косом ротацијом (promax, procrustes) фактори постају корелисани. Косе ротације чешће дају корисна решења него ортогоналне. Међутим, последица корелисаних фактора је да не дају јединствено и недвосмислено мерило важности фактора за објашњење варијабли и тако они не дају све неопходне информације за интерпретацију фактора: морају се испитати и факторијална структура и референтна структура. За већину проблема најбоља је она ротација која је најлакша за интерпретацију.

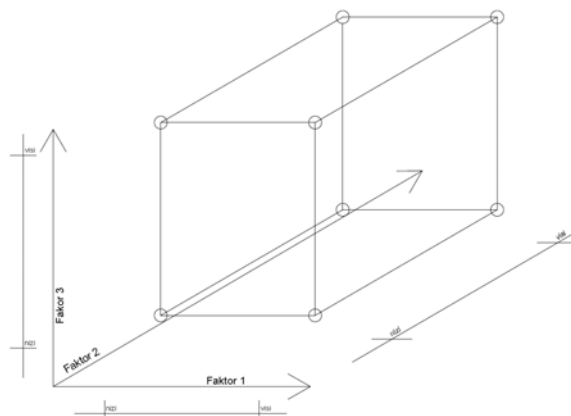
## 5.2.2 Факторијални експерименти

Факторијални експеримент се користи када је потребно испитати утицај више фактора на неку посебну карактеристику. Постоји неколико специјалних случајева факторијалних експеримената који су битни, не само због своје широке употребе у истраживањима већ и због тога што чине основу за друге моделе експеримената. Најбитнији међу њима је свакако експеримент који има  $K$  фактора од којих сваки има тачно два нивоа или третмана. Ови нивои могу бити квалитативне и квантитативне вредности. Сва могућа понављања оваквог огледа захтевају  $2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^K$  посматрања и због тога се и називају  $2^K$  факторијални експерименти.

Факторијални експерименти су погодни за ране фазе истраживања где често буде много фактора чије је утицаје потребно испитати. Оваква анализа омогућава најмањи број корака да се потпуно спроведе факторијални експеримент. Како се у овом случају ради о експерименту  $2^3$  он ће укратко бити и приказан, а поред њега и општи случај  $p^K$ .

### 5.2.2.1 $2^3$ факторијални експеримент

Уколико се посматра експеримент са три фактора А, В и С, сваки са по два нивоа или третмана. Експеримент се с тога назива  $2^3$  факторијални експеримент и има укупно осам могућих комбинација нивоа (третмана). Те комбинације се могу графички приказати због три фактора као коцка слика 5.1. Темена коцке се у том случају обележавају комбинацијама нивоа (третмана) са (1),  $a$ ,  $b$ ,  $ab$ ,  $c$ ,  $ac$ ,  $bc$  и  $abc$ , и осим тога представљају и укупне вредности свих  $n$  опсервација одговарајућих комбинација нивоа (третмана).



Слика 5.1 - Шематски приказ факторијалног експеримента  $2^3$

У свим експериментима најчешће се користе две врсте нотације + и - или 1 и 0. Са + и 1 означавају се виши нивои, а са - и 0 нижи нивои. Тако за овај случај имамо две могуће нотације и оне су приказане у табели 5.3.

Табела 5.3 Нотација у факторијалном експерименту  $2^3$

Могућност	A	B	C	Комбинација	A	B	C
1	-	-	-	(1)	0	0	0
2	+	-	-	a	1	0	0
3	-	+	-	b	0	1	0
4	+	+	-	ab	1	1	0
5	-	-	+	c	0	0	1
6	+	-	+	ac	1	0	1
7	-	+	+	bc	0	1	1
8	+	+	+	abc	1	1	1

Постоји седам степени слободе међу осам могућих комбинација нивоа у  $2^3$  факторијалним експериментима, то јест, по један степен слободе за сваки фактор А, В, С, затим по један степен слободе за сваку интеракцију АВ, АС, ВС, и на крају један степен слободе за интеракцију АВС. Следећи корак јесте да се формулишу главни ефекти. Прво се изражава главни ефекат фактора А као средњу вредност његових ефеката за различите комбинације нивоа фактора В и С: ефекат фактора А када су В и С на ниском нивоу  $((a-1)/n)$ , ефекат фактора А када је В на високом нивоу и С на ниском нивоу  $((ab-b)/n)$ , ефекат фактора А када је В на ниском нивоу и С на високом нивоу  $((ac-c)/n)$  и ефекат фактора А када су В и С на високом нивоу  $((abc-bc)/n)$ . Добијена средња вредност ових четири је:

$$A = 1/4n(a-1) + ab - b + ac - c + abc - bc$$

За факторе В и С поступак је исти и добијени су главни ефекти на следећи начин:

$$B = 1/4n(b-1) + ab - a + bc - c + abc - ac$$

$$C = 1/4n(c-1) + ac - a + bc - b + abc - ab$$

Други начин да ово добијемо јесте да посматрамо разлику између средњих вредности када је одговарајући фактор на вишем нивоу и средњих вредности када је одговарајући фактор на нижем нивоу. На тај начин се добије:

$$A = \overline{X_{A^+}} - \overline{X_{A^-}} = \frac{a + ab + ac + abc}{4n} - \frac{(1) + b + c + bc}{4n} = \frac{1}{4n}(a + ab + ac + abc - (1) - b - c - bc)$$

$$B = \overline{X_{B^+}} - \overline{X_{B^-}} = \frac{b + ab + bc + abc}{4n} - \frac{(1) + a + c + ac}{4n} = \frac{1}{4n}(b + ab + ac + abc - (1) - a - c - ac)$$

$$C = \overline{X_{C^+}} - \overline{X_{C^-}} = \frac{c + ac + bc + abc}{4n} - \frac{(1) + a + b + ab}{4n} = \frac{1}{4n}(c + ac + bc + abc - (1) - a - b - ab)$$

Даље ће нам требати ефекти двофракцијске интеракције. Мера АВ интеракције је разлика између просечних вредности ефеката фактора А за два нивоа фактора В. Простим математичким операцијама добија се вредност за:

$$AB = \frac{abc - bc + ab - b - ac + c - a + (1)}{4n}$$

$$AC = \frac{abc - bc - ab + b + ac - c - a + (1)}{4n}$$

$$BC = \frac{abc + bc - ab - b - ac - c + a + (1)}{4n}$$

На крају се срачунава трофракцијска интеракција као просечна разлика између рецимо интеракције АВ за различите нивое фактора С. На тај начин се добија израз за:

$$ABC = \frac{1}{4n}(abc - bc - ac + c - ab + b + a - (1))$$

У претходним једначинама вредности у заградама представљају одговарајуће контрасте комбинација нивоа (третмана). Помоћу контраста могуће је направити табелу са свим могућим комбинацијама нивоа (третмана). Прво се унесу одговарајући плусеви и минуси у колоне које одговарају главним ефектима фактора А, В и С, и представљају виши и нижи ниво фактора. Када се то уради у преостале колоне се могу добити простим множењем знакова у одговарајућим врстама. На пример, знакови за АВ интеракцију се добијају тако што се помноже знакови из претходних колона за факторе А и В.

Табела 5.4. Факторијални утицаји

Комбинација нивоа	Факторијални ефекти							
	I	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	-	-	+	-	+	+	-
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
ab	+	+	+	+	-	-	-	-
c	+	-	-	+	+	-	-	+
ac	+	+	-	-	+	+	-	-
bc	+	-	+	-	+	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Сума квадрата одступања ефеката лако се рачуна. С обзиром да сваки ефекат има један степен слободе у  $2^3$  експерименту сума квадрата за било који ефекат је дат следећим изразом:

$$SS = \frac{(\text{kontrast})^2}{8n}$$

### 5.2.2.2 Општи поступци за $p^k$ факторијални експеримент

У овом делу даће се генерални опис метода које се користе у факторијалном експерименту у коме имамо  $k$ -фактора и сваки од њих на  $p$ -нивоа (третмана). Сврха овог дела је да се генерализује концепт и метода, која је описивана у претходном делу за  $2k$  факторијални експеримент, а у којем се разматра  $k$  фактора и сваки фактор је имао два нивоа ( $p=2$ ).

У општем случају посматрамо експерименте са много фактора које је потребно оценити на 2 или 3 нивоа, који су најрелевантнији у пракси.

Овде се неће давати математички докази за дате изразе већ ће се у експерименталном делу рада на бази реалног огледа дати директна демонстрација конкретног случаја. Ови поступци са којима ћемо се укратко упознати често се називају и Kempthorne-ове методе, а за детаљније упознавање потребно је консултовати литературу (Kempthorne 1952). Још пре овога давне 1935. године основе за ову анализу дали су R.A.Fisher а тада 1952. године Kempthorne детаљно анализирао, разрадио и усавршио.

### 5.2.2.3 Потпуни $p^k$ факторијални експеримент

У општем случају узима се експеримент са  $k$ -фактора и  $p$ -нивоа где се за  $p$  обично усваја као прост број. Претпоставка је да је цео експеримент заснован на случајним испитивањима односно да се сва мерења врше и као таква користе у факторијалном експерименту. У случају експеримента где се све дели у одређене блокове, сами блокови морају бити засновани на комплетној случајности.

Нотација која се обично користи је да се фактори називају са А, В, С и тако даље. Фактор А је први фактор, В је други фактор итд. Затим, обично се користи индексна нотација  $i, j, k$  итд. за факторе А, В, С итд. респективно.

Овакви експерименти се у општем случају називају  $p^k$  факторијални експерименти, а број могућих различитих комбинација фактора је тачно  $p \times p \times \dots \times p = p^k$ .

За било какав експеримент са 3 фактора, А, В и С, стандардни математички модел је:

$$Y_{ijkv} = \mu + A_i + B_j + AB_{i,j} + C_k + AC_{i,k} + BC_{j,k} + ABC_{i,j,k} + E_{ijkv}$$

где је  $i, j, k = (0, 1, \dots, p-1)$  и  $v = (1, 2, \dots, r)$ .

Индекс  $v = (1, 2, \dots, r)$  даје број понављања сваког појединачног експеримента у свим испитивањима. Други индекси који се јављају имају вредности  $(0, 1, 2, \dots, p-1)$ . Потребно је напоменути да индекси почињу од 0 до закључно са  $p-1$  вредношћу.



За овакве експерименте узима се стандардна нотација за један експеримент на исти начин као и  $2^k$  експеримент. У случају када је  $p=3$  и  $k=3$  можемо пратити следећу табелу, која показује све појединачне експерименте у једном потпуном  $3^3$  факторијалном експерименту:

	A		
	0	1	2
B=0	(1)	a	a <sup>2</sup>
B=1	b	ab	a <sup>2</sup> b
B=2	b <sup>2</sup>	ab <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> b <sup>2</sup>
	C=0		

	A		
	0	1	2
C=1	c	ac	a <sup>2</sup> c
	bc	abc	a <sup>2</sup> bc
	b <sup>2</sup> c	ab <sup>2</sup> c	a <sup>2</sup> b <sup>2</sup> c

	A		
	0	1	2
C=2	c <sup>2</sup>	ac <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> c <sup>2</sup>
	bc <sup>2</sup>	abc <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> bc <sup>2</sup>
	b <sup>2</sup> c <sup>2</sup>	ab <sup>2</sup> c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> b <sup>2</sup> c <sup>2</sup>

Као и у претходним разматрањима користиће се ови изрази као и термини за одређени ниво (третман) или комбинацију фактора у сваком појединачном експерименту, као и укупан одзив из појединачних експеримената урађен комбиновањем фактора. Овде на пример имамо:

$$ab^2c = \sum_{v=1}^r Y_{121v} = T_{121} \text{ или једноставно } T_{121}.$$

За  $2^k$  факторијални експеримент, ове услове смо поређали у такозвани стандардни редослед. Такође се за  $p^k$  експеримент може урадити исто. Овај стандардни редослед је следећи:

$$2^k : (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, \dots$$

$$3^k : (1), a, a^2, b, ab, a^2b, b^2, ab^2, a^2b^2, c, ac, a^2c, \dots, a^2b^2c^2, d, \dots$$

Као што се основном анализом приказаних релација може закључити на пример из факторијалног експеримента  $3^2$  се увођење новог фактора једноставно ради тако што се сви изрази множе првим и другим степеном новог фактора и додавањем две нове врсте у оргинални поредак основног експеримента. Тако се добијају једнакости за  $3^3$  факторијални експеримент и тако редом додавањем нових фактора.

## 5.3 Неуронске мреже

### 5.3.1 Историјат Неуронских Мрежа

Проучавање људског мозга је старо хиљадама година. Развојем модерне електронике, било је очекивано да се симулира овакав процес мишљења. Први корак ка вештачким неуронским мрежама направљен је 1943. године када су Warren McCulloch (неурофизијатар) и математичар Walter Pitts написали чланак на тему како неурони заправо раде. Они су тада моделовали једноставну неуронску мрежу са електричним колима.

Учвршћујући овакав концепт неурона и како они раде кроз свој рад је унапредио Donald Hebb и објавио књигу *The Organization of Behavior* која је штампана 1949. године. Основна тема ове књиге била је да се неуронске путање ојачавају сваки пут када се оне користе. У време веома брзог напретка на пољу компјутера у 50-тим годинама 20-тог века постало је могуће правити моделе на основу ових теорија о људском мозгу. Тако је у Лабораторијама IBM-а направљена прва симулација неуронске мреже. Овај први покушај је пропао. Каснији покушаји су били успешни. Све се ово дешавало у време процвата традиционалног програмирања и самим развојем програмирања, истраживања неуронских мрежа потиснута су у запећак.

У годинама иза тога тачније 1956. године на Dartmouth Summer Conference, John von Neumann је предлагао имитације једноставних функција са коришћењем телеграфских сигнала или вакумских цеви. Група аутора је представила први пут симулацију Hebb-овог модела. Такође, Rosenblatt је почео рад на Perceptron-у. Цео концепт је заснован на ауторовој задивљености функционалношћу мувиног ока. Многи од процеса који муви кажу да лети се налазе баш у овом органу. 1958. године је представљен Perceptron који је резултат ових истраживања а развијен је у облику хардвера. То је једна од најстаријих неуралних мрежа које се и данас употребљавају. Једнослојни Perceptron је користан у класификацији континуалних низова улазних вредности, скупљању вредности и проласку једне од две могуће вредности као резултата. Нажалост, могућности Perceptron су ограничене што је доказано кроз радове и коначно књигу која је објављена 1969 године.

У току 1959. године Bernard Widrow и Marcian Hoff са Станфордског универзитета су развили моделе које су назвали ADALINE и MADALINE. Називи воде порекло из ширих назива изума и то Multiple ADaptive Linear Elements. MADALINE је прва неуронска мрежа која је примењена на реалан светски проблем. То је адаптивни систем који филтрира и елиминише ехо на телефонској линији. Ова неуронска мрежа је и данас у комерцијалној употреби на телефонским линијама.

Касније, на основу ових радова је развој успорен. Делимично захваљујући границама у тадашњој електронци, а делимично белетристици која је у то време била инспирисана могућностима неуронских компјутера. На основу тога повеле су се многе дискусије шта би паметни компјутери могли да направе људској врсти што је кулминирало појавом компјутера HAL у филму "2001". Овај страх је проузроковао многе критике на рачун научника из ове области. Ово је изазвало стопирање свих пројеката на ову тему. Овај период је трајао до 1981. године.

У међувремену поједини научници су радили на развоју дотадашњих резултата тако да је Paul Werbos 1974. године развио прву вишеслојну мрежу на основу Персерптон (MLP). Ова мрежа је претеча Backpropagation мреже која надоместује недостатке Персерптон-а увођењем учења у скривеном слоју.

1982. године неколико догађаја је обновило интерес за ову област. John Hopfield са Caltech-а је презентовао рад на националној Академији наука. Његов приступ није био једноставна симулација мозга већ креирање корисних направа. Са јасношћу и математичком анализом, показао је како такве мреже могу да раде и шта тачно могу урадити.

У исто време одиграо се још један веома значајан догађај. Одржана је конференција у Јапану на тему неуронских мрежа. Ова конференција је била одржана као кооперација Америке и Јапана на којој је Јапан приказао достигнућа Пете генерације на пољу неуронских мрежа. Све ово је имало за циљ да се Америка подигне на пољу неуронских мрежа на ниво Јапана.

Већ 1985. године Амерички институт за Физику је дао до знања да се мора унапредити и одржати састанак о Неуронским мрежама у рачунарству. Већ 1987. године одржана је конференција о Неуронским мрежама где је представљено више од 1800 радова.

1986. године три научника Rumelhart, Hinton, Williams усавшавају једну од најкоришћенијих неуронских мрежа Backpropagation мрежу тако да се омогућава апроксимирање готово свих функција и решавање веома великог броја практичних проблема. Овај проналазак враћа углед неуронским мрежама и скреће пажњу поново на ову научну област.

Колика је моћ неуронских мрежа огледа се у томе да је 1989. године на симпозијуму Неуронске мреже у одбрани Bernard Widrow рекао слушаоцима да су они ангажовани у четвртој “светском рату” где је бојно поље светска трговина и производња. Након тога је Америчко министарство одбране дефинисало 16 тема које за циљ имају неуронске мрежа, а додатних 13 тема које помињу могућу примену неуронских мрежа.

Данас, 25 године после на тему неуронских мрежа се одвијају расправе у свим областима живота. Њихов тренутни развој зависи највише од развоја комјутерских технологија.

### **5.3.2 Неурон и нервни систем**

Основни елемент нервног система је неурон или нервна ћелија. Изглед типичног неурона у упрошћеном облику приказана је на слици 13. Нервна ћелија је састављена од тела, дендрита и аксона. Електрично гледано један неурон прима сигнале од других неурона, интегрише свој улазни сигнал и генерише излазни који се даље води на улазе других неурона, или на ефекторе органа као што су на пример мишићи.

Дендрити представљају продужетке тела ћелије који служе за прихватање сигнала из других неурона. Ову функцију обавља и тело ћелије, али је око 90% веза изведено преко дендрита. Своју активност неурон даље преноси преко аксона. Аксон се при свом крају грана тако да се излаз води на дендрите, или директно тела, више других неурона. Спојеви између неурона називају се синапсама и играју кључну улогу у функционисању целог система.

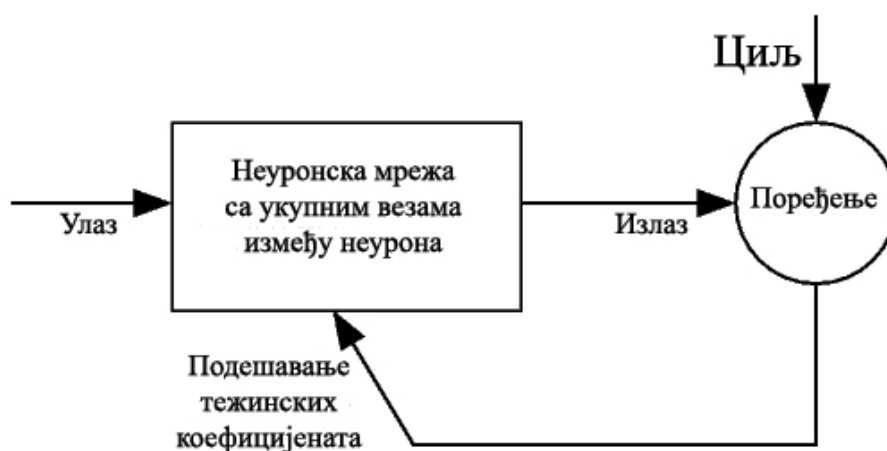
У нормалном непобуђеном стању потенцијал тела неурона износи типично  $-70\text{mV}$  (Gayton, 1981). У том случају не постоји никаква излазна активност. Довођење сигнала на неку од синапси изазива физичко-хемијски процес који мења потенцијал неурона. Зависно од тога да ли је синапса ексцитаторна или инхибиторна, потенцијал тела ћелије се респективно повећава или смањује. Када се прекорачи активациони потенцијал долази до излазне активности неурона која резултује поларизацијом почетног дела аксона. Та поларизација се надаље простира до других неурона. Зависно од величине прекорачења прага на излазу се генерише сигнал различите фреквенције што значи да неурон функционише слично осцилатору контролисаном напоном.

Активирање једне синапсе обично није довољно да би се неурон побудио. Међутим, узастопно активирање једне синапсе у кратком временском интервалу или симултано активирање више синапси може довести до излазне активности неурона. Ово значи да тело нервне ћелије интегрише улазни сигнал и сабира сигнале са више улаза. Такође треба напоменути да активациони сигнал исте амплитуде који пролази кроз различите синапсе различито утиче на укупни потенцијал тела неурона. Осим овога пролаз сигнала кроз синапсу мења физичка својства споја два неурона тако да се у наредној активацији синапси и електрично понаша различито.

### 5.3.3 Вештачке неуронске мреже

Неуралне мреже су састављене од једноставних елемената који извршавају функције паралелно. Ови елементи су инспирисани са биолошким нервним системом. Као у природи, везе између елемената у великој мери одређују функцију мреже. Тако је могуће да се тренира неурална мрежа да би се извела одређена функција са подешавањем вредности веза (тежинских коефицијената) између елемената.

Обично су неуралне мреже тако подешене или трениране, да појединачни улаз води до одређене излазне вредности (циља). Слика 5.2 илуструје такву ситуацију. Тако, кад је мрежа подешена (тренирана), базира се на компарацији излаза и циља, док се излазни податак мреже не поклапати са циљном вредношћу. Обично, многи такви парови улаз-циљ су потребни да би се мрежа истренирала.



Слика 5.2 - Алгоритам за формирање вештачких неуронских мрежа

Неуронске мреже се тренирају – уче да извршавају комплексне функције у многим областима укључујући препознавање облика, идентификацију, класификацију, препознавање говора и разне системе контроле.

Неуронске мреже се могу истренирати да решавају проблеме који су сложени за конвенционалне компјутере или људски мозак.

Модел неурона и архитектура неуронске мреже одређују како се врши трансформација улазног податка у излаз мреже. Ова се трансформација може описати и као својеврстан вид рачунања.

### **5.3.4 Модели неурона**

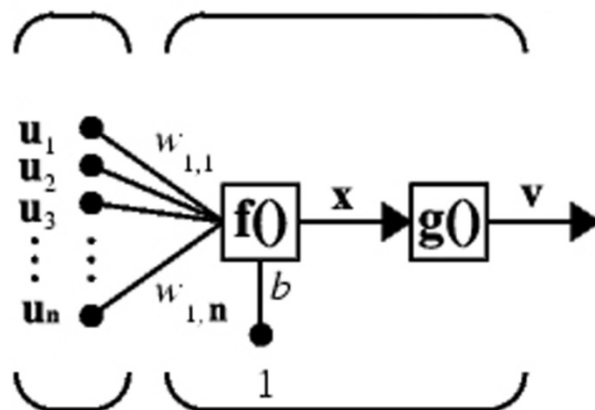
У пракси је могуће срести више модела неурона. Моделирање више типова неурона има за циљ да се математички опишу збивања у природном неурону, чиме настаје математички модел, са намером да се касније такав модел реализује електронским колима, то јест уз помоћ електронског модела. Различити модели се међусобно разликују у нивоу апстракције појава у природном неурону.

Све моделе познате из праксе је могуће поделити у две групе. Прву групу чине статички модели, а другу динамички модели неурона. Статички модели описују неурон алгебарским једначинама које повезују улазне сигнале и сигнале на излазу. За разлику од њих улазни сигнали и излазни сигнали у динамичком моделу су повезани са диференцијалним, или код дискретних модела, диференцијалним једначинама. У статичким моделима је занемарена динамика појава у неурону сматрајући да су улазни сигнали споро променљиви.

#### **5.3.4.1 Статички модели неурона**

Уопштена блок шема статичких модела приказана је на слици 34. На улаз неурона доводи се  $n$  сигнала  $u=(u_1, u_2, u_3...u_n)^T$ . Активациони сигнал неурона је  $x=f(u)$ , па је излазни сигнал  $v=g(x)$  или  $v=g(f(u))$ . Из свега до сада реченог јасно је да сваки модел неурона карактеришу две функције. Прва,  $f: R^n \rightarrow R$ , која даје зависност активационог сигнала од улазних сигнала и позната је под именом функција интеракције улаза [49]. Друга функција  $g()$  дефинише утицај активационог сигнала на излазни сигнал неурона и назива се активациона или преносна(трансферна) функција неурона.

Неурон може садржати и *bias*. Може се видети на слици 5.3 да се *bias* једноставно додаје на аргумент функције интеракције улаза, а то је сликовито показано са симулирајућом раскрсницом. *Bias* се може описати као тежински коефицијент константне вредности 1.



Слика 5.3 - Статички модел неурона са утицајем bias-a

Најчешће је у употреби линеарна функција интеракције улаза која активациони сигнал изражава једноставно као линеарну комбинацију побудних сигнала:

$$f(u) = \sum_{i=1}^n w_i u_i \quad (16)$$

Разматрајући мрежу састављену од више оваквих неурона сигнали  $u_i$  су обично излазни сигнали других неурона, тако да  $w_i, i=1,2,3,\dots,n$  у формули представљају тежине веза овога са осталим неуронима у мрежи. Функцијом  $f$  се симулира особина тела нервне ћелије да сумира улазне сигнале док  $w_i$  представљају утицај синапси. Ако је  $w_i > 0$ , онда је синапса ексцитаторна и обрнуто, ако је  $w_i < 0$  онда је инхибиторна.

Функције интеракције улаза могу бити посве другачије. Кроз њих се може увести додатна нелинеарност или полиномски израз како би се повећала процесна моћ неурона. У пракси су често у употреби следеће две функције интеракције улаза:

$$f(u) = \sum_{i=1}^n w_i^{(1)} u_i + \sum_{i=1}^n w_i^{(2)} u_i^2 \quad \text{и} \quad (17)$$

$$f(u) = \sum_{i=1}^n w_i^{(1)} u_i + \sum_{i=1}^n w_i^{(2)} u_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_{ij}^{(3)} u_i u_j \quad (18)$$

Неурони са функцијом интеракције улаза (16) су познати као неурони првог реда, док су функције интеракције улаза неурона другог реда облика (17) и (18). На овај начин је могуће конструисати и неуроне  $n$ -тог реда где би  $n$  представљао степен полинома у функцији интеракције улаза.

Поред више различитих функција интеракције улаза у употреби су и различите активационе функције. Најпростија је линеарна активациона функција облика:

$$g^*(x) = x - \theta$$

Имајући у виду да је преносна карактеристика природног неурона нелинеарна, линеарна активациона функција у моделу је лоша имитација природног стања. Примена неурона са оваквом активационом функцијом је веома мала, а среће се углавном у мрежама које садрже и неуроне са нелинеарним активационим функцијама.

Једна од чешће коришћених нелинеарних активационих функција јесте одскачна која се среће у два следећа облика:

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{ако је } x \geq \theta \text{ или ако није.} \\ -1 & \end{cases}$$

Класу сигмоидалних активационих функција чине логаритамска и тангес хиперболички:

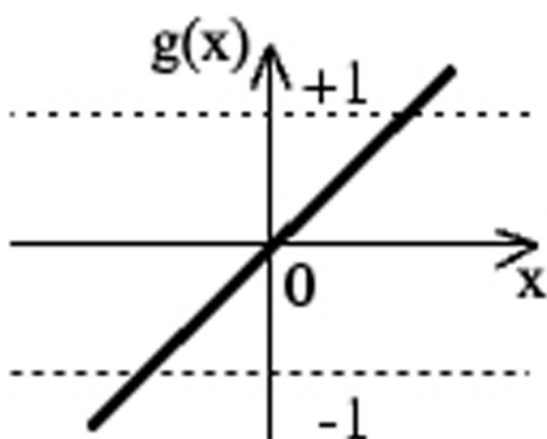
$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-(x-\theta)}} \text{ логаритамска,}$$

$$g(x) = \frac{e^{(x-\theta)} - e^{-(x-\theta)}}{e^{(x-\theta)} + e^{-(x-\theta)}} \text{ тангес хиперболички}$$

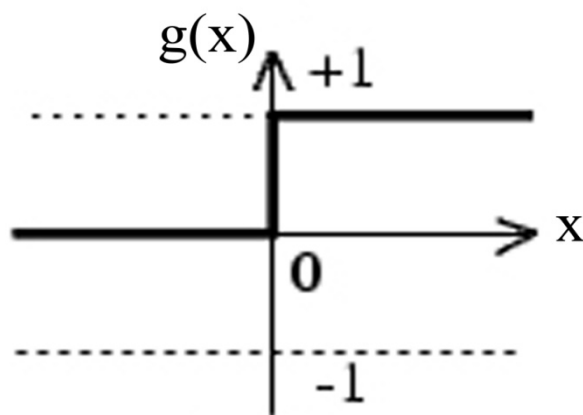
У неким апликацијама се среће још и употреба такозване линеарне одсечне активационе функције:

$$g(x) = \frac{v_m}{2x_m} (|x + x_m - \theta| - |x - x_m - \theta|)$$

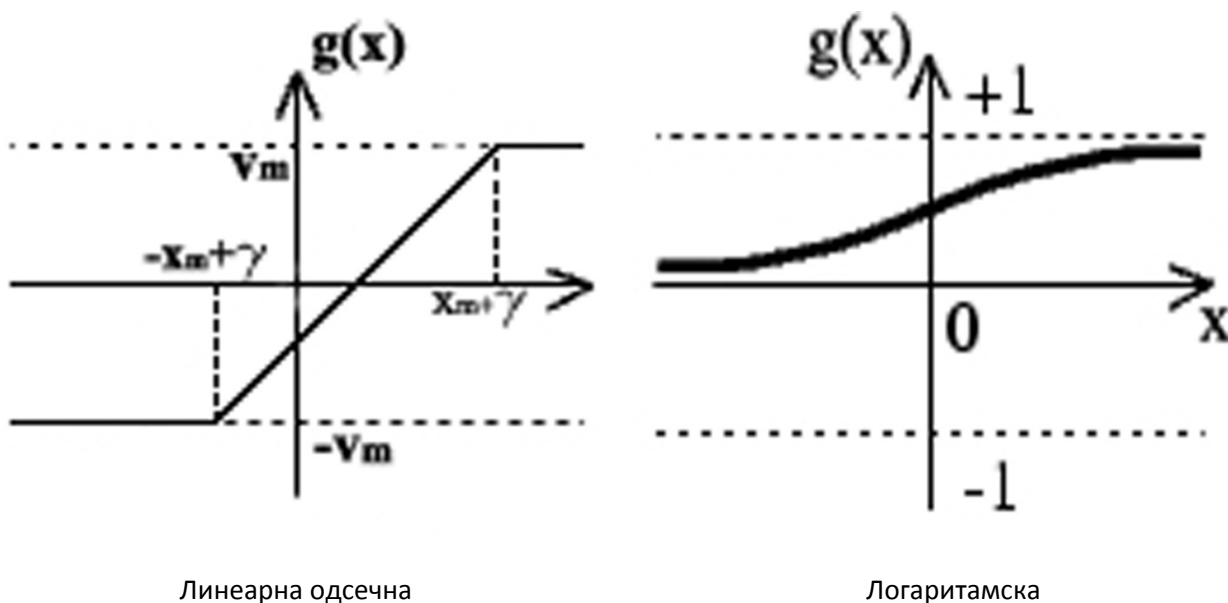
Графички приказ неких од поменутих активационих функција дат је на слици 5.4. У свим активационим функцијама вредност за  $\theta$  је она вредност за  $x$  чије прекорачење доводи до промене стања неурона. Другим речима  $\theta$  представља праг и има сличну улогу као и активациони праг природног неурона.



Линеарна



Одскачна



Слика 5.4 - Активационе функције у неурону

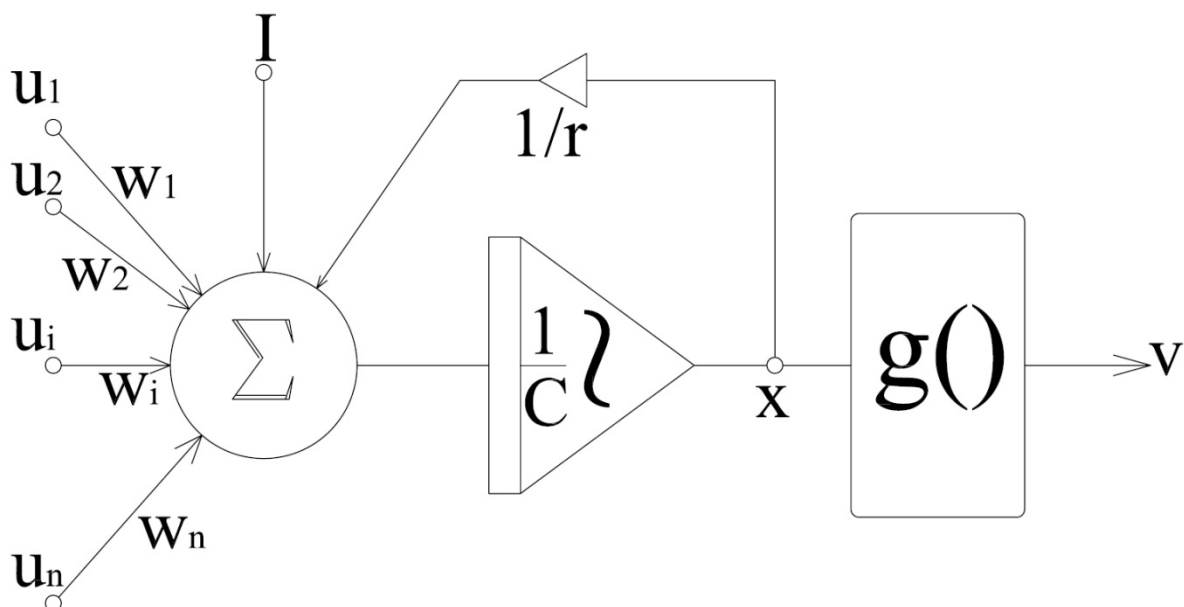
### 5.3.4.2 Динамички модел неурона

Особина тела ћелије биолошких неурона да интегрише своје побудне сигнале инспирисала је развој динамичких модела. Томе је допринела и потреба да се вештачким неуронским мрежама обрађују и временски променљиви сигнали. Примена извесних трикова, употреба статичких модела у оваквим случајевима је могућа, али је у исто време и потпуно неприродна.

Динамички модели се од статичких разликују пре свега по томе што динамички модели разматрају сигнале у временском домену. Један од најпознатијих динамичких модела је адитивни модел и његова структура је приказана на слици 5.5. У овом случају активациони сигнал  $x$  се добија сумирањем улазних сигнала  $u_i$ , екстерног улаза  $I$  и самог активационог сигнала  $x$  па потом се врши интеграција ове суме. Као и код статичких модела  $g()$  је активациона функција. Једначине којима се може описати динамички модел су следеће:

$$C \frac{dx}{dt} + \frac{x}{r} = \sum_{i=1}^n w_i u_i + I \text{ и једначина } v = g(x)$$





Слика 5.5 - Динамички модел неурона

Због ефекта интеграције активациони сигнал ће постојати још извесно време након престанка деловања улазних сигнала. То значи да динамички модел неурона поседује могућност памћења краће предисторије збивања на улазима. Због тога се сигнал  $x$  назива још и краткотрајном меморијом [50]. Дуготрајну меморију представљају тежине веза  $w_i$ . С обзиром да се у природном нервном систему и дуготрајне меморије, то јест синапсе, мењају са временом, постоје приступи у креирању вештачких неуронских мрежа где се узима у обзир и временска променљивост тежина веза.

Код свих до сада поменутих модела информација о стању неурона садржана је у вредности неке континуалне величине, а не у фреквенцији као код природног неурона. У неким реализацијама среће се и динамички осцилујући модел неурона.

У свим описаним моделима присутно је извесно одступање од природног неурона. Како је већ напоменуто код статичких модела, за разлику од природних, не постоји ефекат интеграције улазних сигнала. Предложене полиномске функције интеракције улаза нису присутне у природном неурону. Такође, облик активационих функција у моделу у многоме одступа од облика преносне функције природног неурона. Стање неурона у већини модела није кодирано фреквенцијом излазног сигнала. Међутим, циљ развоја вештачких неуронских мрежа није верна симулација рада нервне система, већ употреба основних принципа његовог функционисања са циљем генерисања алата за решавање разних проблема где класични методи не дају задовољавајуће резултате [51]. На основу овога може се закључити да одступања која се праве од верне имитације рада природног нервне система не умањују квалитет целог приступа.

### 5.3.5 Архитектура вештачких неуронских мрежа

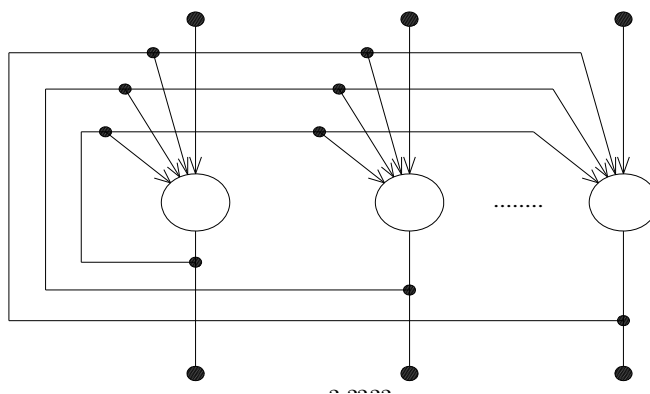
Неурон представља елемент са више улаза и једним излазом. Вештачка неуронска мрежа се формира од већег броја неурона повезујући излазе једних са улазима других. Известан број неурона представља везу мреже са радном околином. Улазни неурони прихватају

информације из средине, док излазни неурони генеришу сигнале за одређене акције. Остали неурони који нису директно везани за окружење, називају се скривени и служе за интерну репрезентацију информација о радном окружењу.

Ако са  $w_{ij}$  означимо тежину везе од  $i$ -тог до  $j$ -тог неурона, при чему је  $w_{ij}=0$  ако ова два неурона нису повезана, онда матрица  $W = w_{ijN \times N}$  у потпуности дефинише архитектуру мреже. Са  $n$  је означен укупан број неурона у мрежи. Како је већ речено у природном нервном систему није уобичајена уређеност у повезивању нервних ћелија. Међутим, извесни ограничавајући фактори као што су процедуре за учење и конкретне примене диктирају структуре вештачких неуронских мрежа. Због тога вештачке неуронске мреже ипак поседују извесну уређеност у својој топологији. Могу се уочити две класе неуронских мрежа: мреже са и без повратних веза. Мреже са повратним везама се још називају и рекурентне, а мреже без повратних веза се називају нерекурентне (најпознатије су feed-forward) мреже.

Најпознатија архитектура нерекурентних мрежа јесте сигурно слојевита мрежа. Неурони су организовани тако да формирају слојеве. На улаз једног неурона доводе се излази свих неурона из претходног слоја, а његов излаз се води на улазе свих неурона у наредном слоју. Између неурона у истом слоју не постоји повезаност. Неурони у првом улазном слоју имају само по један улазни прикључак. Улази ових неурона чине улаз целе мреже. Излазе мреже представљају излази неурона у излазном слоју. Неурони који немају везе са улазно/излазним приступима представљају скривене неуроне, па се слојеви којима они припадају називају скривени. Сигнали се кроз овакву мрежу преносе само у једном смеру од улаза ка излазу.

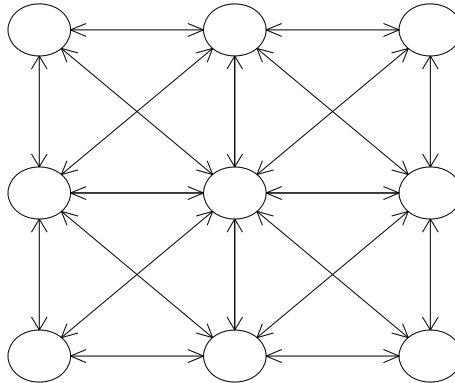
Најпознатији представник класе рекурентних (са повратним везама) јесте потпуно повезана мрежа, а њена топологија је приказана на слици 5.6. Излаз се са једног неурона води на улазе свих, па и на улаз тог неурона. Сваки неурон може да прима улазне сигнале. Наравно, сви елементи матрице  $W$  су овде различити од нуле.



Слика 5.6 - Схема потпуно повезане неуронске мреже

Класи рекурентних мрежа такође припада и ћелијска неуронска мрежа [52]. Мрежа представља једно-, дво- или вишедимензионално поље неурона који се овде чешће називају ћелијама. Везе, то јест интеракције између ћелија су локалног карактера. То значи да су само суседне ћелије међусобно повезане. Без обзира на локалну повезаност сигнал из једне ћелије утиче и на ћелије ван суседства због индиректног простирања. На слици 5.7 је приказана дводимензионална ћелијска мрежа. Димензија суседства је у овом случају један, што значи да

се суседима једне ћелије сматрају само њој најближе. Везе су двосмерне тако да излаз једне утиче на улаз друге ћелије и обратно. Мрежа има екстерних улаза колико и ћелија, с тим што се један улаз такође води на више суседних ћелија, а не само на једну као у претходним случајевима. Излаз мреже су излази свих ћелија.



**Слика 5.7 - Ћелијска неуронска мрежа**

Ако бисмо поредили вештачке неуронске мреже са нервним системом може се рећи да су, по својој структури, рекурентне мреже ближе природи. Повратне везе у нервном систему су правило, а не случајност. Због повратних веза рекурентне мреже имају богатију динамику и веће процесне могућности. Међутим, слојевите мреже дају сасвим задовољавајуће резултате при решавању широке класе проблема. Процедуре за њихово учење, осим што су једноставније, брже су, а то важи и за одзив. Код рекурентних мрежа се посебна пажња мора посветити обезбеђивању услова стабилности с обзиром да је могућа појава осцилација због постојања повратних веза. Слојевите мреже су стабилне по дефиницији. Због тога се рекурентне мреже примењују само у оним случајевима када је способност слојевитих мрежа недовољна.

Неуронске мреже са ћелијском архитектуром су посебно интересантне са аспекта реализације. Карактеристичне су по својој локалној повезаности што значи да је број веза по једном неурону овде далеко мањи, чак и у односу на слојевите мреже. Ово значајно олакшава њихову реализацију у интегрисаној техници. Са друге стране, локална повезаност не умањује њихове могућности.

### **5.3.6 Учење вештачких неуронских мрежа**

Учење је модификација понашања на основу искуства, а у интеракцији са околином која доводи до другачијих реаговања на спољашње утицаје [53]. Ова дефиниција учења датира из времена када нису постојале неуронске, али се у потпуности може применити на процес њиховог учења.

Постаља се питање на који начин неуронска мрежа може да мења своје понашање као одговор на деловање средине. Њено понашање пре свега зависи од укупног броја неурона који је чине и од њихове међусобне повезаности или боље речено од архитектуре мреже. Даље понашање мреже зависи и од тежинских коефицијената веза између неурона. Модели,

то јест функције интеракције и активационе функције употребљених неурона такође имају утицај на понашање неуронске мреже.

Када је мрежа конструисана и реализована накнадне промене у архитектури и измене модела неурона су тешко изводљиве. Најфлексибилнији начин промене понашања пружају промене тежинских коефицијената веза, тако да на деловање средине неуронска мрежа реагује променом својих синапси. Иста је ситуација и у природном нервном систему. Правила за те промене називају се процедуре за учење и представљају значајан фактор при пројектовању неуронских мрежа.

Процедуре за учење се могу поделити у две велике групе: надгледано (енглески supervised) и ненадгледано (енглески unsupervised). На основу претходних излагања се може закључити да неуронска мрежа ради као процесор сигнала. На улаз мреже се доводе сигнали из радне околине, а она на такву побуду на својим излазима генерише сигнале који се враћају у средину. Од научене мреже се очекује да на одређену побуду реагује коректно.

У поступку надгледаног учења мрежи се презентују побуда и коректан, то јест жељени одзив који се од ње очекује. За одређивање жељеног, то јест тачног одзива задужен је супервизор. Стварни одзив мреже се упоређује са жељеним, а мера одступања једног од другог се враћа процедури за учење. На основу ове грешке процедура учења врши промену параметара мреже, тражећи да минимизира разлику ова два одзива.

Код ненадгледаног учења не постоји супервизор, па тиме ни жељени одзив мреже. Од мреже и процедуре учења се очекује да саме уоче правилности у улазним подацима и да дефинишу коректан одзив. Процедура учења врши промену тежина само на основу познавања тренутног улаза и излаза мреже.

У неким новијим радовима се као посебна група процедура учења наводи reinforcement учење. Може се рећи да и ово учење припада групи надгледаних са том разликом што је грешка, то јест податак о разлици стварног и жељеног одзива сведен на податак да ли је се грешка десила или није.

Однос учења мреже и њене експлоатације се може подесити на два начина. Први је такозвано off-line учење које се користи највише у лабораторијама па се још назива и лабораторијско учење. Како сам назив каже мрежа се обучава ван средине у којој ће радити. Средина се симулира скупом података за учење где је сваки узорак из тог скупа представљен паром улаз и жељени излаз. Наравно, жељени излаз је присутан само ако се ради о надгледаном учењу. Овакав скуп се назива тренинг скуп. Скуп података за учење се бира пажљиво тако да што верније представља понашање средине. Тренинг подаци се секвенцијално презентују мрежи, а у току тог процеса процедура учења прилагођава тежинске коефицијенте веза. Када је одзив на тренинг податке задовољавајући мрежа постаје оперативна, тежински коефицијенти веза се фиксирају и мрежа се ставља у експлоатацију.

Други начин уређивања ових односа је on-line процедура учења. Овде се мрежа, била она иницијално обучена или не, ставља у експлоатацију и у току експлоатације учи директно на подацима које добија од радног окружења. У току експлоатације мреже жељени одзив није познат, тако да је у овом случају применљивије ненадгледано учење. Постоје апликације, на

пример, код неких контрола процеса, где се врло брзо након одзива мреже од средине добија информација да ли је тај одзив био коректан или не. У таквим случајевима је могуће применити и надгледано учење.

On-line учење приближније одражава збивања у природном нервном систему, непрестано учи, двосмерни процес интеракције са средином је увек присутан. Овим је обезбеђена већа прилагодљивост мреже на нове, до тада не виђене ситуације. У оваквим случајевима се још каже да мрежа учи на бесконачном тренинг скупу.

Чест је случај да је код off-line учења немогуће апсолутно тачно симулирати понашање средине тренинг скупом. Некада је то због неприхватљиво великог броја могућих стања на улазу, а не ретко и због непознавања тачног одзива за комплетан скуп улазних података. Зато се мрежа обучава на тренинг скупу који обично представља подскуп скупа свих могућих стања. У случају појаве улаза који није био у тренинг скупу од мреже се очекује коректан излаз. Ово је могуће јер се од мреже очекује да генерализује проблем. У пракси је показано да је ово могуће и да генерализације представља један од најјачих мотива за истраживање у овој области.

Према традиционалним технологијама учење се обваља променом тежинских коефицијената веза у мрежама са специфицираном архитектуром. Оваква процедура се назива још и статичком процедуром учења. За разлику од њих, динамичке процедуре учења осим тежина у процесу учења мењају и архитектуру мреже. Предност је што се величина неуронске мреже аутоматски прилагођава проблему који се решава.

### 5.3.7 Алгоритми за учење вештачких неуронских мрежа

Алгоритми за надгледано учење углавном користе сличну методологију за промену тежинских коефицијената веза у неуронској мрежи. Матрици тежинских коефицијената  $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  се додељују иницијалне вредности, обично изабране вредности случајним (рандом) поступком по некој расподели око нуле. Након тога се на улаз мреже секвенцијално доводе подаци из тренинг скупа  $P=(p_1, p_2, \dots, p_{N_p})$ . Паралелно са тим се одвија процес корекције тежина који се обично своди на степенаст спуст низ површ која је у простору тежина дефинисана функцијом грешке. Функција грешке представља неку меру разлике жељеног и стварног одзива неуронске мреже. При томе постоје два начина за промену тежина. У првом приступу тежине се модификују након презентације сваког узорка, док други приступ обавља модификацију тежинских коефицијената након обраде целог скупа података тренинг скупа. Правила за учење која користе први начин су позната као правила заснована на корекцији грешке, а други механизам користе градијентна правила.

Приликом обраде података презентација целог скупа тренинг података и његова обрада се назива епоха. Да би схватили сличност између ова два правила приказеће се кратка анализа промена тежина у оба правила без детаљних разматрања оба правила.

У овиру једне епохе правило корекције грешке ће променити тежински коефицијент за износ:

$$\Delta w_i^{(ecr)} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\partial e_k(w^{(e+k-1)})}{\partial w_i}, \text{ а код градијентног правила } \Delta w_i^{(grd)} = \sum_{k=1}^{N_p} \frac{\partial e_k(w^{(e)})}{\partial w_i}. \text{ Ако је брзина}$$

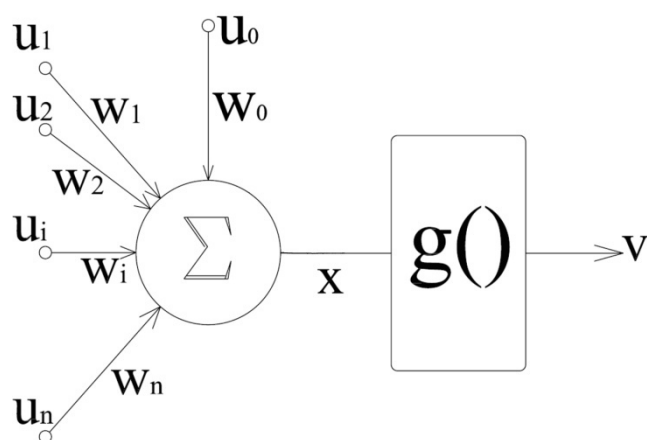
учења доста мала, промена тежинских коефицијената у првом случају ће бити доста мале,

односно  $\|\mathbf{w}^{(e+i)} - \mathbf{w}^{(e)}\|$  је мала величина. Такође, ће грешка одзива мреже са тежинама  $\mathbf{w}^{(e+i)}$  и  $\mathbf{w}^{(e)}$  бити приближно једнаке, што значи да је  $e_k(\mathbf{w}^{(e+i)}) \approx e_k(\mathbf{w}^{(e)})$ . За мале брзине учења разлике између ова два правила учења практично и нема.

## Перцептрон

Најпростија неуронска мрежа која је састављена од једног неурона и која има доста ограничене процесне могућности је перцептрон. Ипак, веома је важно да се појасни које су могућности овакве мреже јер познавањем могућности једног неурона може бити од веома велике користи за анализу сложенијих структура мрежа.

Перцептрон је у ствари бинарни неурон и понаша се као статички модел неурона о коме је већ било речи у ранијем излагању. Структура једног перцептрона је приказана на слици 5.8.



Слика 5.8 - Перцептрон

Осим  $n$  улаза перцептрон има још један на који се доводи сигнал константне вредности  $u_0=1$ , а тежински коефицијент означен је са  $w_0$ . Овај утицај се назива биас. Увођењем биас-а димензија вектора улазних података  $\mathbf{U}$  није више  $n$  већ  $n+1$ , то јест  $\mathbf{U}=(u_0, u_1, \dots, u_n)^T$ , при чему је  $u_0$  увек фиксирано. Изрази који повезују улаз перцептрона, активациони сигнал и излаз су исти као и код бинарног неурона. Активациони сигнал перцептрона је:

$x = \sum_{i=1}^n w_i u_i$ , па је сигнал на излазу  $v = g(x)$ , где је  $g$  нека од одскочних активационих функција, рецимо:  $g(x)=1$  за  $x>0$  и  $g(x)=-1$  за  $x<0$ .

Праг активационе функције је једнак нули, али је његова реализација пребачена у функцију интеракције улаза додавањем биас-а и његовог одговарајућег тежинског коефицијента. На основу овога закључује се да је  $w_0$  праг перцептрона (активациони праг).

### 5.3.7.1 Могућности перцептрона

Перцептрон је бинаран неурон и ако на улазе доводимо такође бинарне сигнале онда он у стварности реализује неку од логичких функција. На  $n$  његових улаза је могуће довести  $2^n$  различитих података. Како излаз има два могућа стања,  $+1$  и  $-1$ , то значи да постоје  $2^{2n}$  различитих логичких функција које повезују  $n$  улаза и један излаз. Перцептрон није у стању да

релизује све функције из тог скупа, већ само линеарно сепарабилне. Скуп ових функција је доста мали, па је и снага перцептрона веома мала.

Разматрајући изразе за перцептрон јасно је да ће перцептрон бити у стању +1 ако је:

$x = \sum_{i=0}^n w_i u_i > 0$ , а у стању -1 ако је  $x = \sum_{i=0}^n w_i u_i < 0$ . Када је  $x = \sum_{i=0}^n w_i u_i = 0$ , перцептрон не

може спровести одлуку да ли да активира свој излаз или не. Другим речима последњи израз представља једначину границе одлучивња перцептрона. Ако би се све посматрало у простору  $R^n$ , улазни вектор  $u$  ће представљати тачке, а граница одлучивања је хиперраван чији су коефицијенти тежине веза  $w_i$ . Ако размотримо границу одлучивања перцептрона са два улаза доћићемо до следећих израза:

$w_0 + u_1 w_1 + u_2 w_2 = 0$ , односно  $u_2 = -\frac{w_1}{w_2} u_1 - \frac{w_0}{w_2}$ , што у дводимензионалном простору

представља праву. Перцептрон функционише тако што његова граница одлучивања дели простор улазних података на два дела. Сви узорци који леже са једне стране границе имају одзив перцептрона +1, а они са супротне -1. Самим тим може се рећи да перцептрон класификује узорке као +1 или као -1.

Ипак, линеарно несепарабилне функције се могу реализовати неуронским мрежама. Уколико узмемо XOR проблем, можемо га решити двослојном мрежом перцептрона која има два неурона у скривеном и један у излазном слоју. Границе одлучивања два неурона у скривеном слоју изолују узорке са истим жељеним излазом и на тај начин формирају интерну презентацију улазних узорака која је линеарно сепарабилна. Излазни неурон је тада у стању да исправно класификује тако интерно репрезентоване улазне узорке.

Решење за овакве проблеме се може добити и коришћењем неурона са комплекснијом границом одлучивања. Такви неурони су неурони са полиномским функцијама интеракције улаза које су већ помињане код статичких неурона.

### 5.3.7.2 Алгоритми за учење перцептрона

Коефицијенти границе одлучивања, односно тежине веза перцептрона се не одређују аналитички, већ итеративним поступцима који се називају процедурама учења. У поступку учења обично није позната комплетна таблица истинитости функције коју желимо да реализујемо перцептроном, већ на располагању стоји тренинг скуп  $P=(p_1, p_2, \dots, p_{Np})$ . Сваки елемент тог скупа  $p_k$  је дефинисан улазним вектором  $u_k=(u_{0k}, u_{1k}, \dots, u_{nk})$  и жељеним одзивом перцептрона  $t_k$  на побуду  $u_k$ , то јест  $p_k=(u_k, t_k)$ . Тренинг скуп може бити линеарно сепарабилан или не. Са  $x_k$  и  $v_k$  означава се активациони сигнал и излаз перцептрона када је он побуђен са  $u_k$ . Код перцептрона који није обучен вредности  $v_k$  и  $t_k$  се разликују па је задатак процедуре учења да се ова разлика минимизира.

#### Widrow-Hoff-ово делта правило учења

Ово правило представља једно од најстаријих алгоритама за обучавање неуронских мрежа. Често се у литератури назива и као алгоритам најмањег средњег квадрата. Избегавајући

нелинеарност активационе функције уместо минимизирања разлике стварног и жељеног одзива, овај алгоритам минимизира разлику активационог сигнала и жељеног одзива  $t_k$ , односно  $\delta_k = x_k - t_k$ . Сигнали неурона  $x_k$  и  $v_k$  се често називају линеарним и нелинеарним излазима, респективно. Зато су процедуре учења које минимизирају разлику линеарног и жељеног излаза позната као линеарна правила. Оваква правила се могу применити и за учење неурона без излазне нелинеарности јер је онда  $x_k$  исто што и  $v_k$ .

У поступку тражења оптималних тежинских коефицијената перцептрона погодно је користити следећу квадратну грешку:

$$e_k = \frac{1}{2} \delta_k^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=0}^n w_i u_{ik} - t_k \right)^2.$$

Одређивање тежинских коефицијената који минимизирају  $e_k$  се може обавити следећим

$$\text{итеративним поступком: } w_j^{novo} = w_j^{staro} - \eta \frac{\partial e_k}{\partial w_j} = w_j^{staro} - \eta \delta_k u_{jk}, \text{ за } j=0,1,2,\dots,n$$

где је  $\eta$  параметар који контролише брзину конвергенције. Величина  $e_k$  представља информацију локалног карактера, односно грешку у одзиву перцептрона за само један узорак  $r_k$ . Циљ је наравно да се минимизира симултано грешка на свим узорцима. Зато извршавање итеративног поступка до конвергенције има мало смисла. У оригиналном алгоритму узорци се секвенцијално доводе на улаз перцептрона. За сваки узорак се обави само једна итерација, а за параметар конвергенције се усваја следећи израз:

$$\eta = \frac{\alpha}{\sum_{i=0}^n u_{ik}^2}, 0.1 < \alpha < 1.0.$$

Градијентно правило засновано на идеји сличној као Widrow-Hoff правило учења лако се може

$$\text{добити минимизирањем следеће функције грешке: } e = \sum_{k=1}^{Np} e_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Np} \left( \sum_{i=0}^n w_i u_{ik} - t_k \right)^2$$

Итеративни поступак минимизирања грешке се решава на следећи начин:

$$w_j^{novo} = w_j^{staro} - \eta \frac{\partial e}{\partial w_j} = w_j^{staro} + \eta \sum_{k=1}^{Np} \left( \sum_{i=0}^n w_i u_{ik} - t_k \right) u_{jk}, \text{ за } j=0,1,2,\dots,n. \text{ Једначина се такође}$$

може представити системом линеарних једначина, а њиховим решавањем долази се до тежинских коефицијената.

#### Rosenblatt перцептрон алгоритам

Као што је речено, линеарна правила описана у претходном делу, уместо излазног са жељеним одзивом пореде активациони сигнал, тако да нелинеарност активационе функције није ни коришћена. Чест је случај да, иако је тренинг скуп линеарно сепарабилан, ова правила не могу да одреде тежине перцептрона које исправно класификују све узорке. У таквим случајевима је неопходна примена нелинеарних правила за учење која узимају у обзир и активациону функцију, то јест минимизирају разлику тренутног  $v_k$  и жељеног одзива



перцептрона  $t_k$ . Једно од првих правила учења овог типа је Rosenblatt-ово правило перцептрон алгоритма.

Активациони сигнал перцептрона носи две битне информације. Од његовог знака зависи стање излаза, док апсолутна вредност показује растојање узорка од границе одлучивања перцептрона. У перцептрон алгоритму се минимизира растојање погрешно класификованог

узорка  $p_k$  од границе одлучивања, односно следећа функција грешке:  $e_k = |x_k| = \left| \sum_{i=0}^n w_i u_{ik} \right|$ .

Ако усвојимо да перцептрон даје излаз  $\pm 1$  и улазне податке у истој форми, онда је код погрешно класификованог узорка  $t_k x_k \leq 0$  и  $|t_k|=1$ , тако да се грешка може написати у доста

једноставнијој форми:  $e_k = -t_k x_k = -t_k \sum_{i=0}^n w_i u_{ik}$ . Изводи овакве грешке по тежинама су тада:

$\frac{\partial e_k}{\partial w_j} = -t_k u_{jk}$ ,  $j=0,1,2,\dots,n$ , па се итеративни поступак за одређивање тежина перцептрона,

познат као Rosenblatt-ов перцептрон алгоритам, може приказати следећим изразом:

$w_j^{novo} = w_j^{staro} - \eta \frac{\partial e_k}{\partial w_j} = w_j^{staro} + \eta t_k u_{jk}$ ,  $j=0,1,2,\dots,n$ . Као и раније  $\eta$  је параметар који

контролише брзину конвергенције и обично се усваја да је једнак 1. Овај алгоритам ради тако што се секвенцијално проверавају сви узорци из тренинг скупа. Ако се утврди да је један узорак погрешно класификован тежински коефицијенти се коригују на основу претходног израза.

Теорема о конвергенцији перцептрон алгоритма гарантује да ће метод наћи решење када је тренинг скуп линеарно сепарабилан. Међутим, алгоритам не конвергира чак ни ка решењу са најмањом грешком када тренинг скуп није линеарно сепарабилан.

#### Gallant Pocket алгоритам

Проблем конвергенције перцептрон алгоритма у случајевима линеарно несепарабилних тренинг података решен је GallantPocket-овим алгоритмом [54]. Алгоритам конвергира ка решењу чија је грешка класификације једнака нули, ако је тренинг скуп линеарно сепарабилан, а у супротном ка решењу са најмањом грешком класификације.

Решење се састоји у формирању два скупа тежина  $\pi=(\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_n)^T$  и  $w=(w_0, w_1, \dots, w_n)$ . Над тежинским коефицијентима  $\pi$  се одвија класични перцептрон алгоритам, са том разликом што се тренинг узорци не смеју сукцесивно, већ се у свакој итерацији случајно бира један из тренинг скупа. У току итеративног процеса грешка класификује перцептрон са тежинским коефицијентима  $\pi$  варира. Тежине  $w$  представљају џеп где се чува најбоље решење до кога се дошло у току итерирања. По завршетку процеса решења представљају тежине  $w$  а не  $\pi_i$ , како би то било код перцептрон алгоритма. Алгоритам је јасан сам по себи. Кад год тежине  $\pi$  постану боље у класификацији од  $w$ ,  $w$  се замењује са  $\pi$ .

Једини проблем који овде постоји је контрола краја итеративног поступка када тренинг узорци нису линеарно сепарабилни. Хеуристика заснована на ограничењу максималног броја итерација која је дата у (Gallant, 1990) може послужити као сасвим задовољавајуће решење.

## Backpropagation

Кроз перходно излагање видели смо могућности неуронске мреже састављене од једног неурона. Показано је да ове мреже имају доста ограничене могућности а разматран је случај и када се може унапредити мрежа коришћењем вишеслојне архитектуре.

Може се доказати да двослојне мреже наслеђују недостатке перцептрона. Ако узмемо да реализујемо функцију  $F: \{-1, +1\}^n \rightarrow \{-1, +1\}^m$  мрежа за ову намену мора имати  $n$  улаза и  $m$  излаза. Улазни слој ће бити сатсављен од  $n$  неурона који по дефиницији имају само један улаз и линеарну активациону функцију, а излазни слој садржи  $m$  перцептрона. Функција се може представити са  $m$  функција облика  $F_i: \{-1, +1\}^n \rightarrow \{-1, +1\}$ . Због линеарности неурона у улазном слоју двослојна мрежа се може посматрати као  $m$  перцептрона који се побуђују истим улазним сигнаlima. Сваки од перцептрона у излазном слоју реализује по једну функцију  $F_i$ . Да би се функција  $F$  могла реализовати оваквом мрежом све функције  $F_i$  морају бити линеарно сепарабилне. Значи, проблеми који постоје код перцептрона присутни су и овде. Зато је увећање процесне снаге реално очекивати тек код мрежа са једним скривеним слојем.

Алгоритми за учење перцептрон мреже потпуно су непримењљиви на мреже са више слојева јер интерна презентација скривених слојева није позната. Прва процедура за учење вишеслојних неуронских мрежа установљена је 1986. од стране три истраживача Rumelhart, Hinton и Williams. Овај алгоритам-процедура је позната под називом backpropagation.

## Backpropagation алгоритам

Представља генерализацију Widrow-Hoff делта правила, па га често називају и генерализовано делта правило. За разлику од основног правила генерализација се огледа у томе да се користе неурони са нелинеарном активационом функцијом и модификација тежинских коефицијената скривених неурона се обавља на основу сигнала грешке излазних неурона.

Прво се дају ознаке које је неопходно увести пре разумевања самог алгоритма:

$n$  – број улаза у мрежу

$m$  – број излаза из мреже

$P=(p_1, p_2, \dots, p_{Np})$ ;  $P_k=(i_k, t_k)$  – тренинг скуп

$i_k=(i_{1k}, i_{2k}, \dots, i_{nk})$  - вектор улазних сигнала

$t_k=(t_{1k}, t_{2k}, \dots, t_{mk})$  вектор излазних сигнала

$N_L$  – број слојева у мрежи

$N_l$  – број неурона у  $l$ -том слоју

$V_i^{(l)}$  –  $i$ -ти неурон у слоју  $l$

$w_{ij}^{(l)}$  – тежински коефицијент везе неурона  $V_i^{(l-1)}$  и  $V_j^{(l)}$

$v_{ik}^{(l)}$  – излаз неурона  $V_i^{(l)}$  када  $i_k$  побуђује мрежу

$x_{ik}^{(l)}$  – активациони сигнал неурона  $V_i^{(l)}$  када је  $i_k$  на улазу мреже

$u_{ijk}^{(l)}$  – сигнал на  $i$ -том улазу неурона  $v_j^{(l)}$  када је мрежа побуђена са  $i_k$

$g_i^{(l)}(x)$  – активациона функција неурона  $v_i^{(l)}$

$o_k = (o_{1k}, o_{2k}, \dots, o_{mk})$  – одзив мреже побуђене са  $i_k$ .

Излаз мреже представља излазни сигнал неурона у последњем слоју  $N_L$  раје  $o_{ik} = v_{ik}^{(N_L)}$ . На  $i$ -ти улаз неурона  $v_j^{(l)}$  се доводи излазни сигнал неурона  $v_i^{(l-1)}$  тако да је  $u_{ijk}^{(l)} = v_{ik}^{(l-1)}$ . Неурон  $v_i^{(0)}$  у улазном слоју се побуђује улазним сигналом  $i_{ik}$ . Како ови неурони имају линеарну активациону функцију, то је  $v_{ik}^{(0)} = i_{ik}$ . Из овога се може закључити да се неурони у првом слоју побуђују директно сигнаlima са улаза мреже, то јест  $u_{ijk}^{(1)} = i_{ik}$ .

Ако усвојимо линеарну функцију интеракције улаза онда је активациони сигнал неког неурона:

$x_{jk}^l = \sum_{i=0}^{N_{l-1}} w_{ij}^{(l)} u_{ijk}^{(l)} = \sum_{i=0}^{N_{l-1}} w_{ij}^{(l)} v_{ik}^{(l-1)}$  и овде је праг неурона  $v_j^{(l)}$  представљен константним улазом

$u_{0jk}^{(l)} = v_{0k}^{(l-1)} = 1$  и тежином  $w_{0j}^{(l)}$ . Излазни сигнал истог неурона је тада:  $v_{jk}^{(l)} = g_j^{(l)}(x_{jk}^{(l)})$ .

Када се мрежа побуди са  $i_k$  њен одзив ће бити  $o_k$ , тако да у поступку учења треба минимизирати разлику овог и жељеног одзива  $t_k$ . Функција грешке се дефинише на следећи

$$\text{начин: } e_k = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m (o_{sk} - t_{sk})^2 = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m (v_{sk}^{(N_L)} - t_{sk})^2.$$

Да би се формирао итеративан процес за одређивање тежинских коефицијената веза у вишеслојној неуронској мрежи, наћи ће се парцијални изводи функције грешке:

$$\frac{\partial e_k}{\partial w_{ij}^{(l)}} = \frac{\partial e_k}{\partial x_{jk}^{(l)}} \frac{\partial x_{jk}^{(l)}}{\partial w_{ij}^{(l)}}. \text{ Извод линеарне функције интеракције је: } \frac{\partial x_{jk}^{(l)}}{\partial w_{ij}^{(l)}} = v_{ik}^{(l-1)}$$
 па се претходни

$$\text{израз може написати у облику } \frac{\partial e_k}{\partial w_{ij}^{(l)}} = \delta_{jk}^{(l)} v_{ik}^{(l)}, \text{ где је } \delta_{jk}^{(l)} = \frac{\partial e_k}{\partial x_{jk}^{(l)}}.$$

Парцијални извод за излазни слој ( $N_L$ ) је следећи:  $\delta_{jk}^{N_L} = (o_{jk} - t_{jk}) g_j^{(N_L)}(x_{jk}^{(N_L)})$ , док је извод за

скривене слојеве нешто сложеније израчунати и гласи:  $\delta_{jk}^{(l)} = g_j^{(l)}(x_{jk}^{(l)}) \sum_{s=1}^{N_{l+1}} \frac{\partial e_k}{\partial x_{sk}^{(l+1)}} w_{js}^{(l+1)}$  ако у

овом изразу извршимо могуће замене добијамо да је:  $\delta_{jk}^{(l)} = g_j^{(l)}(x_{jk}^{(l)}) \sum_{s=1}^{N_{l+1}} \delta_{sk}^{(l+1)} w_{js}^{(l+1)}$ .

Да би се израчунали изводи грешке по тежинама неурона из слоја  $l$  неопходно је познавање стања излаза неурона из претходног слоја, као и парцијалних извода  $\delta_{jk}^{(l+1)}$  из наредног. Зато је овај алгоритам организован у две фазе. У првој фази на улаз мреже се доводи сигнал  $i_k$  неког од тренинг узорка  $r_k$ . Тај сигнал се простира до излаза, то јест секвенцијално се рачунају одзиви неурона почев од оних у нултом слоју. Ова фаза се простира унапред. Након ове фазе познати су одзиви свих неурона у мрежи. У следећој фази се врши модификација тежина. Прво

се израчунају парцијални изводи грешке по тежинама неурона, а исте тежине се модификују по правилу градијентног спуста:  $w_{ij}^{(l)} = w_{ij}^{(l)} - \eta \frac{\partial e_k}{\partial w_{ij}^{(l)}}$ . Ова фаза се одвија такође по слојевима,

а из поменутих разлога почиње од излазног слоја. Сигнал грешке се простире уназад. Фазе се обављају секвенцијално за све узорке из тренинг скупа. Циклус обраде свих узорака из тренинг скупа је једна епоха.

Сви наведени изрази захтевају да активациона функција буде диференцијабилна што и јесу линеарна и сигмоидалне функције. Ове друге имају одличне особине из разлога веома једноставних извода.

Аутори алгоритма су предложили варијанту са моментом која је значајно убрзала сам алгоритам. Повећање брзине алгоритма је постигнуто увођењем моментног члана тако да промена тежине у тренутку  $t$  зависи и од промене у претходном тренутку:

$$\Delta w_{ij}^{(l)}(t) = -\eta \frac{\partial e_k}{\partial w_{ij}^{(l)}} + \alpha \Delta w_{ij}^{(l)}(t-1). \text{ Коефицијент } \alpha \text{ дефинише утицај претходних на садашњу}$$

промену и обично има вредност између 0 и 1. На овај се начин уводи извесна инерција у промени правца и брзине спуста низ површ грешке у простору тежина. Овим се повећава брзина учења нарочито у случајевима када функција грешке има широке области са малим нагибом. Оваквим приступом се обезбеђује прескакање локалних минимума.

Како смо до сада видели овај се алгоритам може користити само за нерекурентне мреже. Међутим, неки аутори сматрају да га је могуће користити и у рекурентним мрежама, а све је засновано на идеји да за сваку рекурентну мрежу постоји еквивалентна нерекурентна мрежа која се у коначном временском интервалу понаша исто. Ово учење мреже се одвија у временском домену, иако је време дискретизовано, ова варијанта алгоритма се још назива и *back propagation through time* (*back propagation* кроз време).

## Hopfield-ове мреже

Мреже припадају класи потпуно повезаних мрежа. Организација топологије мреже се заснива на врло једноставном правилу. На улаз једног неурона се доводе излазни сигнали свих процесних елемената. Тополошке целине као што су слојеви у оваквим мрежама не постоје. Нотација која се користи код оваквих мрежа је број неурона у мрежаи је  $n$ , а ознака неурона је  $V_j$ ,  $j=1,2,3,\dots,n$ . Са  $x_j$  и  $v_j$  означимо активациони и излазни сигнал неурона  $V_j$ . Узмимо да је излаз неурона  $V_i$  везан за  $i$ -ти улаз неурона  $V_j$  и нека је  $w_{ij}$  тежински коефицијент те везе.

Постоје два типа ових мрежа. Први тип су такозване дискретне мреже са неуроном који има линеарну интеракцију улаза и одскачну активациону функцију. Понашање мреже је дефинисано системом једначина:  $v_j(t+1) = V_1$  ако је  $x_j(t) > I_j$  и  $v_j(t+1) = V_0$  ако је  $x_j(t) < I_j$  за  $j=1,2,3,\dots,n$ . Где су  $V_1$  и  $V_0$  нивои логичке јединице и нуле.  $x_j(t)$  је активациони сигнал неурона  $V_j$  у тренутку  $t$  а  $I_j$  је активациони праг истог неурона. Посматрајући топологију мреже активациони сигнал

неког неурона у тренутку  $t$  се може изразити на следећи начин:  $x_j(t) = \sum_{i=1}^n w_{ij} v_i(t)$ . Ова мрежа

функционише тако што се у сваком тренутку бира један неурон, а његово стање излаза се прерачунава на основу већ датог израза.

Други тип ових мрежа је континуална која захтева коришћење процесног елемента. Неурон је састављен од линеарне функције интеракције улаза, сигмоидалне активационе функције, неидеалан излазни појачавач са коначном улазном отпорношћу и капацитивношћу. Једначина

стања континуалне мреже гласи:  $C_j \frac{dx_j}{dt} + \frac{x_j}{r_j} = \sum_{i=1}^n w_{ij} v_i + I_j$  и  $v_j = g_j(x_j)$ ,  $j=1,2,\dots,n$ , где је  $I_j$

екстерни улаз неурона  $v_j$ , а  $r_j$  је отпорност.

Оба модела мрежа, дискретни и континуални, могу се посматрати као нелинеарни динамички системи. С обзиром на присутност великог броја повратних веза за њихове практичне примене је од изузетног значаја одређивање услова под којима се ове мреже понашају стабилно. У режиму великог појачања понашање континуалног модела идентично је понашању дискретног. Анализа стабилности се своди на анализу трајекторије којом се систем креће – еквилибријума. Ова анализа се врши сложеним математичким апаратом познатим под називом Љапуновов директни метод.

У свим радовима о овој врсти вештачких неуронских мрежа није придружена ниједна процедура учења. Тежински коефицијенти се у овим мржама пре рачунају него што се одређују итеративно у поступку учења.

## Динамичке процедуре за учење

Све до сада описане алгоритме за учење вештачких неуронских мрежа карактерише иста особина. Процес учења, то јест прилагођавање параметара мреже, се обавља у мрежи унапред одређене и фиксирани архитектуре. Другим речима приказане процедуре припадају класи статичких процедура. У следећем тексту приказаће се процедуре учења код којих се у току учења, осим тежина веза и прагова процесних елемената, мења и архитектура саме мреже. Алгоритми учења овог типа, како је већ напоменуто називају се динамичким. Неке вештачке неуронске мреже имају архитектуру која је одређена самим проблемом који решавају. Ово није правило за вишеслојне неуронске мреже. Број улазних и излазних неурона овде је одређен проблемом који се решава, али број скривених слојева и неурона у њима није познат. Зато се динамичко учење углавном користи у вишеслојним мрежама. Предност динамичког у односу на статички приступ учењу јесте у томе што се архитектура мреже аутоматски прилагођава проблему који се решава. Значај овога биће јаснији ако се има у виду утицај структуре мреже на њене особине.

При поређењу различитих архитектура неуронских мрежа трба узети у обзир неколико битних параметара. Код мрежа које обрађују бинарне податке, од интереса је познавати њихов капацитет који се дефинише као максимална количина информација коју мрежа може да научи. Капацитет мреже аналогног типа, тешко је дефинисати тако да је од већег интереса познавање њихових апроксимирајућих способности. И код једних и код других је од великог значаја способност генерализације то јест коректан одговор на улазне податке који мрежи нису презентовани у процесу учења. Сви поменути атрибути мрежа су јако повезани са њеном

архитектуром, бројем слојева, бројем неурона, типом неурона, а самим тим и са бројем непознатих параметара мреже.

Код трослојних мрежа са бинарним неуронима у скривеном и излазном слоју веза између узорака које мрежа може да научи,  $N_p$  и броја параметара мреже,  $N_w$ , постоји следећа

$$\text{зависност: } \frac{mN_p}{1 + \log_2 N_p} \leq N_w < m \left( \frac{N_p}{n} + 1 \right) (n + m + 1) + m \quad (\text{Baum, 1988})$$

Где су  $n$  и  $m$  бројеви неурона на улазу и излазу мреже, респективно. На основу претходног израза број узорака које је ова мрежа у стању да научи, односно њен капацитет, ограничен је

$$\text{следећим изразом: } \frac{N_w}{m} - K_1 \leq N_p \leq \frac{N_w}{m} \log_2 \left( \frac{N_w}{m} \right) + K_2 \quad \text{где су } K_1 \text{ и } K_2 \text{ позитивне константе}$$

које се могу занемарити ако је број неурона на улазу и у скривеном слоју бар неколико пута већи од броја неурона на излазу, то јест  $n + m \gg m$  [56]. Може се рећи да је капацитет трослојне мреже са бинарним неуронима приближно једнак  $N_w/m$ .

Предпоставља се да је капацитет мрежа са сигмоидалним функцијама и мрежа са више слојева сличног капацитета али је овај податак мање битан ако се узме у обзир да се од мреже не очекује само да меморише тренинг узорке већ да проблем генерализује односно да у току експлоатације мрежа даје коректан одзив и на невидљиве улазне податке. Проблем генерализације зависи од величине тренинг скупа  $N_p$ . За дато  $0 < \epsilon < 1/8$ , ако је мрежа обучена са

$$N_p \text{ тренинг узорака: } N_p \geq O \left( \frac{N_w}{\epsilon} \right) \log_2 \frac{N_w}{\epsilon}, \text{ тако да је најмање } (1 - \epsilon/2) N_p \text{ исправно научено,}$$

од мреже се у току експлоатације може очекивати да ће исправно класификовати  $1 - \epsilon$  део будућих узорака који имају исту дистрибуцију као и узорци у тренинг скупу. Из овога следи да је број тренинг узорака потребних да би се обезбедила добра генерализација функција броја непознатих параметара мреже, а та зависност није линеарна ни у једном случају.

На основу последњег обрасца лако је закључити, да уколико је познато  $N_w$  параметара мреже могуће одредити величина тренинг скупа за потребну генерализацију. Ако се усвоји да је жељена тачност 90% ( $\epsilon = 0,1$ ) и занемаримо константан и логаритамски члан, следи да је потребан тренинг узорак који је 10 пута већи од броја непознатих параметара мреже. Ако је број узорака фиксиран тада се побољшање генерализације може постићи бирањем мреже са мање непознатих параметара. На основу овога лако је закључити да средина у којој је мрежа обучена треба да буде што верније представљена тренинг скупом. Мрежа мора бити довољно велика да би могла коректно да научи тренинг узорке, а са друге стране мора бити довољно мала да би генерализација била добра.

Ако мрежа има  $n$  улаза и  $m$  излаза њено обучавање се може посматрати и као апроксимација пресликавања  $F: P_n \rightarrow P_m$  које повезује вектор улаза  $i = (i_1, i_2, \dots, i_n)^T$  и вектор излаза  $o = (o_1, o_2, \dots, o_m)^T$ . Пресликавање  $F$  није дато у аналитичкој форми али је познат скуп парова  $p_k = (i_k, o_k)$ ,  $o_k = F(i_k)$  који чине тренинг скуп  $P$  са  $N_p$  елемената. Неуронска мрежа апроксимира пресликавање  $F$  тако што сваки од  $m$  неурона на излазу рачуна по једну функцију  $F_j: R_n \rightarrow R$  таквих да је  $o_j = F_j(i)$ . Тачније говорећи сваки неурон на излазу мреже је способан да рачуна фамилију функција  $F_j$  која

зависи од архитектуре мреже, односно од броја слојева, броја неурона, као и од облика функција интеракције улаза и активационих функција употребљених неурона.

Способност мреже да апроксимира, то јест да научи пресликавање  $F$ , очигледно зависи од апроксимирајућих могућности функција  $F_j$ , а самим тим и од архитектуре мреже. Да би једна вишеслојна мрежа могла да обавља произвољне задатке, то јест да апроксимира било које пресликавање  $F$  потребно је да  $F_j$  буду универзалне апроксимирајуће функције. Тако вишеслојна неуронска мрежа са најмање једним скривеним слојем и са локално ограниченим, по областима континуалним активационим функцијама може апроксимирати било коју континуалну функцију са произвољном тачношћу ако и само ако активационе функције нису полиномске [57].

С обзиром да је довољно да само неурони у скривеном слоју имају нелинеарне активационе функције, следи да се трослојна мрежа са сигмоидалним неуронима у скривеном слоју и линеарним у излазном може сматрати универзалним апроксиматором. Ово може бити закључак само у случају да је број неурона у скривеном слоју довољно велики.

Без обзира што је трослојна мрежа способна да обави било који постављени задатак, у пракси се често користе и мреже са више од једног скривеног слоја. Повећање броја слојева повећава нелинеарност апроксимирајућих функција па се у неким случајевима потребне апроксимирајуће способности могу постићи са мање неурона у вишеслојним мрежама него у трослојним. Мреже са мањим бројем неурона имају мање непознатих параметара, а то значи да од такве мреже можемо очекивати бољу генерализацију.

Побољшање генерализације се може постићи на два начина. Први је да се неком од статичких процедура обави учење више мрежа различитих конфигурација на истом тренинг скупу. На крају се као коначно решење усваја мрежа која има најмањи број параметара, односно најмањи број неурона у скривеним слојевима и задовољавајући квалитет обучености. Овакав процес одређивања топологије је изузетно тежак када се ради о мрежама великих димензија.

Други начин је заснован на идеји да се у току учења прате како грешка на тренинг, тако и грешка на валидационом скупу узорака. Грешка се на тренинг скупу константно смањује. Грешка на тест скупу која представља меру квалитета генерализације опада до неког циклуса након чега почиње да расте, да би на крају достигла неку константну вредност која може бити и задата.

---

## VI Експериментално истраживање

---



## 6.1 Програм сопственог експерименталног истраживања

Да би се експеримент успешно реализовао састављен је детаљан програм испитивања. Програмом су дефинисани састави претходних бетонских мешавина, димензије и број узорака за испитивање, начин неговања узорака, начин уградње анкера, обим и врсте појединих испитивања бетона и анкера.

За реализацију експерименталних истраживања предвиђено је да се израде четири врсте бетона у зависности од количине употребљених челичних влакана. Врсте бетона означене су на следећи начин:

- M0 – бетон веома високих чврстоћа без челичних влакана
- M1 – бетон веома високих чврстоћа са запреминским уделом влакана од 1%
- M2 – бетон веома високих чврстоћа са запреминским уделом влакана од 3%
- M3 – бетон веома високих чврстоћа са запреминским уделом влакана од 5%.

У оквиру сваке врсте бетона употребљене су исте количине компонентних материјала, осим количине влакана и кварцног песка. Све је урађено узимајући у обзир следеће:

- Количина цемента је фиксирана на око  $900\text{kg/m}^3$ . Коришћен је чист портланд цемент компаније Lafarge БФЦ ознаке CEM I 42.5R (PC 42.5R).
- Влакна за микроармирање дужине 12mm и дебљине 0.17mm у запреминским уделима 1, 3 и 5% односно  $78.5\text{ kg/m}^3$ ,  $235.5\text{ kg/m}^3$  и  $392.5\text{kg/m}^3$  респективно.
- Количина агрегата (у овом случају кварцног песка величине зрна до 0.5mm) варирана је сходно прорачуну за пројектовање састава бетонске мешавине.

Састав бетонске мешавине пројектован је тако да задовољава следеће услове у свежем стању:

- Иста конзистенција након мешања бетона ( $\Delta h \geq 25\text{cm}$  односно разливање на конусу 650mm према EN 12390-8)
- Количина увученог ваздуха мања од 2% (пожељно је да буде и мања од 1%) узимајући у обзир опрему која се користи за справљање бетона.
- Количина суперпластификатора коригује се у зависности од потребног водовезивног односно водоцементног односа. Жељени водоцементи однос требало би да буде мањи од 0.2 и водовезивни мањи од 0.25.

На основу дефинисаних циљева и програма истраживања варирањем количине влакана направљене су четири бетонске мешавине за експериментална истраживања, а на свежем бетону су спроведена следећа стандардна испитивања:

- Одређивање запреминске масе свежег бетона,
- Конзистенција бетона,
- Одређивање количине увученог ваздуха у свежем бетону.

На очврслом бетону спроведена су следећа стандардна испитивања:

- Испитивање чврстоће при притиску бетона након 28 дана на узорцима различитог облика и величине (призме 4x4x16cm модификована метода, коцке ивице 10cm и цилиндри пречника 15cm и висине 30cm)
- Одређивање модула еластичности
- Испитивање чврстоће при затезању савијањем

За побројана испитивања број и димензије узорака су одређени на основу захтева одговарајућих стандарда. За сваку врсту бетона и побројана испитивања направљени су следећи узорци за испитивање основних својстава:

- За испитивање чврстоће при притиску 3 призме 4x4x16cm, 3 коцке а=10cm и 3 цилиндра пречника 15cm и висине 30cm.
- За испитивање модула еластичности 6 цилиндара пречника 15cm и висине 30cm
- За испитивање бетона при затезању савијањем 3 призме димензија 10x10x40cm.

Поред узорака за испитивање основних својстава бетона веома високих чврстоћа израђени су узорци за испитивање анкера. Извршена су следећа испитивања анкера:

- Испитивање анкера на затезање (PULL-OUT) према BS 5080-2
- Испитивање анкера на смицање (интерна метода)

Код узорака на којима је испитивана носивост уграђених анкера, варирани су следећи утицајни параметри:

- Две врсте анкера: претходно уграђени и накнадно уграђени - хемијски анкери
- Пречник анкера и то  $\varnothing 10$ ,  $\varnothing 12$  и  $\varnothing 16$ mm
- Дубина анкеровања од 2, 4, 6, 8, 10 и 12cm

Сви бетонски узорци за постављање анкера су прављени у облику цилиндара пречника 15cm и висине 15cm.

За збијање бетона, собзиром на велику конзистенцију бетона, коришћена је шипка, то јест ручно збијање са 25 пробадања бетона по узорку. Након компактирања узорци су прва 24 сата одлежавали у металним или ПВЦ калупима.

Након одлежавања у калупима вршена је хидротермална нега. Нега је вршена у импровизованим купатилима на температури од 95°C и влажности од минимум 95%. Узимајући у обзир величину узорака нега је вршена у сушници капацитета 1m<sup>3</sup> са дигиталном контролом температуре. Време трајања неге за све узорке било је 48 сати. После хидротермалне неге узорци за испитивање анкера су чувани на ваздуху. Узорци за испитивање основних својстава делом су после хидротермалне неге неговани на ваздуху и делом у води температуре 20°C.

Укупно је за цео експеримент направљено 360 узорака. Од тога 288 за испитивање носивости анкера и 72 узорка за испитивање основних својстава бетона веома високих чврстоћа.

## 6.2 Испитивање и одабир компонентних материјала

### 6.2.1 Бетон веома високих чврстоћа

#### 6.2.1.1 Цемент

У експерименталном истраживању коришћене су две врсте цемента CEM I 42.5R Lafarge БФЦ и CEM I 52.5R CRH фабрике цемента из Новог Поповца. Физичка и механичка својства цемената испитана су у складу са SRPS EN 196-1, SRPS EN 196-3 и SRPS EN 196-6. На основу добијених резултата испитивања закључено је да обе врсте цемента задовољавају прописане услове квалитета према SRPS EN 197-1.

Табела 6.1 - Физичко-хемијске карактеристике цемента

		Цемент	
		CEM I 42.5R BFC	CEM I 52.5 CRH
Хемијски састав (%)	SiO <sub>2</sub>	20.83	18.92
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	6.15	6.79
	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3.01	3.90
	CaO	63.20	57.73
	MgO	1.89	1.98
	Na <sub>2</sub> O	0.29	0.01
	SO <sub>3</sub>	2.69	2.33
	Cl <sup>-</sup>	0.003	0.0001
Физичка својства	Запреминска маса [kg/m <sup>3</sup> ]	3130	3170
	Спец. Површина [cm <sup>2</sup> /g]	4210	4100

Табела 6.2 - Механичке карактеристике цемента

		CEM I 42.5R BFC	CEM I 52.5 CRH
Чврстоћа при притиску [N/mm <sup>2</sup> ]	Старост 2 дана	29.3	28.0
	Старост 7 дана	47.2	48.0
	Старост 28 дана	61.6	57.8
Чврстоћа при затезању савијањем [N/mm <sup>2</sup> ]	Старост 2 дана	7.0	6.1
	Старост 7 дана	7.9	8.2
	Старост 28 дана	9.8	9.3

Приликом одлучивања који ће се цемент користити посматран је хемијско-минералоски састав, а примена хидротермалне неге у експерименту захтевала је и одабир цемента који даје боље ефекте при запаривању. На основу претходних искустава аутора обе врсте цемента имају добре карактеристике када је у питању хидротермална нега бетона.

Примена веома јаких редуктора воде је неопходна за добијање бетона веома високих чврстоћа. У разматрање су узети суперпластификатори компаније Sika. Препорука произвођача је била суперпластификатор ознаке Viscocrete 20NE као једног од најефикаснијих редуктора воде. Количине које се примењују приликом израде бетона веома високих чврстоћа

су знатно изнад декларисаних од стране произвођача. Да би се извршио одабир цемента урађена је анализа компатибилности цемената и изабраног адитива. Анализа је извршена тако што су урађене цементне пасте са двоструко већим количинама адитива од максимално декларисаних. Критеријуми за избор цемента било је краће време почетка и краја везивања тако припремљених цементних паста. Резултати испитивања дати су у Табели 6.3.

Табела 6.3 - Време везивања цементних паста

PC 42.5R Беочин	Почетак везивања пасте [h]	8 <sup>10</sup>
	Крај везивања пасте [h]	23 <sup>15</sup>
PC 52.5R Нови Поповац	Почетак везивања пасте [h]	10 <sup>20</sup>
	Крај везивања пасте [h]	25 <sup>10</sup>

На основу нешто већих механичких карактеристика и краћег времена везивања на цементној паста за даље истраживање одабран је цемент PC 42.5R Беочинске фабрике цемента Lafarge.

### 6.2.1.2 Минерални додатак

Као минерални додатак за производњу бетона веома високих чврстоћа у експерименту коришћена је силикатна прашина. Коришћена је комерцијално доступна силикатна прашина фирме Sika SikaFume HP. Декларисана величина честица латентног реактивног силицијум-диоксида је 0.1 $\mu$ m. У спецификацијама произвођача декларисана запреминска маса у расутом стању силикатне прашине је 700kg/m<sup>3</sup>. Запреминска маса честица силикатне прашине, односно специфична маса је 2700kg/m<sup>3</sup>. На XRF-у урађена је хемијска анализа ради одређивања састава силикатне прашине и резултати су приказани у табели 6.4. У истој табели је дата вредност и специфичне површине честица силикатне прашине која се не може одредити класичним путем на Blaine-овом апарату већ се одређује BET методом. На слици 6.1 приказана је примењена силикатна прашина.

Табела 6.4 - Резултати хемијске анализе силикатне прашине

SiO <sub>2</sub> [%]	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> [%]	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> [%]	CaO [%]	MgO [%]	Na <sub>2</sub> O [%]	K <sub>2</sub> O [%]	SO <sub>3</sub> [%]	Специфична површина [cm <sup>2</sup> /g]
96.52	0.64	0.31	0.38	0.44	0.32	0.87	0.22	приближно 24000



Слика 6.1 - Силикатна прашина - SikaFume HR

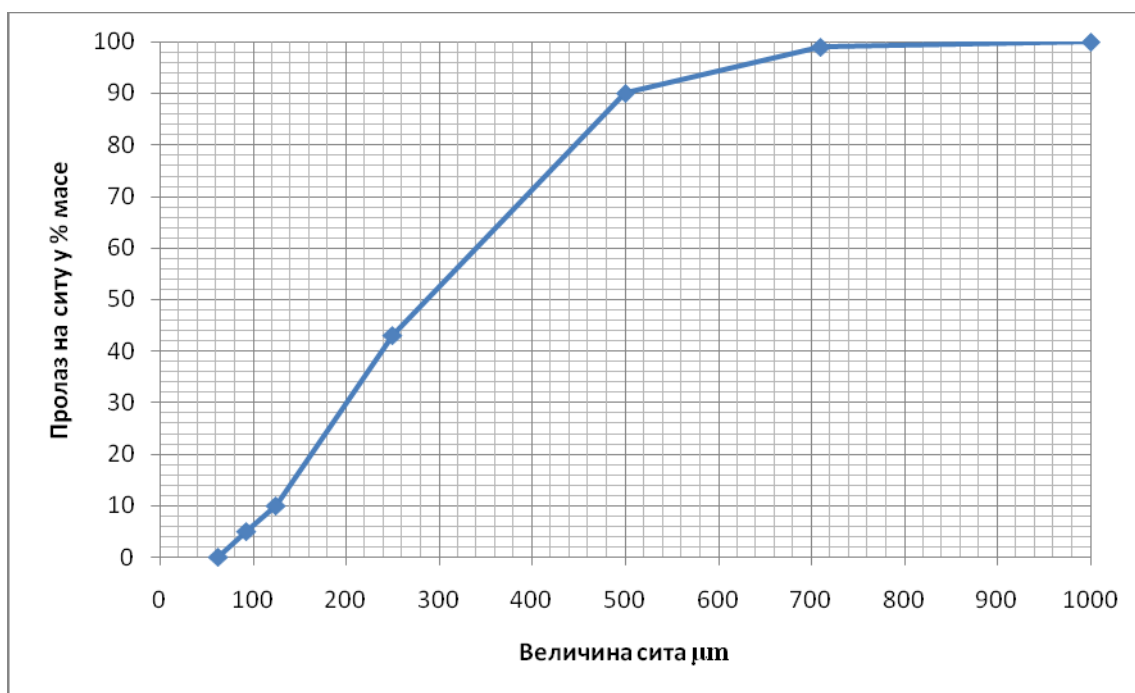
### 6.2.1.3 "Крупан" агрегат - кварцни песок

У бетонима веома високих чврстоћа максимално зрно агрегата је знатно мање него код класичног бетона. Изабран је кварцни песок фирме Каолин Ваљево. Максимално зрно агрегата је изабрано 0.5mm. Кварцни песок је комерцијано доступан, а гранулометријском анализом је утврђено да је 90% зрна у границама од 0.2 до 0.4mm. Запреминска маса зрна агрегата према спецификацијама произвођача је износила 2710kg/m<sup>3</sup>. Хемијски састав кварцног агрегата дат је у табели 6.5.

Табела 6.5 - Хемијски састав кварцног агрегата

Оксиди	Учешће у [%]
SiO <sub>2</sub>	97.54
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.52
K <sub>2</sub> O	0.24
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.57

У експерименталном делу истраживања урађена је гранулометријска анализа кварцног песка. На слици 6.2 приказана је добијена гранулометријска крива "крупног" агрегата то јест примењеног кварцног песка.



Слика 6.2 - Гранулометријска крива квацног песка

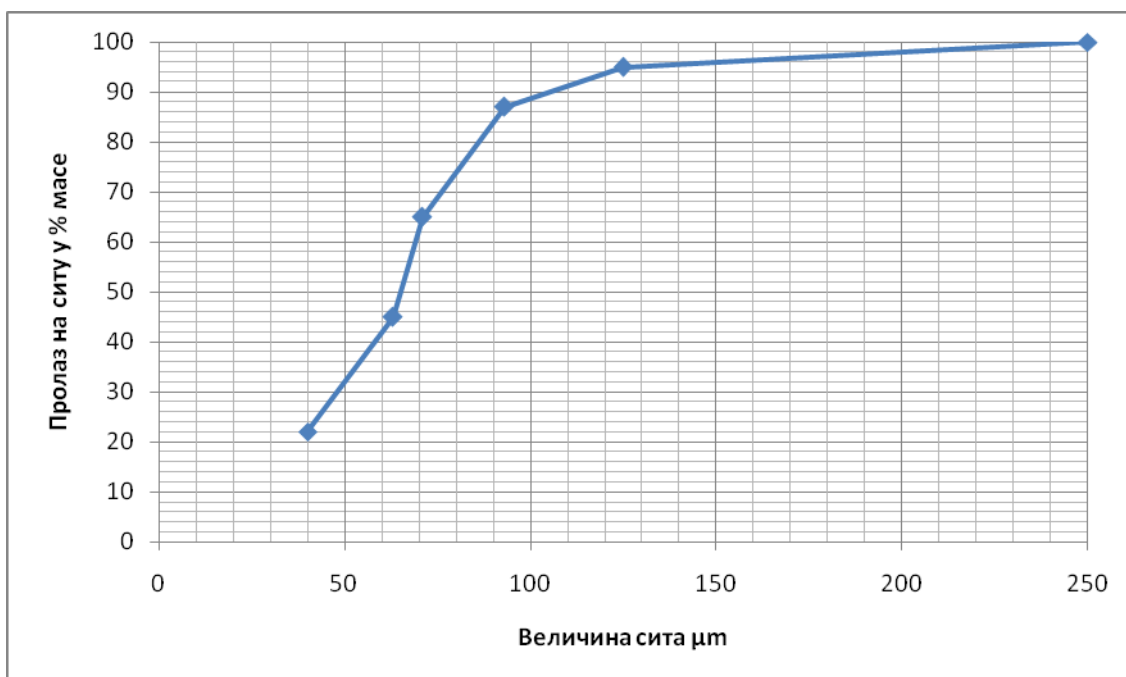
#### 6.2.1.4 "Ситан" агрегат - кварцни прах

Величина агрегата који је коришћен у експерименту је ограничена на 0.5мм. Разлика у величини честица између кварцног песка који је коришћен као крупан агрегат и цемента на другој страни је значајна. Потребно је да постоји пуниоц који би гледајући класичан бетон био нека врста песка. На овом нивоу то је квацни прах. Кварцни прах у Србији производи компанија Србокварц у Рготини код Зајечара. Хемијске карактеристике кварцног праха су приказане у табели 6.6.

Табела 6.6 - Хемијски састав кварцног праха

Оксиди	Учешће у [%]
$\text{SiO}_2$	98.0
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.8
$\text{K}_2\text{O}$	1.0
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	-

Запреминска маса зрна агрегата - праха према спецификацијама произвођача износила је  $2675\text{kg/m}^3$ . У експерименталном делу дисертације одређен је гранулометријски састав кварцног праха према стандарду SRPS В.В8.105. На слици 6.3 приказана је добијена гранулометријска крива кварцног праха.



*Слика 6.3 - Гранулометријска крива кварцног праха*

#### 6.2.1.5 Адитив - хемијски додатак

За бетоне високих и веома високих чврстоћа неопходна је примена суперпластификатора. Како се ради о бетонима са веома малим водоцементним односом за њихово добијање неопходни су суперпластификатори најновије генерације са веома великом редукцијом воде. Изабран је адитив компаније "SIKA" "Viscocrete 20HE". Хемијски додатак има специјална побољшања за унапређење дисперзије примењених материјала у бетону. Адитив није посебно испитиван у експерименталном раду, осим што је проверена запреминска маса адитива која је износила  $1020\text{kg}/\text{m}^3$  што је у складу са декларисаним вредностима од стране произвођача. Количина суве материје у адитиву је 30%.

#### 6.2.1.6 Влакна за микроармирање - микроарматура

Велики је избор челичних влакана која се могу применити за бетоне високих и веома високих чврстоћа. За ове бетонске композите најчешће се употребљавају влакна малих дужина од 10 до 12mm. Према анализи резултата доступних истраживања најповољнији однос дужине и пречника влакана је у границама од 40 до 80. На основу овог односа и усвојене дужине влакана дебљина влакана би требало да буде до 0.2mm. За израду бетона у овом експерименту употребљена су влакна дужине 12mm и дебљине 0.17mm. Коришћена су влакна чија затезна чврстоћа износи око  $2500\text{N}/\text{mm}^2$ . Запреминска маса челичних влакана је  $7850\text{kg}/\text{m}^3$ . Влакна су обложена месингом како би им се повећала трајност, односно отпорност на корозију у бетону. Влакна коришћена у експерименталном раду приказана на слици 6.4 производ су фирме "Спајић" из Неготина.



Слика 6.4 - Равна челична влакна 12/0.17 фирме "Спајић" - Неготин

## 6.2.2 Анкери и маса за анкерисање

### 6.2.2.1 Челик за анкере

Према плану експеримента предвиђено је да се истражи носивост две врсте анкера. Једна врста су претходно постављени анкери, док је друга врста хемијски анкери који се накнадно постављају у очврсли бетон. Основни материјал за анкере коришћен у експерименталном раду је ребраста арматура В500-В. За експеримент је укупно узето по 8 шипки арматуре дужине 6 метара. Од сваког пречника арматуре одвојени су узорци за испитивање основних карактеристика челика. Испитивањем су одређени напон течења, затезна чврстоћа и издужење. Испитивања су рађена у складу са стандардом EN 10080. Добијене вредности дате су у табели 6.7.

Табела 6.7 - Карактеристике материјала анкера - арматура В500-В

Називни пречник	Напон течења [N/mm <sup>2</sup> ]	Затезна чврстоћа [N/mm <sup>2</sup> ]	Издужење[%]
10 mm	576	668	10.8
12 mm	554	640	9.9
16 mm	525	628	9.0

На основу испитиваних параметара утврђено је да су карактеристике свих пречника арматуре у стандардом прописаним границама и арматура за анкере свих димензија је приближно истих карактеристика. Једнаке карактеристике основног материјала за анкере су битне јер се тиме смањује број параметара који могу утицати на носивост. На слици 6.5 приказани су анкери припремљени за уградњу у бетон.





**Слика 6.5** - Анкери припремљени за уградњу у бетон

### 6.2.2.2 Маса за фиксирање анкера

Код накнадно уграђених анкера, тако званих хемијских анкера, од велике важности је материјал који се користи за остваривање везе између анкера и бетона. Много је произвођача који производе материјале за фиксирање анкера, а самим тим и производа који се могу користити. У експерименту је коришћен комерцијално доступан производ компаније SIKА под називом SIKА AnchorFix-2. На бази је епокси-акрилата и састављен је од две компоненте које се мешају и стврдњавају на ваздуху. Зависно од температуре материјала и средине стврдњавање може бити од 45 минута до 24 сата. Маса за анкерисање према спецификацији произвођача има карактеристике дате у табели 6.8.

Табела 6.8 - Карактеристике масе за фиксирање анкера AnchorFix-2

Особина	Испитивање према стандарду	Добијене вредности
Чврстоћа при притиску	ASTM D695	60.0 N/mm <sup>2</sup>
Чврстоћа при савијању	ASTM D790	12.5 N/mm <sup>2</sup>
Чврстоћа при затезању	ASTM D638	24.0 N/mm <sup>2</sup>
Модул еластичности	ASTM D695	4000 N/mm <sup>2</sup>

## 6.3 Пројектовање састава бетона веома високих чврстоћа

### 6.3.1 Услови за пројектовање

За одређивање састава бетонских мешавина бетона веома високих чврстоћа потребно је усвојити одређене полазне услове за пројектовање. Узимајући у обзир услове за свеж и очврсли бетон усвојени су следећи полазни услови:

- ради добијања што бољих механичких особина потребно је водовезивни однос смањити испод 0.25
- количина цемента по  $m^3$  треба да буде већа од  $900kg/m^3$
- увучени ваздух у бетону не већи од 2% (+1%) - ограничење количине ваздуха може представљати проблем због опреме која се користи за справљање бетона.
- максимално зрно агрегата смањити на око 0.5 до 1 mm.
- користити испуну од кварцног праха
- чврстоћа при притиску на деловима призми 4/4/16cm најмање  $140N/mm^2$ .

На основу почетних услова усвојени су параметри за прорачун количина компонентних материјала свеже бетонске мешавине:

- Усвојена је количина цемента од  $950kg/m^3$
- удео силикатне прашине на нивоу 0.21 од количине цемента
- удео кварцног праха је константан 0.33 од количине цемента
- водовезивни однос усвојен је 0.2
- количина челичних влакана према програму испитивања усвајана је по запремини 1, 3 и 5%
- количина суперпластификатора код бетона веома високих чврстоћа се усваја од 1 до 2% суве материје у односу на количину цемента. Увојена је количина од 1.65%.

На основу усвојених почетних параметара о саставу бетона високих чврстоћа потребно је израчунати количну агрегата која је променљива у зависности од количине влакана и ваздуха у бетону. Усвојена вредност количине ваздуха у бетону је била 2%. Према томе следи да се количина агрегата израчунава према следећем обрасцу:

$$\frac{m_c}{\gamma_c} + \frac{m_w}{\gamma_w} + \frac{m_{sf}}{\gamma_{sf}} + \frac{m_{kp}}{\gamma_{kp}} + \frac{m_p}{\gamma_p} + \frac{0.9m_{ad}}{\gamma_{ad}} + \Delta V + \Delta p = 1.0 \text{ где су}$$

$m_c$ ,  $m_w$ ,  $m_{sf}$ ,  $m_{kp}$ ,  $m_p$ ,  $m_{ad}$  масе цемента, воде, силикатне прашине, кварцног праха, кварцног песка и адитива респективно.  $\Delta V$  је запремински удео челичних влакана у бетону и  $\Delta p$  је удео ваздуха у бетону. Специфичне масе компонентних материјала у именицима разломака у формули дате су са истим индексима као и масе. На основу усвојених односа, маса појединих компонентних материјала и познатих специфичних маса одређује се количина кварцног песка према следећој формули:

$$\frac{m_p}{2710} + \Delta V + \Delta p = 0.256$$

### 6.3.2 Састав бетонских мешавина

На основу претходно приказаног поступка прорачуна, одређени су састави свежих бетонских мешавина. Количине компонентних материјала за  $1\text{m}^3$  бетона и рачунске вредности запреминских маса бетона у свежем стању дате су у табели 6.9.

Табела 6.9 - Количине компонентних материјала за  $1\text{m}^3$  бетона

Број	Цемент [kg/m <sup>3</sup> ]	Микро- силика [kg/m <sup>3</sup> ]	Вода [kg/m <sup>3</sup> ]	Кварцни прах [kg/m <sup>3</sup> ]	Кварцни песак [kg/m <sup>3</sup> ]	Челична vlakна [kg/m <sup>3</sup> ]	Адитив [kg/m <sup>3</sup> ]	Запр. маса [kg/m <sup>3</sup> ]
М0	950	200	230	320	640	0	53	2393
М1	950	200	230	320	612	78.5	53	2443
М2	950	200	230	320	558	235.5	53	2509
М3	950	200	230	320	531	392.5	53	2640

## 6.4 Справљање бетона веома високих чврстоћа

Справљање бетона веома високих чврстоћа урађено је у лабораторијским условима. Пошто су се у експерименталном раду користили материјали тешко доступни и скупи на тржишту Србије (пре свега челична влакна) прво су проверени пројектовани састави бетонских мешавина на мањем узорку. Урађене су претходне пробе бетона на мешалици за цемент марке Toni Technik Немачка капацитета мешања 3 литра. Мешалица је у складу са стандардом SRPS EN 196-1. На добијеним мешавинама проверавана је конзистенција помоћу конуса који се користи за испитивање конзистенције малтера према стандарду SRPS B.C8.042.



*Слика 6.6 - Мешање бетона у мешалици за цемент лево: након додате воде, десно: након додавања влакана - микроарматуре*

Пробе са мањим количинама послужиле су за потврђивање рачунски усвојених рецептура. Потом су урађене велике претходне пробе бетона на мешалици декларисаног капацитета 150 литара и номиналног капацитета 130 литара. Мешалица је са планетарним мешањем и вертикалном осовином за мешање. Коришћена мешалица је марке Schlosser - Немачка приказана на слици 6.7. Примењена мешалица има две брзине мешања 60 и 80 обртаја у минути. За припрему бетона веома високих чврстоћа неопходна је примена мешалица са брзинама од 400 обртаја у минути. Примена мешалица са мањим бројем обртаја захтева продужено мешање компонентних материјала према фазама и тачно одређеним временима мешања.

Компонентни материјали дозирани су према следећем редоследу:

- Прва фаза - кварцни песак, цемент, силикатна прашина и кварцни прах
- Друга фаза - вода
- Трећа фаза - суперпластификатор
- Четврта фаза - челична влакна



**Слика 6.7** - Мешање бетона веома високих чврстоћа на Schlosser мешалици

Усвојено трајање мешања компоненти према фазама било је:

- Прва фаза - мешање суве мешавине 3 минута
- Друга фаза - мешање након додавања воде 4 минута
- Трћа фаза - мешање након додавања суперпластификатора 5 минута
- Четврта фаза - мешање након додавања челичних влакана 4 минута

Код додавања челичних влакана, пошто су дозирана ручно, посебно се водило рачуна да не дође до стварања агломерата - куглица од челичних влакана. Појава агломерата је уобичајена уколико се челична влакна додају исувише брзо у споре мешалице као у овом случају.

У литератури је познато да коришћење веће количине силикатне прашине значи и дуже време мешања компоненти цементног композита, као што је бетон веома високих чврстоћа. Објашњење се налази у чињеници да се повећава трење између прашкастих материјала, а трење зависи у највећој мери од специфичне површине материјала. Силикатна прашина има велику специфичну површину па њена примена значајно повећава трење. На трење након додавања воде значајно утиче и дебљина слоја воде око честица. Како се ради о веома ниском водовезивном односу, филм је веома танак и самим тим једним мањим делом се смањује трење између честица приликом мешања.

Приликом израде бетона веома високих чврстоћа, када се додаје вода у суву мешавину долази до стварања агломерата ситних честица цемента, силикатне прашине и кварцног праха. Део воде се троши на стварање агломерата док други део обавија остале компонентне материјале. Заробљени део воде у агломератима почиње да доприноси повећању флуидности мешавине тек након додавања суперпластификатора. Улога суперпластификатора огледа се у повећавању дисперзије унутар мешавине.

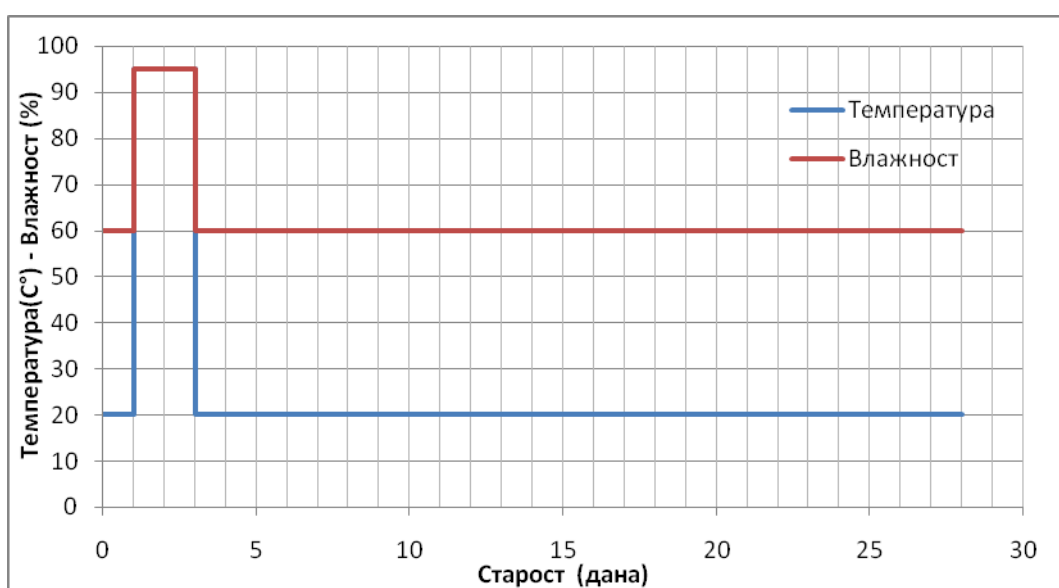
Након мешања бетона проверавана је конзистенција бетона, температура, и количина увученог ваздуха. Потом је бетон уграђиван у пластичне и металне калупе. Вибрирање није вршено јер су конзистенције биле самозбијајуће и само је вршено ручно збијање ударцима

гуменим чекићем или лаганим пробијањем шипком за збијање бетона. Узорци су у калупима одлежавали првих 24 сата. При том су били прекривени мокрим тканинама како би се избегло исушивање у раним старостима.

Просечна температура у току справљања бетона била је 21°C и релативна влажност ваздуха око 60%.

Израђивани су узорци са анкерима као и узорци бетона веома високих чврстоћа који су после неге коришћени за инсталирање хемијских анкера. Обе врсте узорака: са анкерима и без њих ишли су на даљу негу након 24 сата неге у калупима.

За добијање бетона веома високих чврстоћа неге бетона је од велике важности. Изабрана је хидротермална неге свих узорака у трајању од 48 сати након 24-ворочасовне неге у калупима. Дијаграм неге бетона дат је на слици 6.8.



**Слика 6.8** - Дијаграм промене температуре и влажности при неговању узорака

Нега је вршена у сушници марке Сутјеска капацитета 1.2m<sup>3</sup>. Сушница има могућност дигиталног подешавања температуре са тачношћу од ±1°C. У сушницу су убацивана водена купатила у која су стављани узорци и тако неговани 48 сати. Сушница је обезбеђивала предвиђену температуру, а вода у воденим купатилима је обезбеђивала потребну влагу већу од 95%.

## 6.5 Поступци испитивања

### 6.5.1 Испитивање свежег бетона

#### 6.5.1.1 Конзистенција бетона

Конзистенција свежег бетона одређена је методом слегања распростирањем у складу са стандардом SRPS EN 12350-8. Како би се резултати испитивања могли упоређивати, слегање распростирањем мерено је одмах након справљања бетона. На слици 6.9 приказан је поступак одређивања мере распростирања слегањем бетона, а резултати мерења дати су у поглављу резултати испитивања.



*Слика 6.9 - Мерење конзистенције методом распростирања слегањем бетона*

#### 6.5.1.2 Садржај увученог ваздуха

Садржај увученог ваздуха одређен је према стандарду EN 12350-7, одмах након завршетка мешања бетона. На слици 6.10 приказана је апаратура за мерење увученог ваздуха и садржаја ваздуха у бетону М1. Резултати мерења дати су у поглављу резултати испитивања.



*Слика 6.10 - Одређивање садржаја ваздуха у бетону*

### 6.5.1.3 Запреминска маса свежег бетона

Запреминска маса свежег бетона одређена је према стандарду SRPS ISO 6276 за сваку врсту бетона. Средње вредности запреминских маса у свежем стању за све врсте бетона дате су у поглављу резултати испитивања.

### 6.5.2 Својства очврслог бетона

#### 6.5.2.1 Чврстоћа бетона при притиску

Чврстоћа бетона при притиску одређена је према стандарду SRPS EN 12390-3 на узорцима облика коцке са ивицом 100mm и цилиндрима пречника 150mm и висине 300mm у старости 28 дана као средња вредност чврстоћа добијених на три узорка за сваку врсту бетона. Поред коцки и цилиндара чврстоћа бетона при притиску је одређивана модификованом методом на призмама димензија 4x4x16cm. Испитиване су три призме свака са два узорка модификованом методом. Сила лома је одређена помоћу хидрауличне пресе марке Controls капацитета 400kN и 4000kN, а брзина наношења оптерећења износила је  $0.6 \pm 0.2 \text{ MPa/s}$  и хидрауличне пресе марке Topi Technik капацитета 500kN и са истом брзином наношења оптерећења.

Пре одређивања силе лома, проверене су димензије узорка и мерена је маса сваког узорка. Испитивање чврстоће при притиску приказано је на слици 6.11, а резултати мерења односно срачунате чврстоће при притиску за све узорке дати су у поглављу резултати испитивања.



Модификована метода



Коцка ивице  $a=10\text{cm}$

*Слика 6.11 - Одређивање силе лома на хидрауличним пресима*

#### 6.5.2.2 Одређивање чврстоће при затезању савијањем

Чврстоћа бетона при затезању савијањем одређена је према стандарду SRPS ISO 4013 прилог А на призматичним узорцима 4x4x16cm при старости од 28 дана. Испитивање је вршено на три призме, а као резултат усвојена је средња вредност од три резултата испитивања за сваку



врсту бетона. Сила лома је одређивана на хидрауличној преси максималног капацитета 1000kN (опсег до 200kN), а брзина наношења оптерећења износила је  $0.06 \pm 0.04 \text{MPa/s}$ .

Пре одређивања силе лома, провераване су димензије узорака као и њихове масе. Испитивање чврстоће при затезању савијањем приказано је на слици 6.12, а резултати испитивања дати су у делу резултати испитивања.



*Слика 6.12 - Одређивање чврстоће бетона при затезању савијањем*

### 6.5.2.3 Модул еластичности бетона

Статички модул еластичности је одређен према стандарду SRPS ISO 6784 на цилиндрима пречника 150mm и висине 300mm при старости од 28 дана. Вредност модула еластичности за сваку врсту бетона одређена је као средња вредност модула еластичности добијених мерењем напона и деформација на три цилиндра. За наношење оптерећења употребљена је хидраулична преса капацитета 2000kN, док је брзина наношења оптерећења износила  $0.6 \pm 0.2 \text{MPa/s}$ . За мерење деформација коришћена су два угибомера тачности 0.001mm и коришћена је мерна база 150mm. Поступак испитивања дефинисан је стандардом, а састоји се из три фазе и потребно је 6 цилиндара према условима стандарда.

- прво су испитана три цилиндра ради одређивања чврстоће при притиску. На основу средње вредности резултата испитивања одређена је вредност 30% чврстоће при притиску као горња граница оптерећења. За доњу границу усвојена је техничка нула на вредност од 0.5MPa.
- постављена су испитна тела у хидрауличну пресу и вршено је оптеређивање и растеређивање узорка три пута ради прилагођавања узорка
- након прилагођавања узорка вршено је мерење у два циклуса уз бележење силе и деформације при доњем и горњем нивоу оптерећења.

Испитивање модула еластичности приказано је на слици 6.13, а резултати испитивања дати су у делу резултати испитивања.



*Слика 6.13 - Одређивање статичког модула еластичности*

### **6.5.3 Испитивање анкера**

#### **6.5.3.1 Испитивање носивости анкера на затезање (извлачење)**

Испитивање анкера на затезање вршено је у складу са британским стандардом BS 5080-2. Диспозиција испитивања усвојена је као што је дефинисано у стандарду док је једина модификација била у критеријумима лома. Код наведеног стандарда лом је дефинисан као извлачење анкера 5mm. Испитивање је вршено на анкерима у микроармираном бетону те је стога критеријум лома игнорисан и извлачење је вршено до престанка прираштаја силе или до смањења силе на ниво мањи од 20% од максимално постигнуте.

Опрема коришћена за извлачење анкера је хидраулична преса марке ENERPAC – САД година производње 2014. Максимални притисак хидрауличне пресе је 1000bar док је максимални радни притисак 750bar. Радни притисак са клипом обезбеђује силе до 350kN. За бележење силе на анкеру коришћена је мерна ћелија капацитета 150kN са пуним Витстоновим мостом произвођача Институт ИМС. За мерење померања анкера коришћен је индуктивни угибомер опсега 100mm и тачности 0.001mm марке НВМ Немачка.

Током испитивања вршено је континуално праћење и бележење силе и извлачење анкера. За праћење и бележење коришћен је уређај за аквизицију података Quantum 8 и програм SATMAN 4.5. Диспозиција испитивања приказана је на слици 6.14, док су резултати дати у поглављу резултати испитивања.



*Слика 6.14 - Одређивање носивости анкера на затезање*

#### 6.5.3.2 Испитивање носивости анкера на смицање

За испитивање анкера на смицање није позната нити једна стандардизована метода у свету. Мали број радова приказао је испитивање смицања у анкерима, али су те методе веома захтевне по питању величине узорка бетона у који се анкери уграђују.

За потребе докторске дисертације у лабораторији осмишљен је оглед за испитивање смицања анкера. Диспозиција испитивања приказана је на слици 6.15. За испитивање искоришћена је апаратура која се користи за испитивање извлачења, стим што је сила смицања преношена преко посебно дизајнираног наставка. Цилиндрични узорци у којима су уграђени анкери су постављани између две масивне челичне плоче у складу са диспозицијом са слике 6.15. Мерење силе вршено је као у случају испитивања извлачења анкера преко мерне ћелике

капацитета 150kN. Мерење померања анкера није било могуће у оваквој диспозицији мерења. Аквизиција података је вршена на исти начин као и код испитивања носивости анкера на затезање – извлачење. Добијени резултати дати су у поглављу резултати испитивања.



*Слика 6.15 - Одређивање носивости анкера на смицање*

## 6.6 Резултати испитивања

На основу резултата мерења, срачунате су вредности физичко-механичких својстава бетона планираних програмом испитивања. Карактеристичне вредности испитаних својстава свежег и очврслог бетона приказане су табеларно у циљу што лакше анализе и извођења закључака.

### 6.6.1 Својства свежег бетона

На основу резултата мерења у табели 6.10 приказане су вредности запреминске масе, конзистенције и количине увученог ваздуха.

Табела 6.10 - Својства свежег бетона

Врста бетона	$\gamma_{b,sv}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Распростирање - d [cm]	$\Delta\rho$ [%]	$t_{bet}$ [°C]
M0	2380	67	1.8	21.1
M1	2454	65	1.9	22.0
M2	2521	68	2.1	22.1
M3	2655	67	1.7	21.8

Ознаке у табели имају следећа значења:

- $\gamma_{b,sv}$  – запреминска маса свежег бетона
- d – средња вредност распростирања слегањем бетона од два мерења
- $\Delta\rho$  – садржај увученог ваздуха у свежем бетону
- $t_{bet}$  – температура бетона у свежем стању

### 6.6.2 Својства очврслог бетона

#### 6.6.2.1 Чврстоћа при притиску

У делу 6.5.2.1 приказан је поступак одређивања чврстоће при притиску бетона, а резултати појединачних испитивања дати су у Прилогу 1. Срачунате средње вредности запреминске масе и чврстоће при притиску, за све врсте бетона, приказане су у табели 6.11.

Ознаке у табели имају следећа значења:

- $\gamma_{b,pv}$  – запреминска маса природно влажног бетона – хидростатичка метода на призмама 4x4x16cm и коцкама са ивицом дужине 10cm
- $f_{cp,28}$  – чврстоћа бетона при притиску при старости од 28 дана на деловима призми 4x4x16cm – модификована метода испитивања
- $f_{ck,28}$  – чврстоћа бетона при притиску при старости од 28 дана на коцкама са ивицом дужине 10cm
- $f_{cc,28}$  – чврстоћа бетона при притиску при старости од 28 дана на цилиндрима пречника 150mm и висине 300mm

Табела 6.11 - Резултати испитивања чврстоће при притиску бетона

Врста бетона	$\gamma_{b,pv}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Чврстоћа бетона при притиску [N/mm <sup>2</sup> ]		
		$f_{cp,28}^*$	$f_{ck,28}^{**}$	$f_{cc,28}^{**}$
M0	2372	95.1	86.2	75.2
M1	2440	132.2	130.1	115.6
M2	2501	148.1	144.0	128.0
M3	2622	162.6	154.2	138.2

\* - резултат добијен као средња вредност од 6 резултата испитивања

\*\* - резултат добијен као средња вредност од 3 резултата испитивања

### 6.6.2.2 Чврстоћа при савијању

У делу 6.5.2.2 приказан је поступак одређивања чврстоће при савијању бетона, а појединачни резултати испитивања дати су у Прилогу 1. Испитивања су рађена на две врсте опитних тела: призмама 4x4x16cm и 10x10x40cm. Срачунате средње вредности запреминске масе и чврстоћа при савијању за све врсте бетона приказане су у табели 6.12.

Ознаке у табели имају следећа значења:

- $\gamma_{b,pv}$  – запреминска маса природно влажног бетона,
- $f_{ctp,m}$  – чврстоћа бетона при савијању при старости од 28 дана на призмама 4x4x16cm,
- $f_{ctp,v}$  – чврстоћа бетона при савијању при старости од 28 дана на призмама 10x10x40cm.

Табела 6.12 - Резултати испитивања чврстоће при савијању бетона

Врста бетона	$\gamma_{b,pv}^*$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Чврстоћа бетона при савијању [N/mm <sup>2</sup> ]	
		$f_{ctp,m}$	$f_{ctp,v}$
M0	2350	10.1	6.9
M1	2420	16.4	13.1
M2	2529	25.0	18.9
M3	2680	28.9	22.0

\* рачунске вредности на основу измерене масе и називних димензија

### 6.6.2.3 Модул еластичности

У делу 6.5.2.3 приказан је поступак одређивања модула еластичности бетона, а појединачни резултати и средње вредности од три опитна тела за сваку врсту бетона дати су у табели 6.13.

Табела 6.13 - Статички модул еластичности бетона

Врста бетона	Статички модул еластичности E [GPa]			
	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_{sr}$
M0	35.9	37.1	35.6	<b>36.2</b>
M1	43.0	43.0	43.2	<b>43.1</b>
M2	45.0	45.4	45.5	<b>45.3</b>
M3	46.0	46.2	46.1	<b>46.1</b>

### **6.6.3 Носивост анкера**

Испитивање носивости анкера у бетону на затезање односно извлачење описано је у делу 6.5.3.1 овог поглавља према британском стандарду BS5080-2, док је испитивање носивости анкера на смицање урађено према интерној методи описаној у делу 6.5.3.2.

Укупно је урађено четири испитивања:

- претходно уграђени анкери у бетону на затезање - извлачење
- претходно уграђени анкери у бетон на смицање
- накнадно уграђени хемијски анкери у бетон на затезање – извлачење
- накнадно уграђени хемијски анкери у бетон на смицање

Ознаке у тебели имају следеће значење:

- $\emptyset$  – пречник уграђених анкера R10 – 10mm, R12 – 12mm, R16 – 16mm,
- $d_a$  – дубина анкеровања (сидрења) у бетон (узорак) 2, 4, 6, 8, 10 и 12cm,
- Сила – максимална забележена сила на испитивању анкера,
- Тип лома – начин на који је дошло до губитка носивости анкера
  - I. И – извлачење анкера из бетона,
  - II. Б – губитак носивости настао услед лома по бетону,
  - III. Ч – губитак носивости настао услед лома по челику,
  - IV. Ц – губитак носивости услед цепања бетона.

**6.6.3.1 Носивост анкера на затезање - извлачење**

Резултати испитивања носивости претходно уграђених анкера у бетон

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M0	R10	2	10.1	И
M0	R10	4	16.1	И
M0	R10	6	27.6	Б
M0	R10	8	43.3	Б
M0	R10	10	50.1	Ч
M0	R10	12	49.9	Ч
M0	R12	2	17.8	И
M0	R12	4	24.5	И
M0	R12	6	50.1	Б
M0	R12	8	60.3	Б
M0	R12	10	70.3	Ч
M0	R12	12	71.8	Ч
M0	R16	2	21.2	И
M0	R16	4	39.8	Б
M0	R16	6	59.0	Б
M0	R16	8	73.9	Б
M0	R16	10	86.5	Б
M0	R16	12	110.0	Б
M1	R10	2	16.1	И
M1	R10	4	26.3	Б
M1	R10	6	39.8	Б
M1	R10	8	50.1	Ч
M1	R10	10	51.0	Ч
M1	R10	12	50.6	Ч
M1	R12	2	21.4	Б
M1	R12	4	32.1	Б
M1	R12	6	59.8	Б
M1	R12	8	70.7	Ч
M1	R12	10	71.4	Ч
M1	R12	12	72.0	Ч
M1	R16	2	24.4	Б
M1	R16	4	45.5	Б
M1	R16	6	79.7	Б
M1	R16	8	96.0	Б
M1	R16	10	99.5	Б
M1	R16	12	115.1	Б

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M2	R10	2	25.0	Б
M2	R10	4	40.7	Б
M2	R10	6	51.4	Ч
M2	R10	8	51.7	Ч
M2	R10	10	52.0	Ч
M2	R10	12	51.0	Ч
M2	R12	2	26.7	Б
M2	R12	4	50.9	Б
M2	R12	6	63.2	Б
M2	R12	8	70.3	Ч
M2	R12	10	71.3	Ч
M2	R12	12	71.1	Ч
M2	R16	2	29.3	Б
M2	R16	4	61.4	Б
M2	R16	6	110.4	Б
M2	R16	8	125.0	Ч
M2	R16	10	124.7	Ч
M2	R16	12	125.9	Ч
M3	R10	2	32.9	Б
M3	R10	4	49.0	Б
M3	R10	6	51.0	Ч
M3	R10	8	50.9	Ч
M3	R10	10	51.7	Ч
M3	R10	12	52.0	Ч
M3	R12	2	36.7	Б
M3	R12	4	59.9	Б
M3	R12	6	69.9	Б-Ч
M3	R12	8	70.3	Ч
M3	R12	10	71.0	Ч
M3	R12	12	72.3	Ч
M3	R16	2	40.8	Б
M3	R16	4	84.7	Б
M3	R16	6	120.0	Б-Ч
M3	R16	8	126.1	Ч
M3	R16	10	125.4	Ч
M3	R16	12	124.9	Ч



## Резултати испитивања накнадно уграђених хемијских анкера у бетон

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M0	R10	2	4.1	И
M0	R10	4	9.8	И
M0	R10	6	20.1	Б
M0	R10	8	28.3	Б
M0	R10	10	31.5	Б
M0	R10	12	40.1	Б
M0	R12	2	5.0	И
M0	R12	4	12.1	И
M0	R12	6	21.9	Б
M0	R12	8	30.2	Б
M0	R12	10	34.4	Б
M0	R12	12	54.6	Б
M0	R16	2	6.7	И
M0	R16	4	19.1	Б
M0	R16	6	34.4	Б
M0	R16	8	42.1	Б
M0	R16	10	60.9	Б
M0	R16	12	73.1	Б
M1	R10	2	6.9	И
M1	R10	4	16.7	И
M1	R10	6	32.9	Б
M1	R10	8	36.3	Б
M1	R10	10	46.9	Ч
M1	R10	12	49.3	Ч
M1	R12	2	7.8	И
M1	R12	4	23.8	Б
M1	R12	6	44.3	Б
M1	R12	8	50.1	Б
M1	R12	10	52.7	Б
M1	R12	12	70.2	Ч
M1	R16	2	13.3	И
M1	R16	4	36.2	Б
M1	R16	6	48.7	Б
M1	R16	8	54.2	Б
M1	R16	10	69.1	Б
M1	R16	12	102.1	Ч

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M2	R10	2	7.3	И
M2	R10	4	19.0	Б
M2	R10	6	39.3	Б
M2	R10	8	48.2	Б-Ч
M2	R10	10	50.2	Ч
M2	R10	12	50.9	Ч
M2	R12	2	9.4	И
M2	R12	4	27.4	И
M2	R12	6	48.5	И-Б
M2	R12	8	50.3	И-Б
M2	R12	10	54.1	И-Б
M2	R12	12	71.2	Ч
M2	R16	2	13.0	И
M2	R16	4	36.6	И-Б
M2	R16	6	52.2	И-Б
M2	R16	8	53.7	И-Б
M2	R16	10	84.9	Б-Ч
M2	R16	12	100.0	Ч
M3	R10	2	7.6	И
M3	R10	4	22.8	И
M3	R10	6	44.6	И-Б
M3	R10	8	54.1	Ч
M3	R10	10	53.0	Ч
M3	R10	12	51.3	Ч
M3	R12	2	9.8	И
M3	R12	4	37.1	И
M3	R12	6	49.1	И-Б
M3	R12	8	63.7	Б-Ч
M3	R12	10	71.3	Ч
M3	R12	12	73.6	Ч
M3	R16	2	13.1	И
M3	R16	4	40.0	И
M3	R16	6	50.1	И-Б
M3	R16	8	68.2	Б-Ч
M3	R16	10	102.1	Ч
M3	R16	12	104.2	Ч

### 6.6.3.2 Носивост анкера на смицање

Резултати испитивања носивости претходно уграђених анкера у бетон

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M0	R10	2	18.12	Ч
M0	R10	4	18.01	Ч
M0	R10	6	18.32	Ч
M0	R10	8	19.01	Ч
M0	R10	10	20.19	Ч
M0	R10	12	20.10	Ч
M0	R12	2	22.76	Ч
M0	R12	4	23.19	Ч
M0	R12	6	25.62	Ч
M0	R12	8	27.36	Ч
M0	R12	10	28.14	Ч
M0	R12	12	29.73	Ч
M0	R16	2	32.73	Ч
M0	R16	4	48.76	Ч
M0	R16	6	50.12	Ч
M0	R16	8	54.27	Ч
M0	R16	10	53.16	Ч
M0	R16	12	52.79	Ч
M1	R10	2	17.32	Ч
M1	R10	4	18.29	Ч
M1	R10	6	17.63	Ч
M1	R10	8	19.19	Ч
M1	R10	10	20.18	Ч
M1	R10	12	21.02	Ч
M1	R12	2	25.19	Ч
M1	R12	4	24.95	Ч
M1	R12	6	26.19	Ч
M1	R12	8	28.12	Ч
M1	R12	10	27.36	Ч
M1	R12	12	28.28	Ч
M1	R16	2	39.17	И
M1	R16	4	50.13	Ч
M1	R16	6	48.21	Ч
M1	R16	8	47.97	Ч
M1	R16	10	49.62	Ч
M1	R16	12	51.23	Ч

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M2	R10	2	17.71	Ч
M2	R10	4	20.14	Ч
M2	R10	6	19.83	Ч
M2	R10	8	18.94	Ч
M2	R10	10	19.74	Ч
M2	R10	12	20.49	Ч
M2	R12	2	28.74	Ч
M2	R12	4	29.43	Ч
M2	R12	6	28.85	Ч
M2	R12	8	29.17	Ч
M2	R12	10	30.01	Ч
M2	R12	12	29.17	Ч
M2	R16	2	43.12	И
M2	R16	4	47.85	Ч
M2	R16	6	51.12	Ч
M2	R16	8	50.91	Ч
M2	R16	10	54.12	Ч
M2	R16	12	53.01	Ч
M3	R10	2	19.14	Ч
M3	R10	4	18.73	Ч
M3	R10	6	20.14	Ч
M3	R10	8	20.23	Ч
M3	R10	10	21.73	Ч
M3	R10	12	20.96	Ч
M3	R12	2	22.84	Ч
M3	R12	4	27.13	Ч
M3	R12	6	28.73	Ч
M3	R12	8	29.14	Ч
M3	R12	10	30.16	Ч
M3	R12	12	30.10	Ч
M3	R16	2	48.13	И
M3	R16	4	48.00	Ч
M3	R16	6	50.14	Ч
M3	R16	8	52.18	Ч
M3	R16	10	54.14	Ч
M3	R16	12	54.40	Ч

## Резултати испитивања накнадно уграђених хемијских анкера у бетон

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M0	R10	2	16.94	Ч
M0	R10	4	16.83	Ч
M0	R10	6	17.36	Ч
M0	R10	8	18.94	Ч
M0	R10	10	17.96	Ч
M0	R10	12	20.01	Ч
M0	R12	2	23.01	Ч
M0	R12	4	22.89	Ч
M0	R12	6	24.95	Ч
M0	R12	8	25.32	Ч
M0	R12	10	26.56	Ч
M0	R12	12	29.01	Ч
M0	R16	2	30.61	Ч
M0	R16	4	48.25	Ч
M0	R16	6	49.1	Ч
M0	R16	8	50.9	Ч
M0	R16	10	55.1	Ч
M0	R16	12	51.3	Ч
M1	R10	2	16.37	Ч
M1	R10	4	18.32	Ч
M1	R10	6	18.39	Ч
M1	R10	8	20.34	Ч
M1	R10	10	20.01	Ч
M1	R10	12	19.66	Ч
M1	R12	2	21.39	Ч
M1	R12	4	21.73	Ч
M1	R12	6	24.70	Ч
M1	R12	8	25.32	Ч
M1	R12	10	27.39	Ч
M1	R12	12	28.37	Ч
M1	R16	2	49.71	Ч
M1	R16	4	49.25	Ч
M1	R16	6	50.9	Ч
M1	R16	8	51.48	Ч
M1	R16	10	51.95	Ч
M1	R16	12	53.06	Ч

Врста бетона	∅ [mm]	d <sub>a</sub> [cm]	Сила [kN]	Тип лома
M2	R10	2	20.17	Ч
M2	R10	4	17.35	Ч
M2	R10	6	16.26	Ч
M2	R10	8	19.37	Ч
M2	R10	10	19.28	Ч
M2	R10	12	20.61	Ч
M2	R12	2	29.81	Ч
M2	R12	4	29.65	Ч
M2	R12	6	30.01	Ч
M2	R12	8	27.12	Ч
M2	R12	10	26.74	Ч
M2	R12	12	29.89	Ч
M2	R16	2	39.06	Ч
M2	R16	4	48.75	Ч
M2	R16	6	52.86	Ч
M2	R16	8	51.95	Ч
M2	R16	10	51.08	Ч
M2	R16	12	55.12	Ч
M3	R10	2	20.34	Ч
M3	R10	4	18.09	Ч
M3	R10	6	18.43	Ч
M3	R10	8	20.74	Ч
M3	R10	10	20.38	Ч
M3	R10	12	21.29	Ч
M3	R12	2	24.73	Ч
M3	R12	4	26.69	Ч
M3	R12	6	28.71	Ч
M3	R12	8	29.63	Ч
M3	R12	10	33.32	Ч
M3	R12	12	29.98	Ч
M3	R16	2	49.75	Ч
M3	R16	4	48.92	Ч
M3	R16	6	51.42	Ч
M3	R16	8	53.74	Ч
M3	R16	10	52.94	Ч
M3	R16	12	54.52	Ч

---

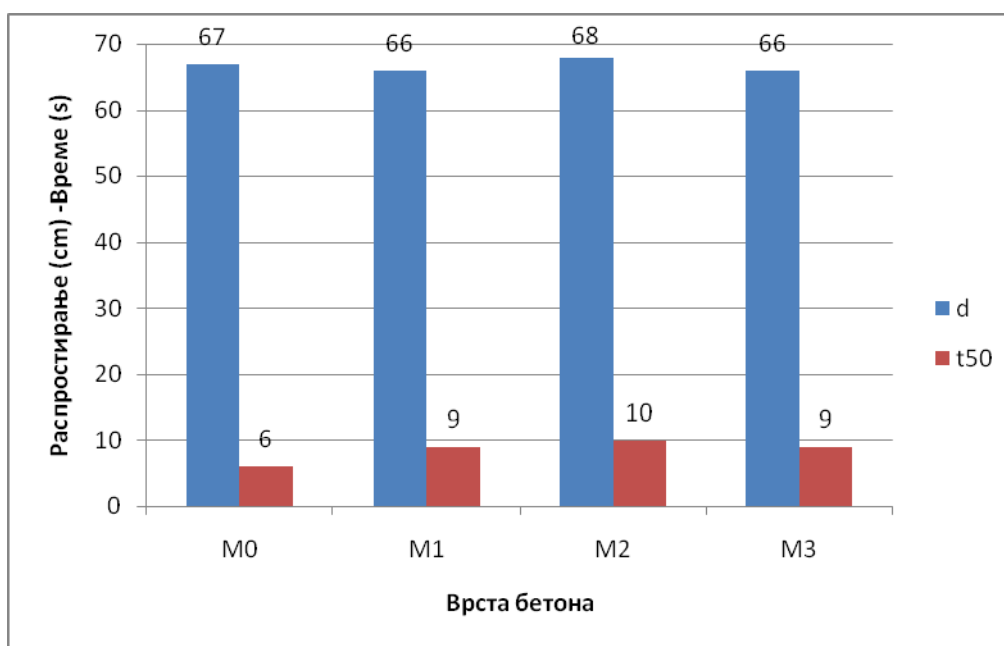
## VII Анализа резултата испитивања

---

## 7.1 Анализа резултата испитивања свежег бетона

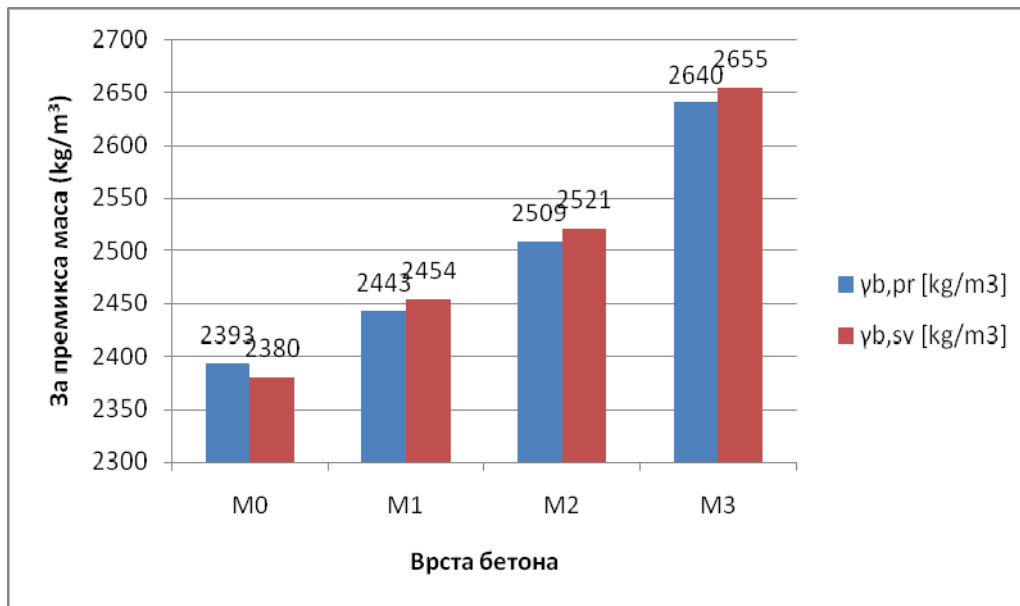
У току израде бетона вршена су мерења конзистенције бетона и запреминске масе свежег бетона. Свежа бетонска мешавина пројектована је са конзистенцијом која омогућава добијање самозбијајућих бетона. Добијена конзистенција бетона, мерена распростирањем при слегању, била је за све бетоне од 65cm до 70cm. Приликом мерења конзистенције мерено је и време потребно да се бетон распростре до пречника од 50cm.

Примећено је да бетон без челичних влакана има знатно мање вредности фактора  $t_{50}$  од бетона са челичним влакнима. Челична влакна су својим присуством успорила распростирање свежег бетона. Коначна вредност распростирања достигнута је код свих бетона осим што је време потребно да се бетон распростре било другачије. Резултати мерења приказани су графички на слици 7.1.



Слика 7.1 - Конзистенција бетона

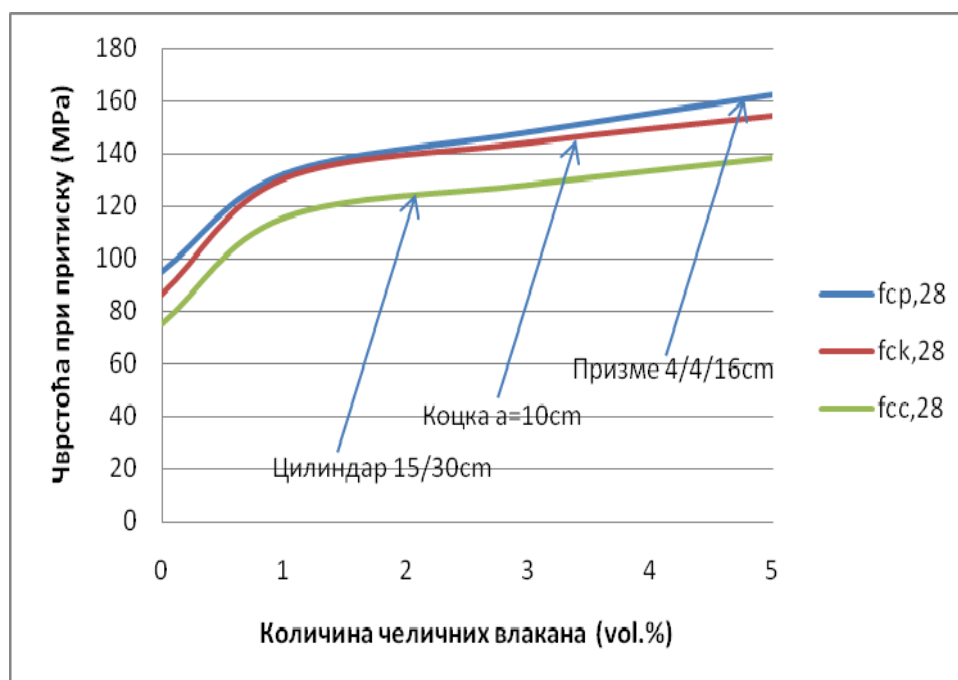
У циљу провере пројектованих састава бетонских мешавина, извршена су мерења запреминске масе свежег бетона. Добијене вредности су упоређене са пројектованим, а вредности су приказане графички на слици 7.2. Упоредивањем пројектованих и измерених вредности запреминских маса бетона у свежем стању, констатовано је да су разлике између њих прихватљиве и да се у анализи осталих својстава бетона могу користити пројектоване количине компонентних материјала.



**Слика 7.2** - Запреминске масе бетона

## 7.2 Анализа чврстоће при притиску у зависности од количине челичних влакана и величине испитаних узорака

Основно својство бетона које се испитује је чврстоћа при притиску. Код бетона веома високих чврстоћа на чврстоћу при притиску утиче количина челичних влакана, а посебно и величина испитног узорка. На основу резултата испитивања датих у табели 6.11 ради лакше анализе направљен је дијаграм зависности чврстоће бетона од количине микроарматуре за три врсте опитних тела на слици 7.3.



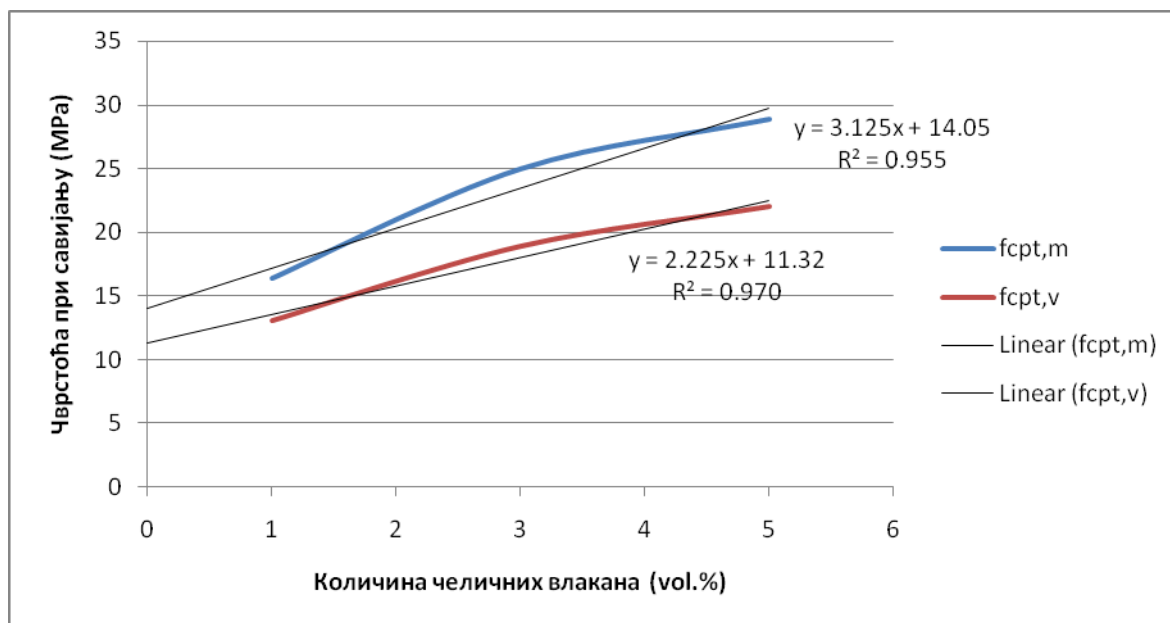
**Слика 7.3** -Чврстоћа при притиску у зависности од количине челичних влакана и врсте опитних тела

Утицај примене влакана је анализиран поређењем вредности чврстоће при притиску бетона без челичних влакана и са влакнима. На дијаграму се може видети да примена челичних влакана у бетону знатно доприноси повећању чврстоће при притиску. Повећање чврстоће при притиску је било и до 50% поредећи резултате без и са применом 1% влакана у бетону. Даље повећање примењене количине влакана није имало толико интензиван утицај. Може се видети са дијаграма да повећање учешћа челичних влакана изнад 1% повећава чврстоћу при притиску бетона за 15-20% али је утицај различит зависно од узорка на коме се врши испитивање чврстоће при притиску.

На приказаном дијаграму може се видети утицај величине узорка на чврстоћу при притиску бетона веома високих чврстоћа. Величина узорка значајно утиче на добијене резултате. Највећи резултати чврстоће при притиску су са узорцима делова призми 4x4x16cm где је опитно тело уствари коцка ивице 4cm. Како величина узорка расте тако чврстоћа при притиску опада, што је последица сложеног напонског стања код узорака мање висине, због утицаја силе трења на контакту плоче пресе и површине узорака. Коначни утицај величине узорка у форми аналитичког израза, није могуће детерминисати на основу релативно малог броја узорка из експеримента.

### 7.3 Анализа чврстоће при савијању у зависности од количине челичних влакана

Учешће челичних влакана у бетону далеко више доприноси повећању чврстоће при савијању него другим својствима бетона. На основу резултата испитивања датих у табели 6.12 ради лакше анализе направљен је дијаграм зависности чврстоће бетона при савијању од количине челичних влакана и врсте опитних тела. Дијаграм је приказан на слици 7.4.



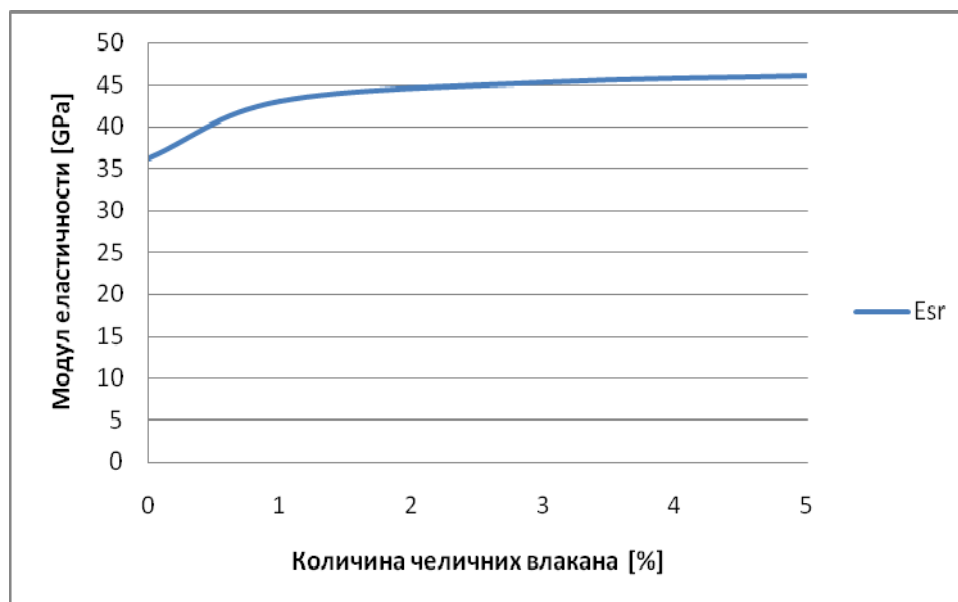
**Слика 7.4** - Чврстоћа при савијању у зависности од количине челичних влакана и величине опитних тела

На слици је дата линеарна функционална зависност између чврстоће на савијање и количине челичних страна за две величине призматичних узорака. Као и код чврстоће при притиску јасно се види да са смањењем величине узорка долази до повећања чврстоће. Разлика је уочљива код свих бетона. Како се повећавао удео челичних влакана у бетону тако је расла и чврстоћа при затезању. Пораст није био линеаран што се може видети на дијаграму са слике 7.4 али је регресиона анализа показала да је остварена врло јака корелација за линеарну апроксимацију. Анализа линеарном апроксимацијом код већих узорака дала је боље резултате од анализе линеарном апроксимацијом на мањим узорцима.



## 7.4 Анализа модула еластичности у зависности од количине челичних влакана

Примена челичних влакана у бетону највише утиче на чврстоћу бетона при савијању док је утицај на модул еластичности нешто мањи. Резултати испитивања модула еластичности бетона дати су у табели 6.13. Ради анализе и лакшег сагледавања резултата испитивања направљен је дијаграм приказан на слици 7.5.



**Слика 7.5** - Зависност модула еластичности и количине челичних влакана у бетону

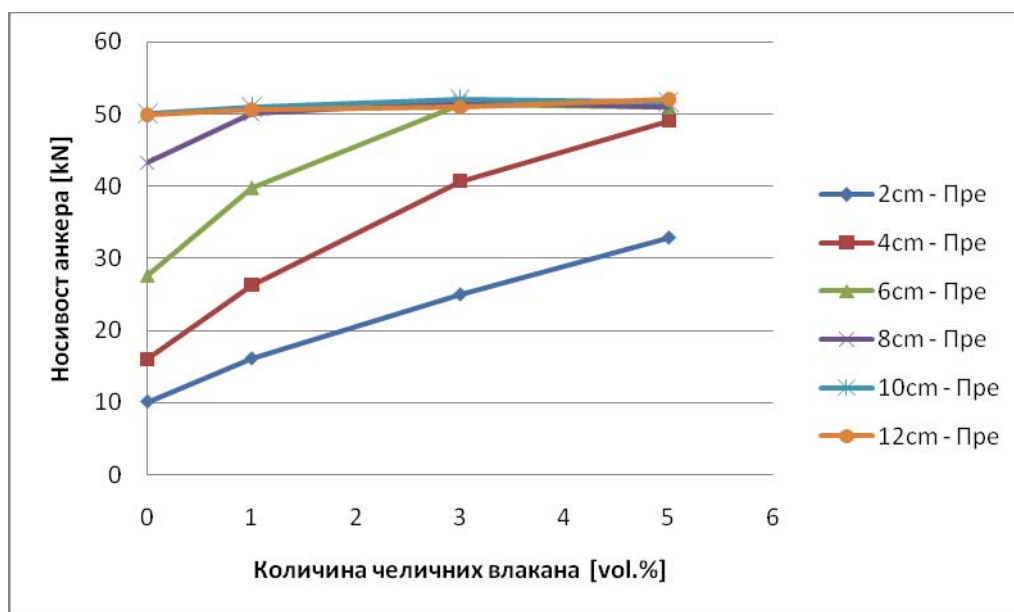
На дијаграму са слике 7.5 види се да примена челичних влакана има утицаја на модул еластичности. Примена челичних влакана повећава модул еластичности када се посматрају бетони без и са њиховом применом. Повећање количине челичних влакана са 1% на 3% или 5% нема значајног утицаја на повећање модула еластичности бетона. Утврђено је повећање од 6.5% модула еластичности између бетона са 1% и 5% влакана. Може се закључити да значајним повећањем количине челичних влакана у бетону добија се релативно мало повећање модула еластичности. Ипак, треба имати на уму чињеницу да се модул еластичности значајно повећао у односу на бетон без влакана и то повећање износило је од 19% за бетон са 1% челичних влакана, 25% за бетона са 3% и 27% за бетон са 5% челичних влакана.

## 7.5 Анализа носивости анкера на затезање у зависности од количине челичних влакана

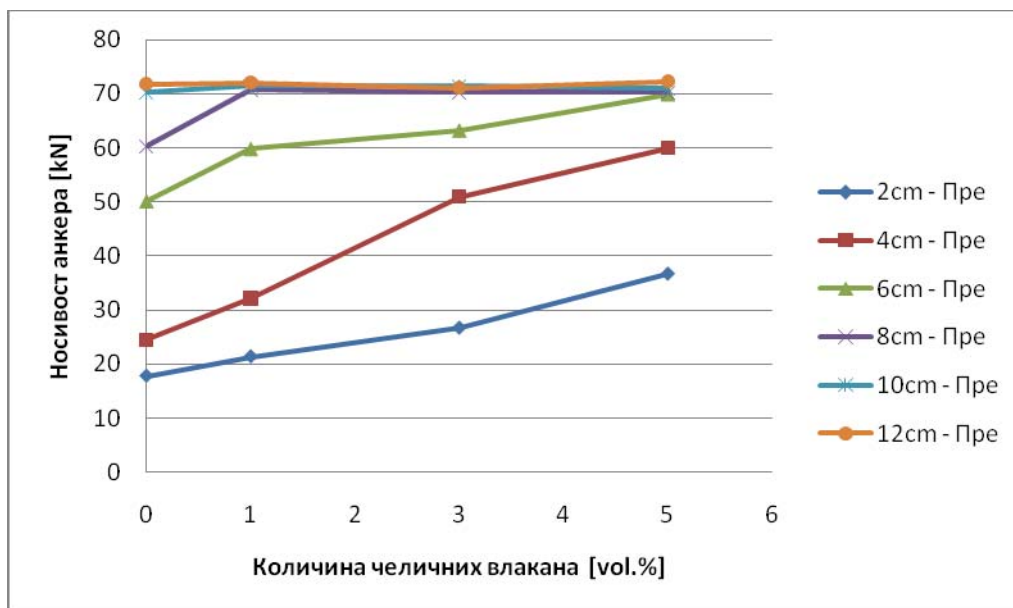
Након анализе утицаја количине челичних влакана на карактеристике бетона урађена је анализа утицаја на носивост анкера. Ради боље прегледности и лакшег сагледавања резултата урађени су дијаграми носивости посебно за затезање - извлачење анкера и смицање анкера. На дијаграмима су обједињени резултати претходно уграђених и накнадно уграђених анкера према варираним параметрима.

У првом кораку, за анализу добијених резултата, направљени су дијаграми зависности између количине примењених челичних влакана у бетону и носивости анкера на затезање - максималне силе затезања забележене на испитивању. Поставка експеримента је таква да су варирана три параметра. Прво је извршена анализа према величини анкера, тако што су за сваку дубину сидрења - анкеровања нацртани дијаграми односа количине челичних влакана и носивости анкера. Дијаграми су урађени посебно за две врсте анкера: претходно инсталиране и накнадно инсталиране - хемијске анкере. На слици 7.6 приказани су резултати анализе претходно уграђених, а на слици 7.7 накнадно уграђених анкера.

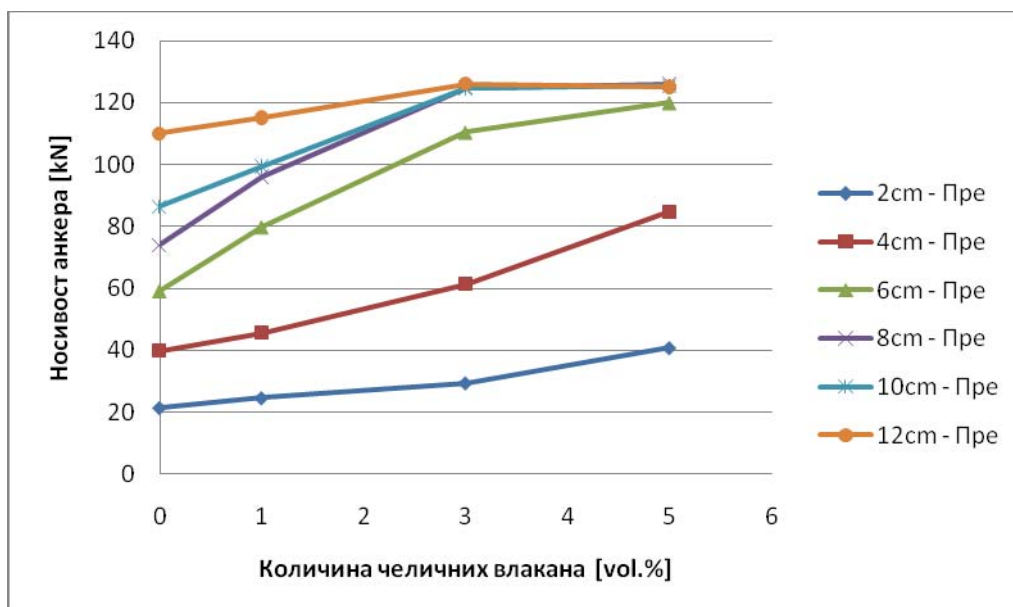
Претходно уграђени анкери у бетон:



Слика 7.6/1 - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкере R10

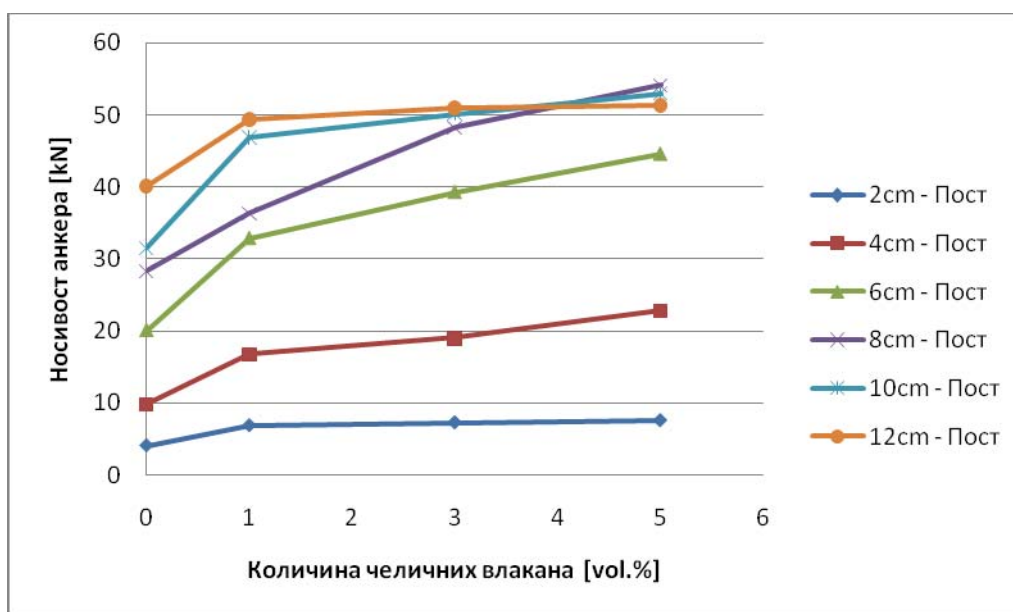


Слика 7.6/2 - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкере R12

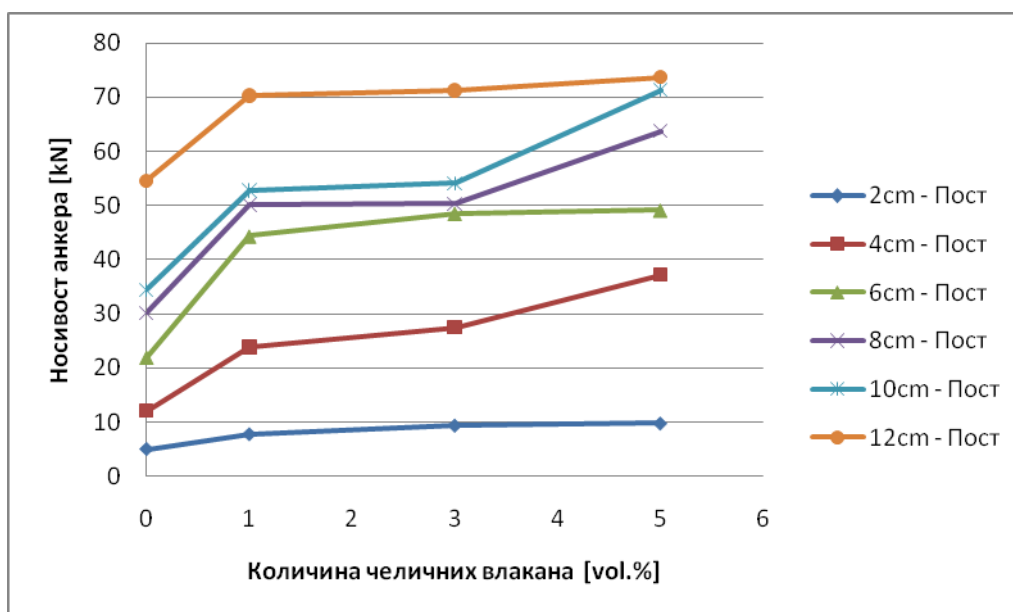


Слика 7.6/3 - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкере R16

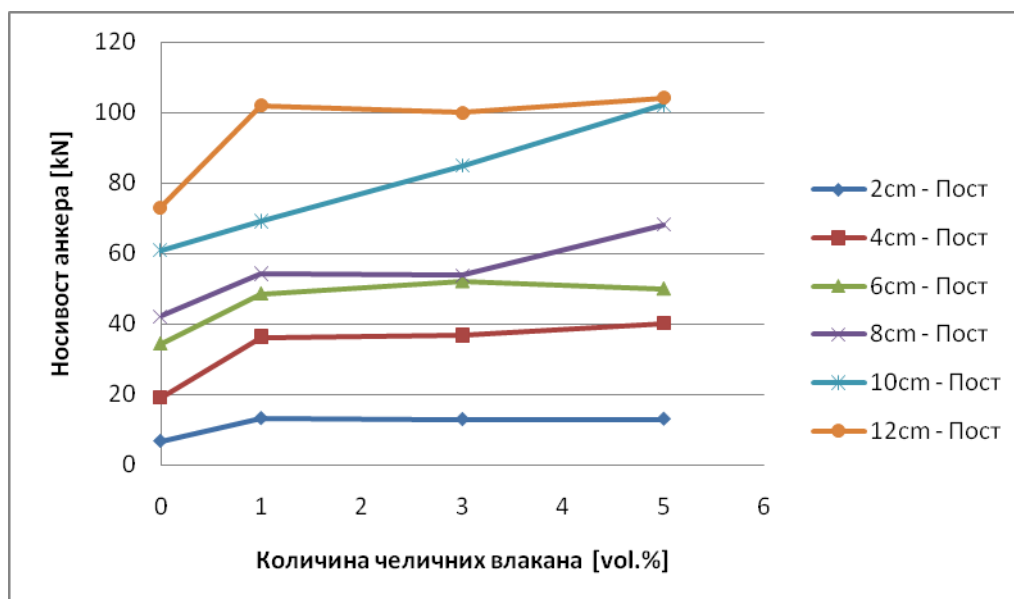
Накнадно уграђени - хемијски анкери у бетону:



Слика 7.7/1 - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкер R10



Слика 7.7/2 - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкер R12



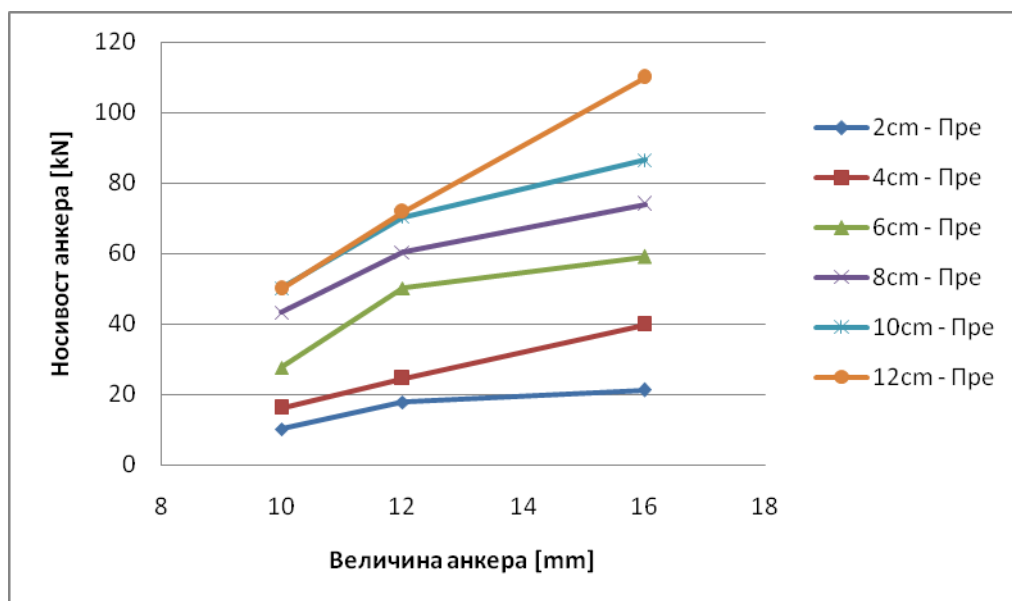
**Слика 7.7/3** - Однос носивости анкера и количине челичних влакана за анкер R16

Добијене носивости анкера показују да хемијски анкери имају мањи капацитет носивости од претходно уграђених анкера. Уопште узевши ова разлика је и до 30% у односу на претходно уграђене анкере за поједине дубине сидрења - анкеровања. Смањена носивост хемијских анкера посебно је изражена код мањих дубина сидрења до 6cm. На дубинама сидрења - анкеровања од 8 и више центиметара разлика се смањује и значајно варира зависно од количине примењених челичних влакана у бетону. Хемијски анкери показују ограничења у погледу носивости анкера која су у директној вези са карактеристикама материјала употребљеног за постављање анкера. Зависно од дубине сидрења - анкеровања долазило је до различитих типова лома анкера.

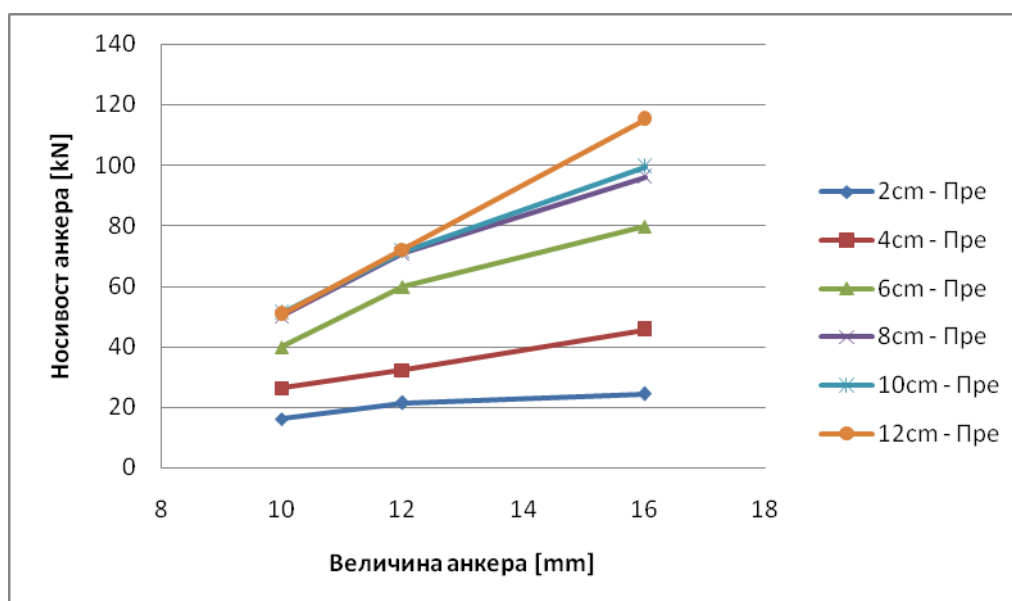
Посматрајући само параметар количине челичних влакана евидентно је да повећање дубине анкеровања – сидрења смањује утицај количине примењених влакана у бетону. На приказаним дијаграмима јасно се види да се за веће дубине анкеровања добијају скоро једнаке максималне силе носивости анкера. Код мањих дубина анкеровања – сидрења утицај количине примењених влакана сасвим је другачији. Код мањих дубина анкеровања допринос на носивост анкера је значајан и знатно се повећава са повећањем количине микроарматуре. Један од закључака био би да за мање дубине анкеровања – сидрења веома је корисно разматрати повећање примене влакана у бетону. Са тим се може постићи значајно повећање носивости анкера при извлачењу то јест чупању.

## 7.6 Анализа носивости анкера на затезање у зависности од величине анкера

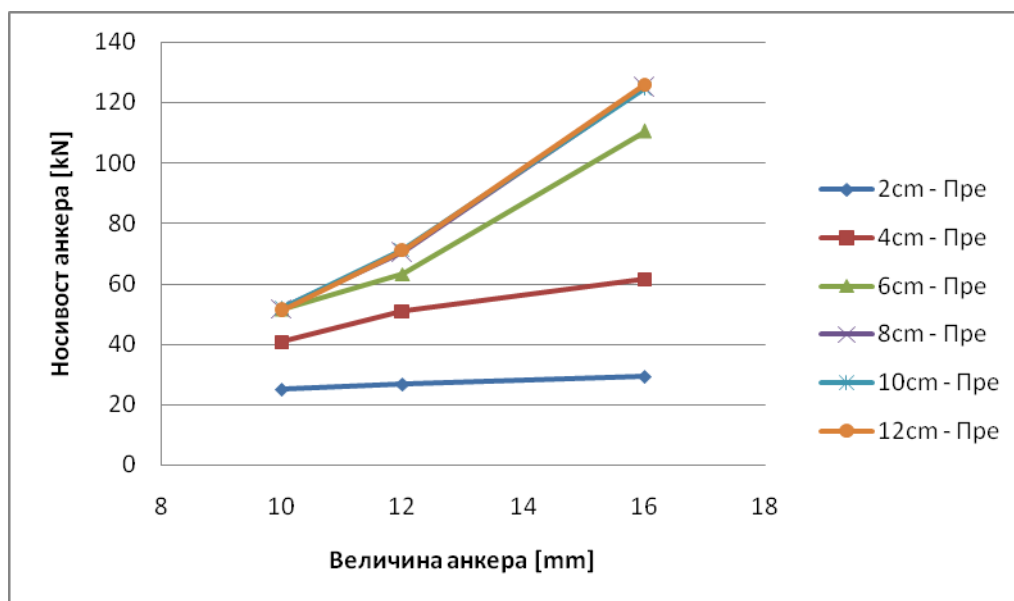
У другом кораку, сагледавана је зависност носивости анкера на затезање - извлачење од величине анкера. У експерименту су варирана три параметра па је стога приликом прављења дијаграма зависности носивост анкера-пречник арматуре рађена анализа по врстама бетона за сваку дубину сидрења - анкеровања. На тај начин је за 4 врсте бетона и две врсте анкера направљено 8 дијаграма. Прво су на слици 7.8 приказани дијаграми за претходно уграђене анкере, а потом на слици 7.9 дијаграми за накнадно уграђене анкере - хемијске анкере.



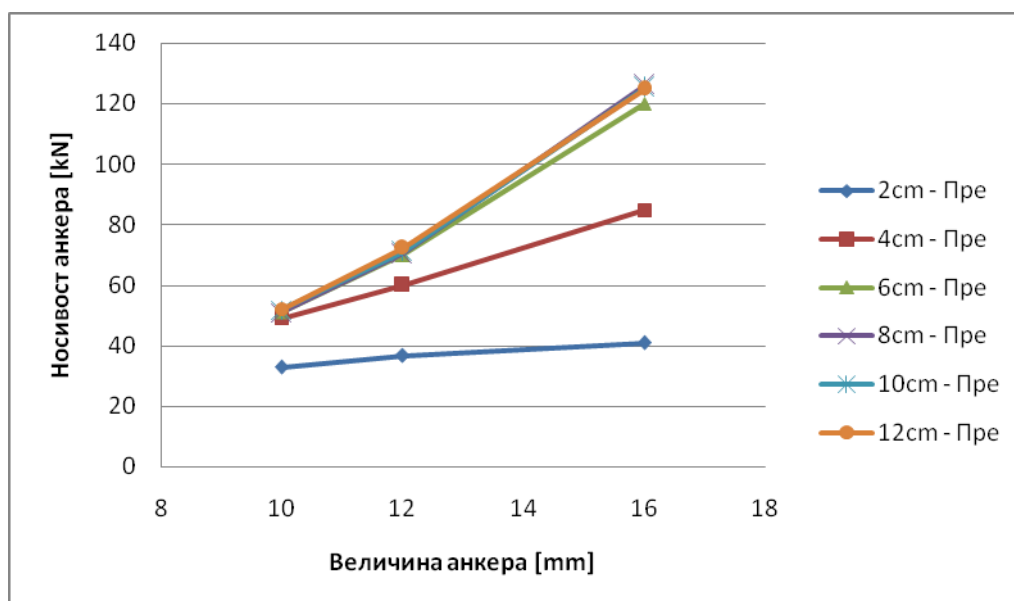
**Слика 7.8/1** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М0 за различите дубине сидрења - анкеровања (претходно уграђени анкери)



**Слика 7.8/2** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М1 за различите дубине сидрења - анкеровања (претходно уграђени анкери)



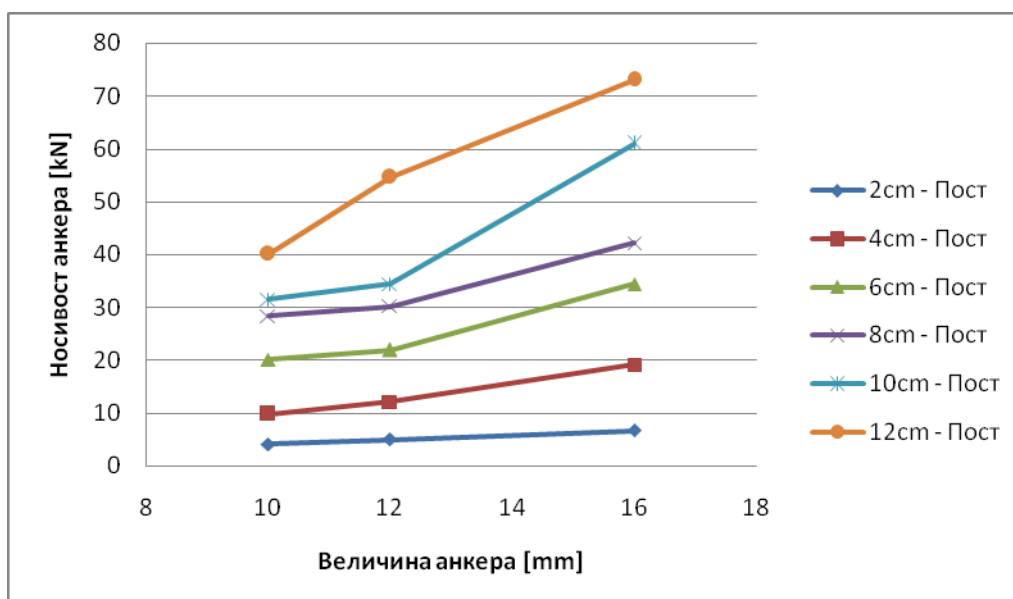
**Слика 7.8/3** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М2 за различите дубине сидрења - анкеровања (претходно уграђени анкери)



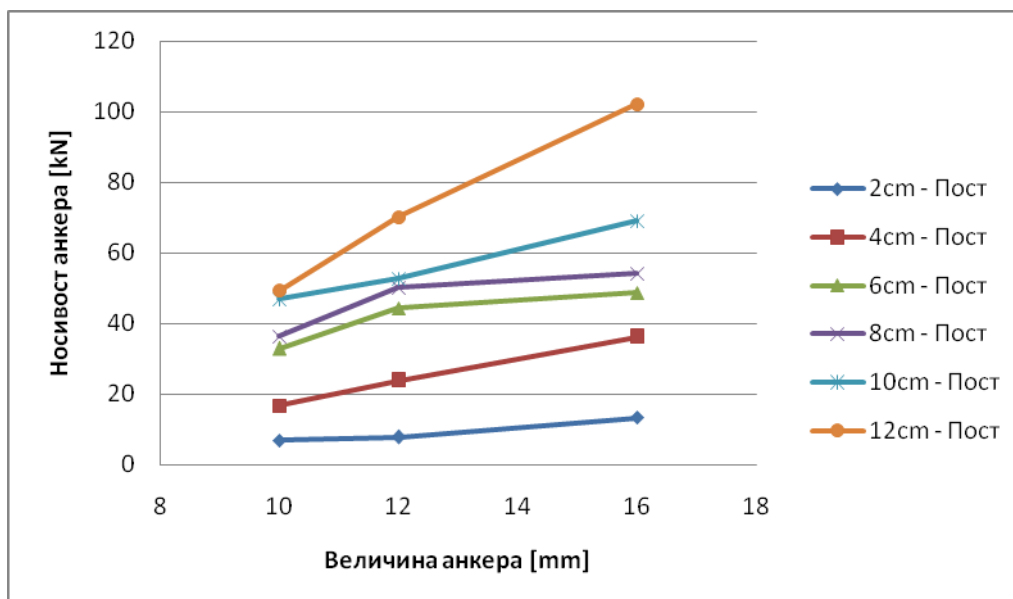
**Слика 7.8/4** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М3 за различите дубине сидрења - анкеровања (претходно уграђени анкери)

На основу приказаних дијаграма везе носивости претходно уграђених анкера на затезање и пречника анкера, може се закључити, да са повећањем пречника анкера долази до повећања носивости анкера на затезање. Са повећањем пречника анкера за мање дубине анкеровања-сидрења добијају се мањи прирасти носивости. Испитивања вршена на мањим дубинама анкеровања показују сличне карактеристике у свим бетонима. Дубине анкеровања од 2 см и 4 см показују линеарну везу између носивости анкера на затезање и пречника анкера. За веће дубине анкеровања носивост се значајно повећава са применом већих анкера. За највећу пројектовану дубину анкеровања од 12 см за бетон без влакана и са 1% влакана у себи добија се линеарна зависност везе носивости анкера на затезање и пречника анкера, док за веће

проценте микроармирања 3% и 5% добијена зависност није линеарна. Одступање од линеарне зависности са повећањем пречника анкера настаје, јер постоји значајан пораст носивости анкера на затезање, што је и видљиво на сликама 7.8/3 и 7.8/4.

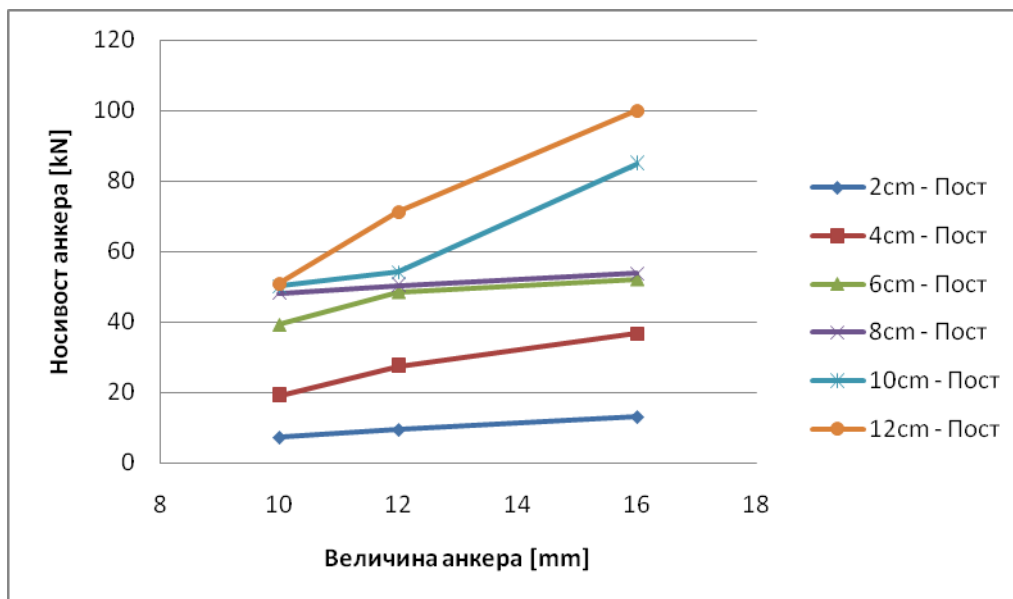


**Слика 7.9/1** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М0 за различите дубине сидрења - анкеровања (хемијски анкери)

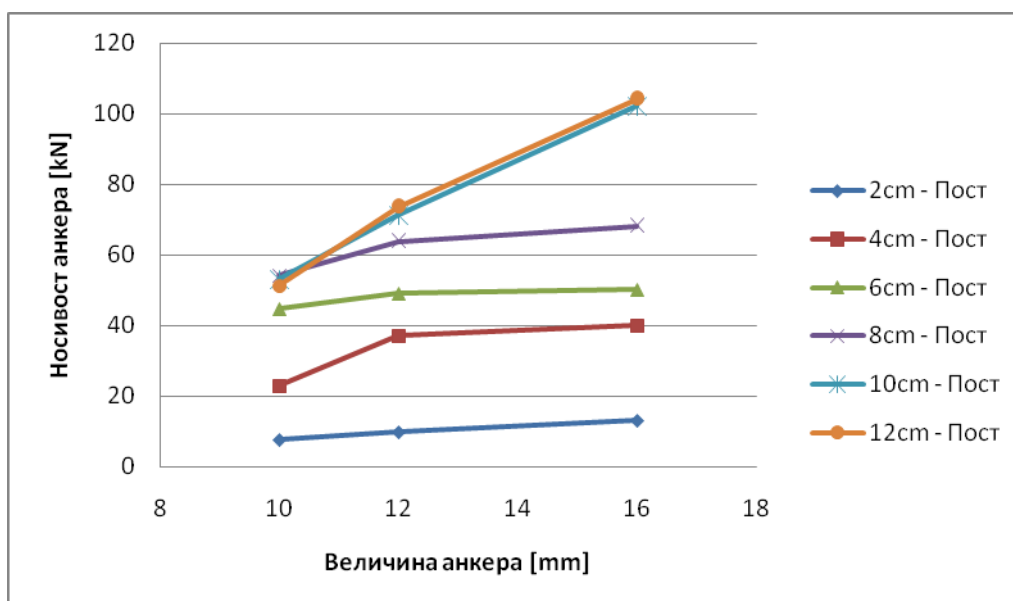


**Слика 7.9/2** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М1 за различите дубине сидрења - анкеровања (хемијски анкери)





**Слика 7.9/3** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М2 за различите дубине сидрења - анкеровања (хемијски анкери)



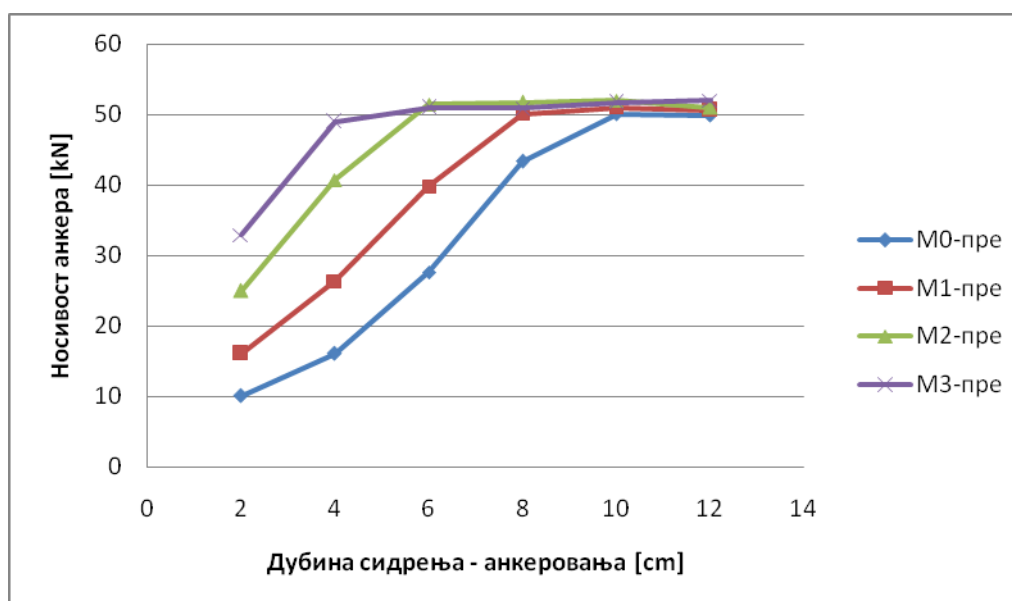
**Слика 7.9/4** - Веза носивости анкера на затезање и величине анкера у бетону М3 за различите дубине сидрења - анкеровања (хемијски анкери)

Дијаграми везе носивости анкера на затезање и величине анкера хемијских анкера показују нешто другачије понашање од претходно уграђених анкера. На основу добијених резултата са повећањем величине-пречника анкера повећава се и носивост на затезање. Код мањих дубина анкеровања добијене су носивости линеарно зависне од пречника анкера. Са повећањем дубине сидрења линеарност се губи код свих врста бетона. До дубине анкеровања од 8cm повећање величине-пречника анкера није дало значајна повећања у капацитету носивости анкера. Код дубина анкеровања од 10cm и 12cm са повећањем величине-пречника анкера добијене су значајно веће носивости анкера. Код анкеровања на дубину од 12cm пораст носивости анкера посматрајући величине R10 и R16 био је око 100% у бетонима са челичним

vlaknima. Нешто мањи прираст забележен је у бетонима без челичних влакана и износио је око 80%. Посматрајући добијене резултате накнадно уграђених хемијских анкера није могуће утврдити јасне везе између величине-пречника анкера и носивости на затезање. Посебно треба истаћи да за мање дубине анкеровања до 8cm не постоји јасна веза између два наведена параметра.

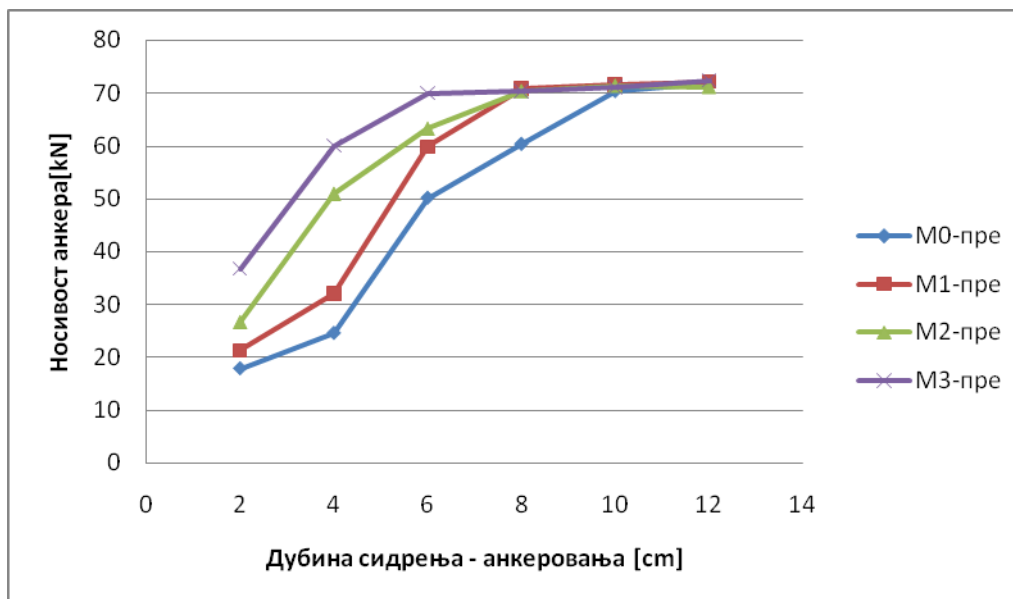
## 7.7 Анализа носивости анкера на затезање у зависности од дубине сидрења - анкеровања

Дубина сидрења анкера као трећи параметар који је вариран у експерименталном раду посматран је у вези носивости анкера на затезање. Дијаграми су формиран према величинама анкера за сваку врсту бетона и две врсте анкера посебно. На слици 7.10 приказани су дијаграми претходно уграђених анкера, док су на слици 7.11 приказани формиран дијаграми за накнадно уграђене то јест хемијске анкере.

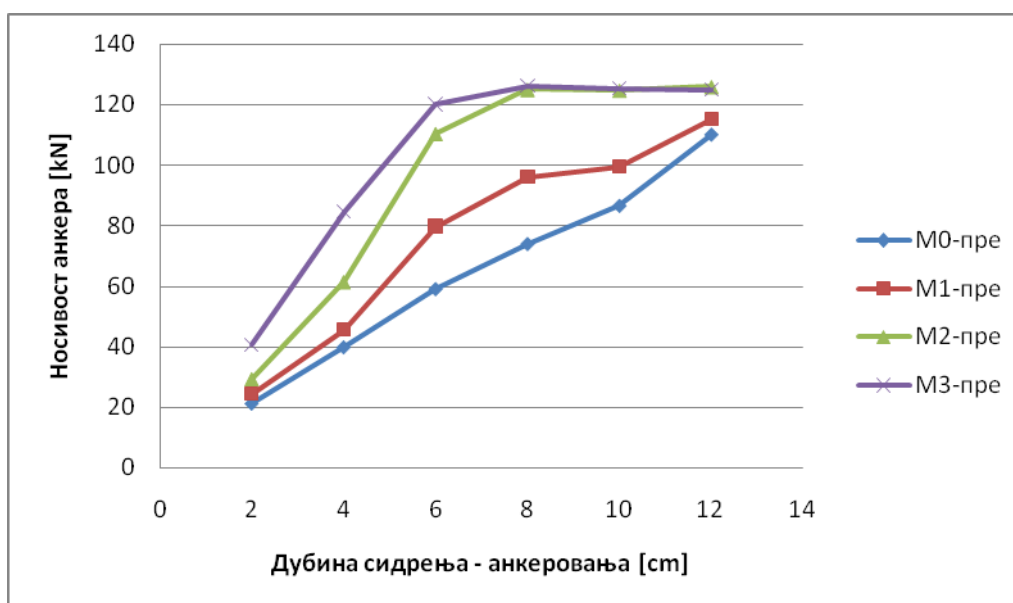


**Слика 7.10/1** - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R10 (претходно уграђени анкери)

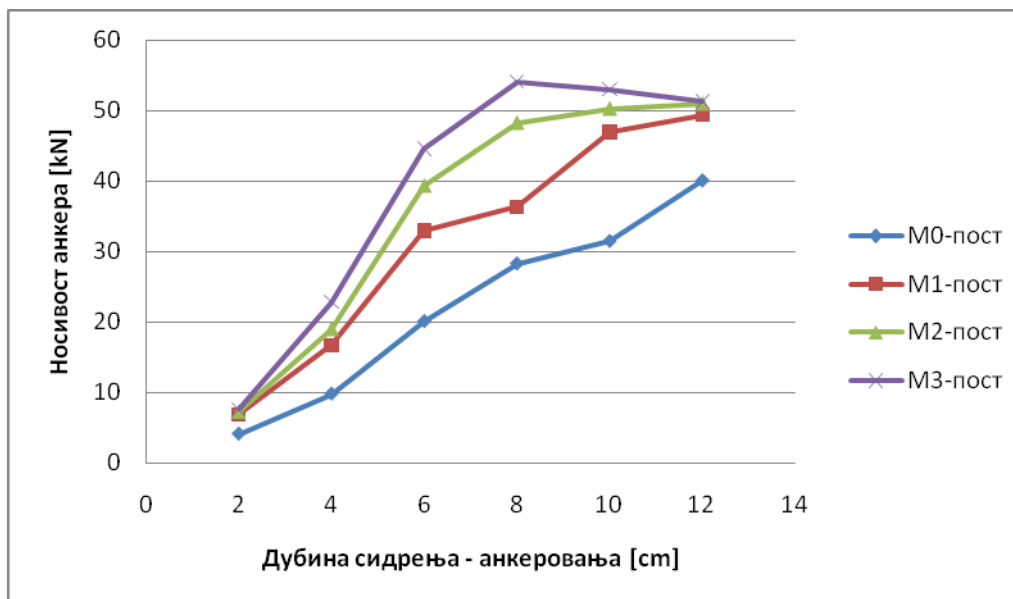
Код анкера величине-пречника R10 са дијаграма се може закључити да се максимални капацитет носивости анкера постиже брже у бетонима са више челичних влакана. Код референтног бетона без влакана максимални капацитет носивости постиже се тек на дубинама од 10 и више центиметара. Како се повећава количина челичних влакана у бетону тако се максимални капацитет носивости достиже на мањим дубинама. Тако за бетоне са 1% максимални капацитет се постиже на дубини анкеровања од 8cm, код бетона са 3% челичних влакана на 6cm, а код бетона са 5% челичних влакана 95% капацитета носивости постигнут је са дубином анкеровања од 4cm.



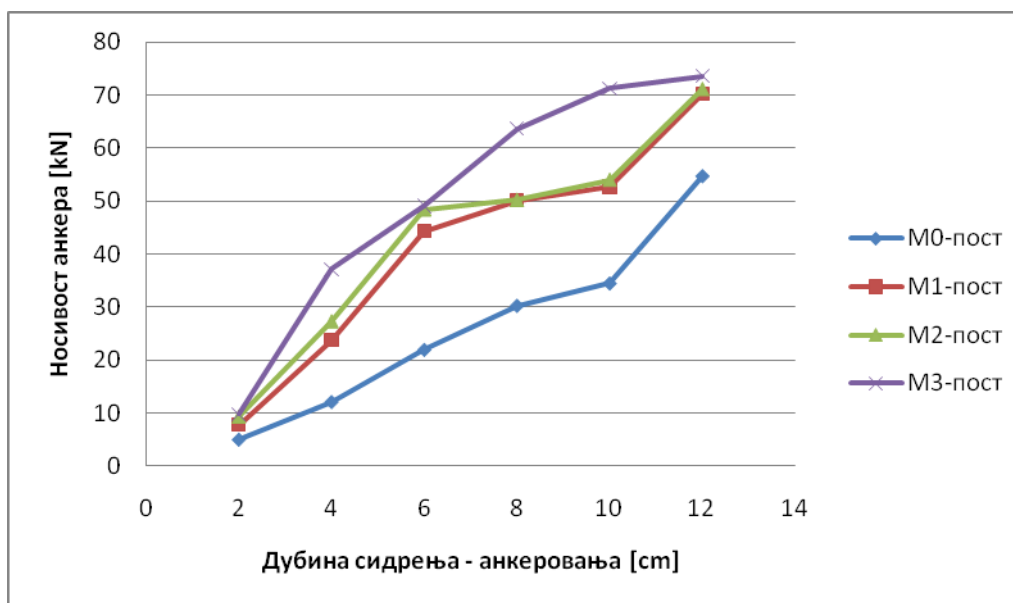
Слика 7.10/2 - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R12 (претходно уграђени анкери)



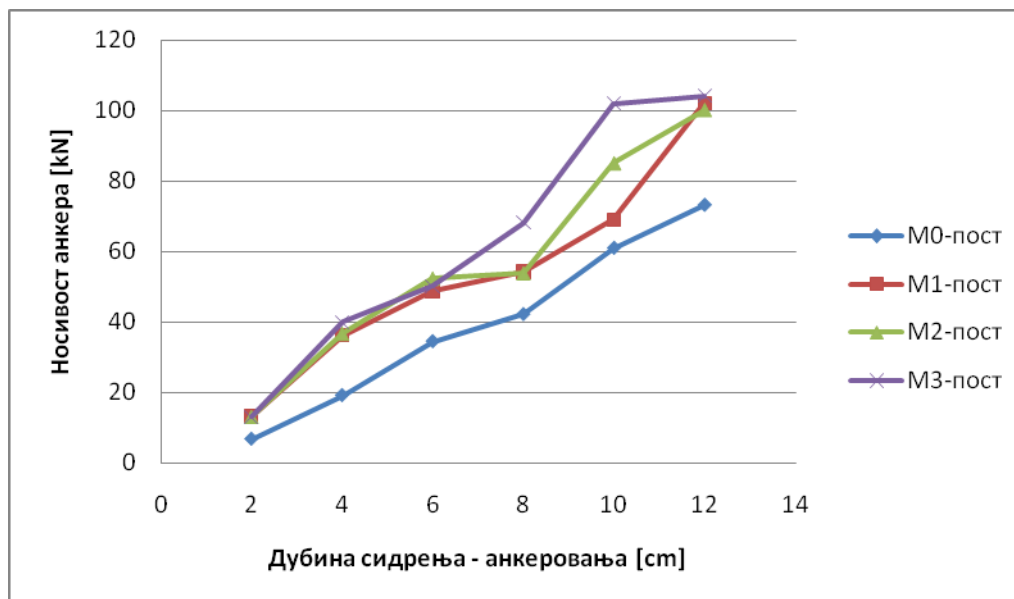
Слика 7.10/3 - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R16 (претходно уграђени анкери)



Слика 7.11/1 - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R10 (накнадно уграђени - хемијски анкери)



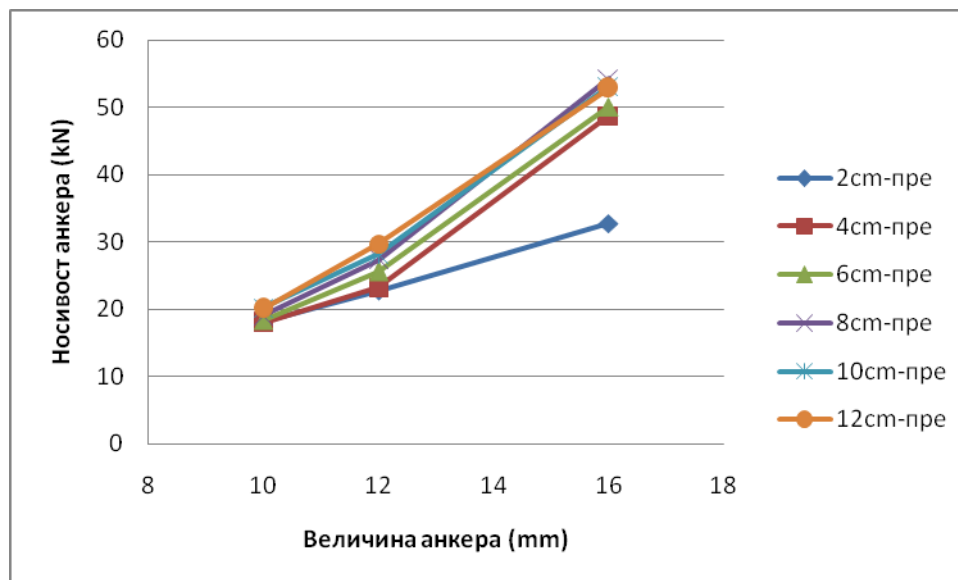
Слика 7.11/2 - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R12 (накнадно уграђени - хемијски анкери)



**Слика 7.11/3** - Веза носивости анкера на затезање и дубине анкеровања за величину анкера R16 (накнадно уграђени - хемијски анкери)

## 7.8 Анализа носивости анкера на смицање

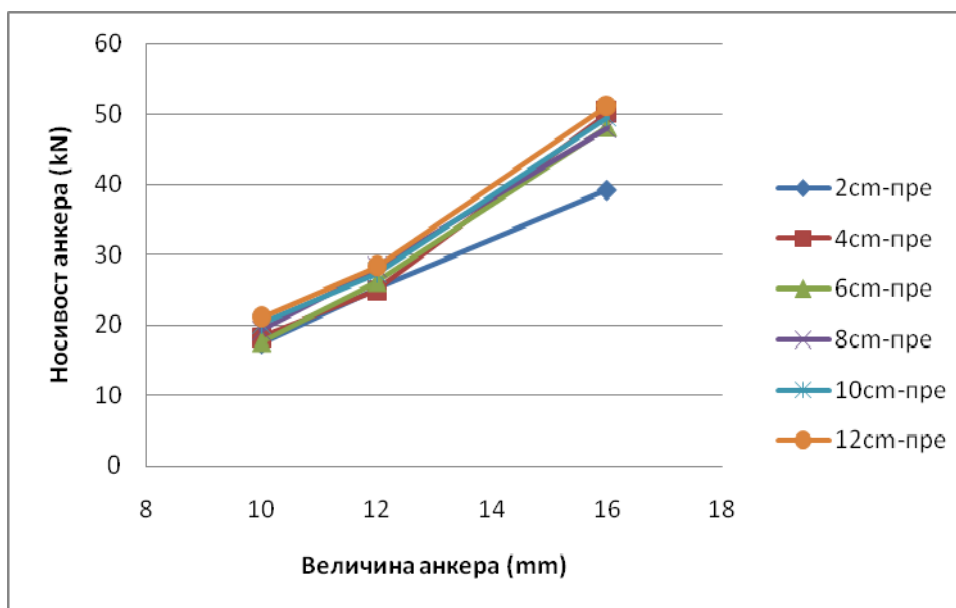
Након извршених испитивања анкера на смицање урађена је анализа добијених резултата испитивања према врстама бетона. За сваку врсту бетона формиран су дијаграми за сваку величину (пречник) анкера и за сваку дубину анкеровања - сидрења. Сви дијаграми су према врсти бетона и две врсте анкера приказани на сликама 7.12 за претходно уграђене анкере и сликама 7.13 за накнадно уграђене - хемијске анкере.



**Слика 7.12/1** - Носивост претходно уграђених анкера на смицање у бетону М0

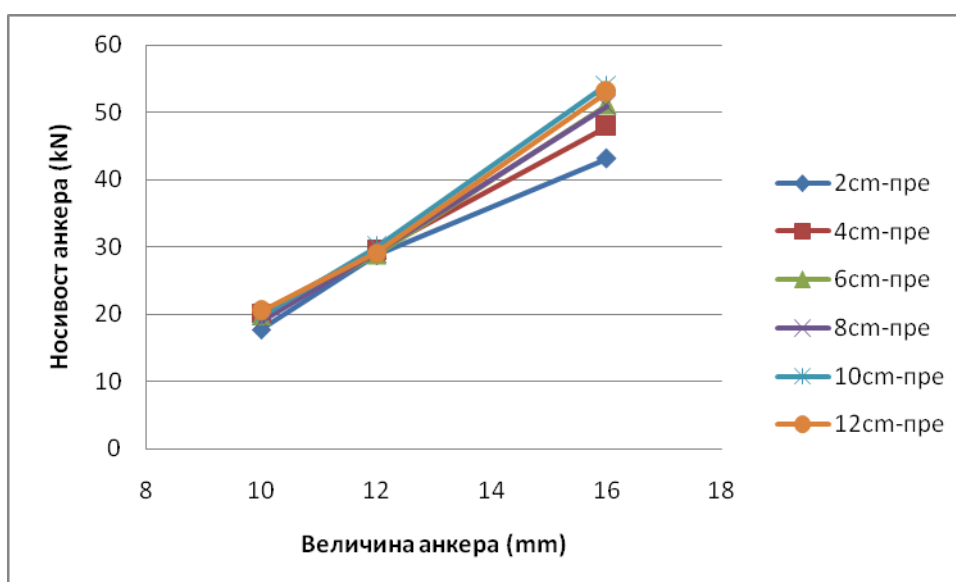
У бетону М0 претходно уграђени анкери су имали веома уједначено понашање приликом испитивања. Резултат испитивања је у свим случајевима био лом анкера. Код анкера пречника 16mm десило се савијање анкера и његово извлачење из бетона. Ипак, због чврстоће бетона и начина испитивања десило се да је коначно анкер пукао по равни напрезања односно равни смицања. Остали анкери су без обзира на дубину анкеровања имали исти начин лоба без назнака извлачења.

Носивост анкера на смицање за пречнике анкера до 12mm зависи, али не у великој мери, од дубине анкеровања. Међутим за анкере пречника 14 и 16mm евидентна је разлика у носивости на смицање између анкера који су анкеровани до дубине од 2cm и групе анкера који су уграђени са већим дубинама анкеровања. Са економског аспекта може се препоручити да је довољна дубина од 4cm, ако је критеријум одлучивања носивост анкера на смицање.



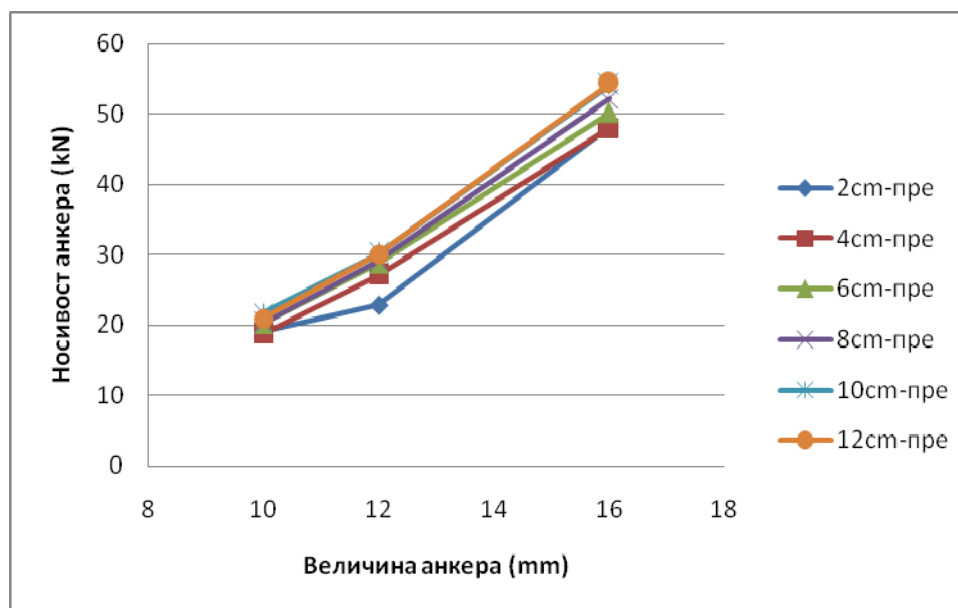
**Слика 7.12/2** - Носивост претходно уграђених анкера на смицање у бетону М1

Слично као и код бетона М0 који је без челичних влакана, у бетону М1 је код испитивања анкера пречника 16mm дошло до савијања анкера при дубини анкеровања од 2cm. Као и код бетона М0 и овде је исти анкер изгубио носивост приликом лома по анкеру. Са дијаграма је евидентно да носивост на смицање анкера пречника 10 и 12mm зависи, али не у великој мери, од дубине анкеровања. Само за веће пречнике анкера установљено је да носивост на смицање зависи од дубине анкеровања. Код анкера пречника 16mm, и већих, уколико је критеријум одлучивања носивост на смицање треба избегавати дубине анкеровања мање од 4cm. У случају бетона М1 сила при истој дубини анкеровања од 2cm је нешто већа него ли код бетона М0.



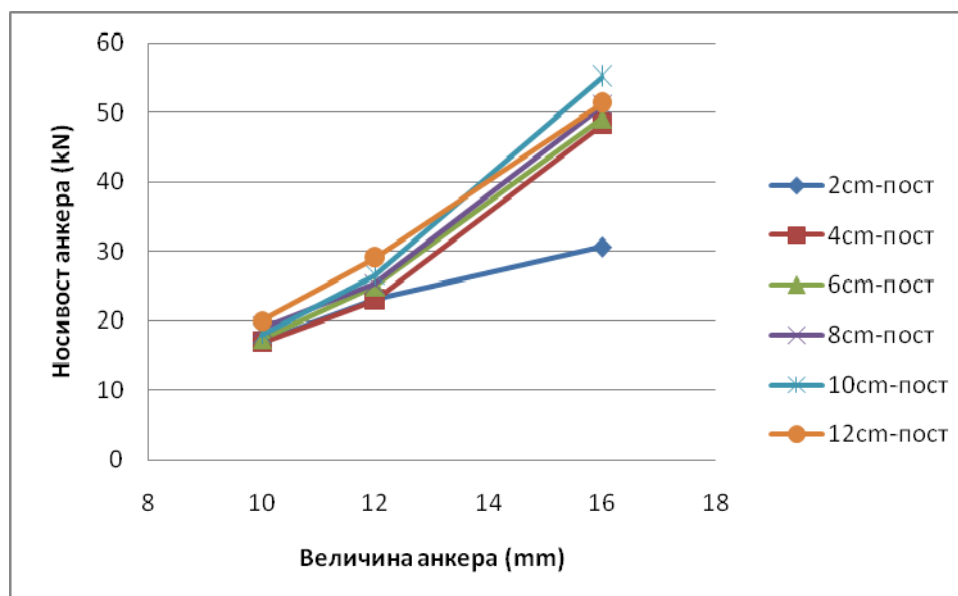
**Слика 7.12/3** - Носивост претходно уграђених анкера на смицање у бетону М2





**Слика 7.12/4** - Носивост претходно уграђених анкера на смицање у бетону М3

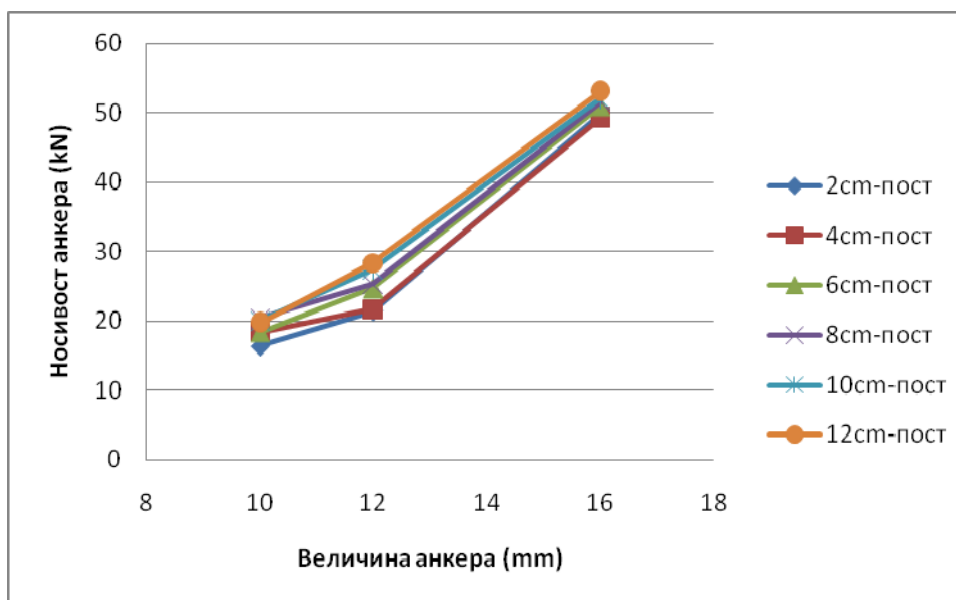
Код бетона са ознаком М2 и М3 понашање анкера при испитивању на смицање је било скоро идентично. Сви анкери су губили носивост ломом по анкеру односно по равни смицања. Са дијаграма се може закључити да су добијени резултати веома блиски за обе врсте бетона. Понашање анкера при испитивању смицања је слично као и код бетона М1. При малим дубинама сидрења приликом примене већих количина челичних влакана није долазило до савијања анкера и делимичног извлачења. Непостојање извлачења код бетона са већом количином челичних влакана може бити последица веома доброг заклињавања анкера у бетону са челичним влакнима.



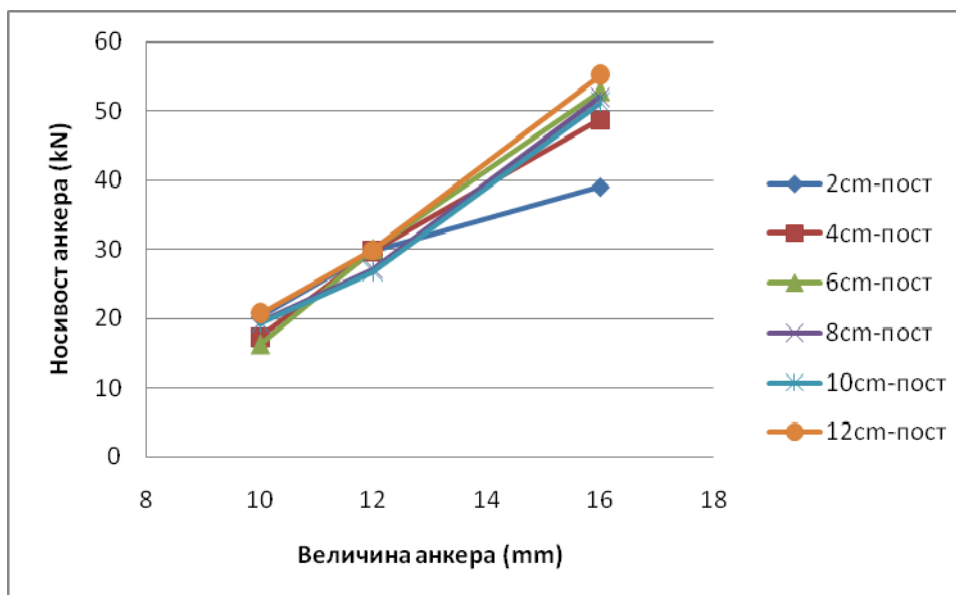
**Слика 7.13/1** - Носивост хемијских анкера на смицање у бетону М0

Хемијски анкери су имали слично понашање као и претходно уграђени анкери. Како је између анкера и бетона маса за заливање - постављање не постоји директна веза између бетона и

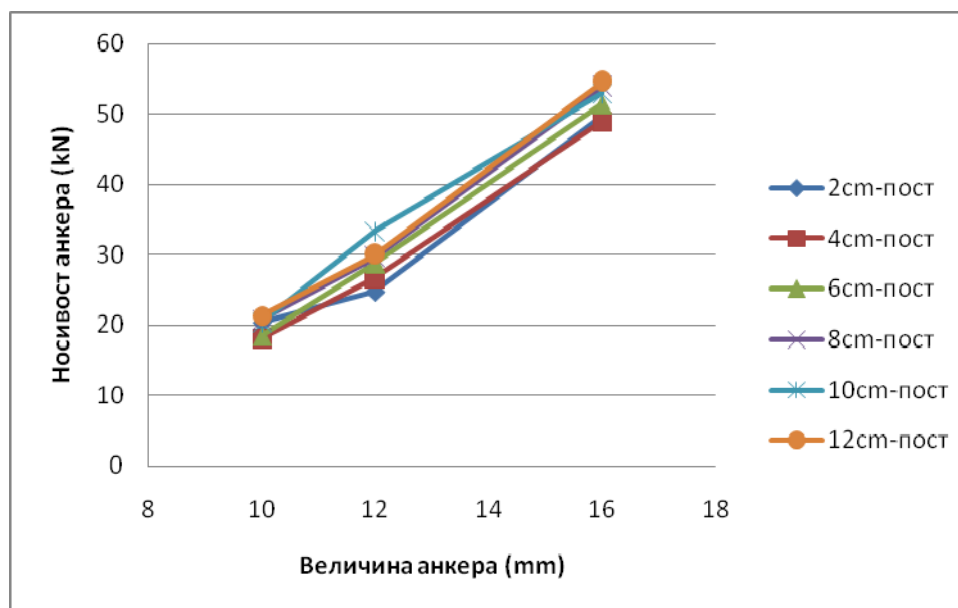
анкера. Веза постоји између масе за заливање и бетона. Код хемијских анкера је постављање критична операција и у добијеним резултатима није могуће извући јасне и недвосмислене закључке. Код бетона М0 и анкера пречника 16mm на дубини сидрења - анкеровања од 2cm дошло је до делимичног извлачења. Ипак, носивост анкера је достигнута прекидом самог анкера по равни смицања. Сви остали анкери су имали губитак носивости ломом по анкеру односно равни смицања.



Слика 7.13/2 - Носивост хемијских анкера на смицање у бетону М1



Слика 7.13/3 - Носивост хемијских анкера на смицање у бетону М2



**Слика 7.13/4** - Носивост хемијских анкера на смицање у бетону М3

Хемијски анкери у бетонима са челичним влакнима имали су скоро исто понашање приликом испитивања. На исти начин су у свим бетонима анкери губили носивост то јест дешавао се лом по анкеру - равни смицања. Добијене носивости анкера на смицање су веома сличне у свим бетонима јер је губитак носивости настајао ломом по анкеру. На овај начин показано је да носивост анкера на смицање у оваквој диспозицији испитивања зависи највише од пречника анкера. Дубина анкеровања, осим за дубину анкеровања од 2cm, и количина челичних влакана није од значаја за носивост анкера на смицање у бетону. Треба имати на уму да се овде ради о малим величинама анкера и резултате треба узети са дозом резерве у случају да се разматрају већи анкери.

## 7.9 Анализа карактера лома анкера

### 7.9.1 Карактер лома при затезању - извлачењу анкера

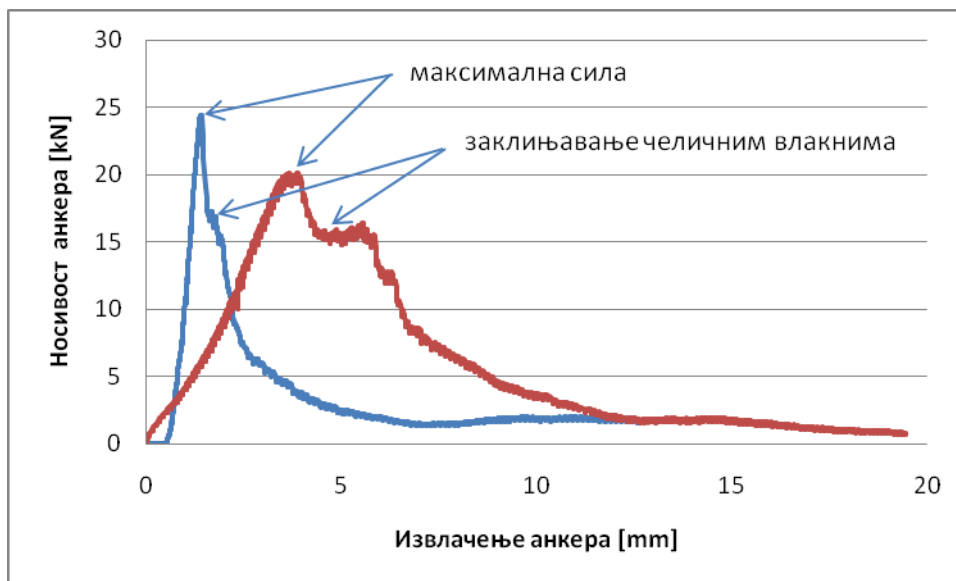
У претходној анализи разматрана је носивост анкера у зависности од количине челичних влакана у бетону, дубине анкеровања и пречника анкера. Кроз ту анализу није обрађиван начин губитка носивости - лома анкера, већ постигнута максимална сила коју је анкер издржао. Поред максималне силе приликом испитивања визуелно је оцењиван карактер лома анкера. Поред визуелне оцене, накнадно је урађена и анализа карактера лома анкера на основу дијаграма сила-извлачење добијених приликом испитивања.

У теоретском разматрању приказани су начини губитка носивости анкера. Кроз експериментално испитивање добијени су следећи облици губитка носивости анкера:

- губитак носивости извлачењем анкера,
- губитак носивости ломом по телу анкера,
- губитак носивости ломом по конусу бетона,
- губитак носивости цепањем бетона око анкера.

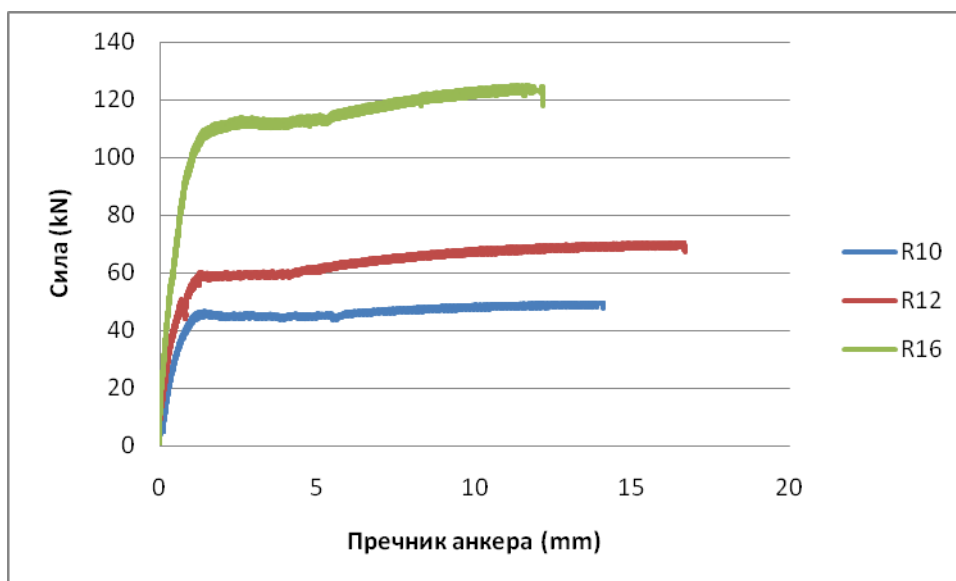
Један од основних начина лома анкера при извлачењу анкера из бетона је клизањем - pullout. Лом анкера при извлачењу клизањем најчешће се јавља код бетона мање чврстоће и при мањим и средњим дубинама сидрења - анкеровања. Код хемијских анкера клизање се јавља при мањим дубинама анкеровања без обзира на чврстоћу бетона. У експерименталном испитивању коришћен је бетон веома високе чврстоће са различитим дубинама анкеровања. Дубине сидрења су од веома малих свега 2cm до релативно великих дубина анкеровања од 12cm. Код свих анкера на дубини анкеровања од 2cm забележен је лом анкера при извлачењу клизањем. Код мањег пречника анкера од 10mm на дубини анкеровања од 4cm такође је забележен лом анкера при извлачењу клизањем. На слици 7.14 приказан је карактеристичан дијаграм односа силе и померања анкера у случају лома анкера при извлачењу клизањем.

На дијаграму са слике 7.14 може се видети да је облик дијаграма сила-извлачење карактеристичан и лако препознатљив по паду силе након постизања максималне носивости анкера. Пад силе је значајан, а после пада настаје део карактеристичан за микроармиране бетоне. Приликом пада силе и губитка носивости анкера микроарматура заклињава анкер и пружа отпор даљем извлачењу анкера клизањем. Зависно од количине микроарматуре отпор може бити мањи или већи што се се види на приказаним дијаграмима. Код бетона са више челичних влакана 3% и више, продужава се накнадно дејство и повећава отпор клизању анкера након губитка носивости знатно више него у случају бетона са 1% челичних влакана. На дијаграму се носивост накнадног заклињавања манифестује обликом и нагибом дијаграма након постизања максималне силе то јест носивости анкера. Утицај количине челичних влакана на максималну силу носивости анкера није од великог значаја, али је накнадна носивост анкера и његово понашање после постизања максималне силе у многоме одређено са примењеном количином челичних влакана у бетону.



**Слика 7.14** - Дијаграм односа сила-померање при лому анкера клизањем

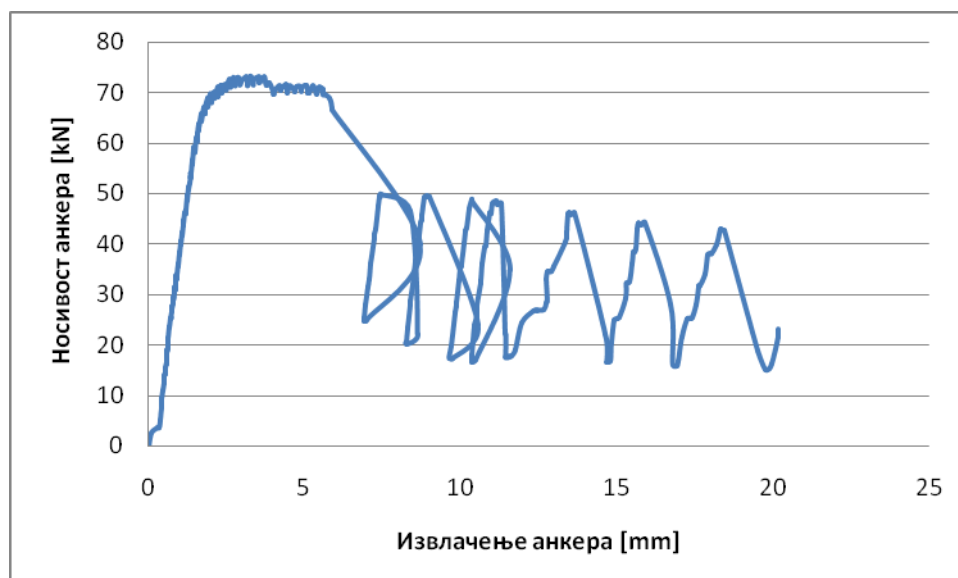
Када су чврстоћа бетона на цепање и сила анкеровања веће од чврстоће материјала анкера јавља се губитак носивости анкера ломом по телу анкера. Код примењеног бетона веома високе чврстоће посебно је велика чврстоћа при затезању. Један од предуслова за појаву губитка носивости анкера ломом по телу анкера је испуњен јер бетон веома високих чврстоћа има велику чврстоћу при затезању. У експерименталном испитивању са повећањем дубине анкеровања губитак носивости анкера најчешће је настајао ломом по телу анкера. Дијаграм односа силе извлачења и величине проклизавања је карактеристичан по томе што у већем свом делу подсећа на дијаграм испитивања челика. На слици 7.15 приказани су карактеристични дијаграми добијени приликом испитивања анкера када је носивост анкера достигнута ломом по телу анкера. Приказани су карактеристични дијаграми за три анкера различитог пречника 10, 12 и 16mm који су коришћени у експерименталном раду. Облици дијаграма приказани на слици 7.15 у експерименталном испитивању су добијени како за претходно уграђене тако и за хемијске анкере.



**Слика 7.15** - Дијаграми односа сила-померање при лому по телу анкера

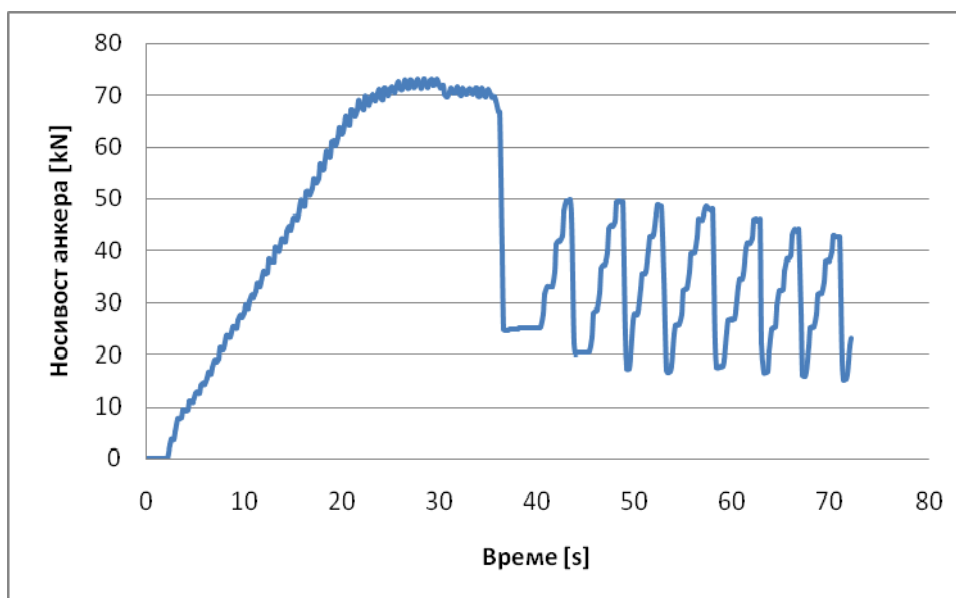
Дијаграми са слике у потпуности описују начин лому и приликом испитивања у експерименталном истраживању било је јасно о каквом губитку носивости анкера се радило. Приликом испитивања анкера у раду извлачење анкера је регистровано изнад прихвата анкера јер технички није било могуће урадити другачије мерење. Након испитивања извршен је визуелни преглед свих анкера како би се установило постојање извлачења са друге стране узорка. Након испитивања цилиндрични узорци са анкерима су испитивани на затезање цепањем како би се установило стање узорка. Када је долазило до губитка носивости анкера ломом по телу анкера, приликом цепања цилиндричних узорака бетона, није примећено да је унутар узорака било поремећаја услед извлачења анкера.

У литератури је истакнуто да губитак носивости анкера услед цепања бетона настаје уколико су мале димензије бетонског елемента у који су анкери уграђени, или ако су постављени близу ивице, или сувише близу један до другог. Начин испитивања у експерименталном испитивању био је ограничен техничким могућностима извођења испитивања. Стога је растојање од ивице било 7.5cm или 7.5 $\emptyset$  за RA10 анкере, 6.25 $\emptyset$  за RA12 анкере и 4.7 $\emptyset$  за RA16 анкере. У експерименталном испитивању губитак носивости анкера услед цепања бетона наступио је код хемијски уграђених анкера у бетон ознаке М1 пречника 10 и 12mm са дубинама анкеровања од 10 и 12cm. Начин испитивања свих анкера је био исти па и код ових анкера се није одступило ни у једном делу. Приликом испитивања забележено је да носивост (сила) током испитивања осцилира. Приликом цепања бетона анкери су се извлачили и са њима и делови материјала за фиксирање анкера. Дијаграм односа силе и померања у случају цепања бетона при испитивању једног анкера дат је на слици 7.16. Такође, због неуобичајног понашања у односу на претходне типове губитка носивости даје се на слици и 7.17 дијаграм бележења силе током времена.

**Слика 7.16** - Дијаграм односа силе и извлачења анкера код цепања бетона

Код губитка носивости анкера на овакав начин током испитивања заједно са анкером извлачио се и материјал за постављање. На фотографији 7.18 приликом испитивања види се да су се

делови материјала за постављање између ребара на анкеру извлачили заједно са анкером. Претпоставка је да приликом излачења анкера долази до притиска материјала и анкера на околни бетон и долазило је до цепања бетона. Након тога одвојен материјал за постављање анкера је омогућио извлачење по принципу "pull out". Ипак, због ширења материјала и због присуства ребара на анкеру долазило је до заклињавања и скоковите промене силе на анкеру приликом испитивања.



*Слика 7.17 - Дијаграм бележења силе на анкеру приликом цепања бетона*



*Слика 7.18 - Фотографија након испитивања анкера*

### **7.9.2 Карактер лома при смицању анкера**

Код испитивања на смицање анкера уграђених у бетон веома високих чврстоћа у експерименталном истраживању регистровано је неколико начина губитака носивости анкера. Претходно уграђени анкери у бетон су се различито понашали од анкера накнадно уграђених -

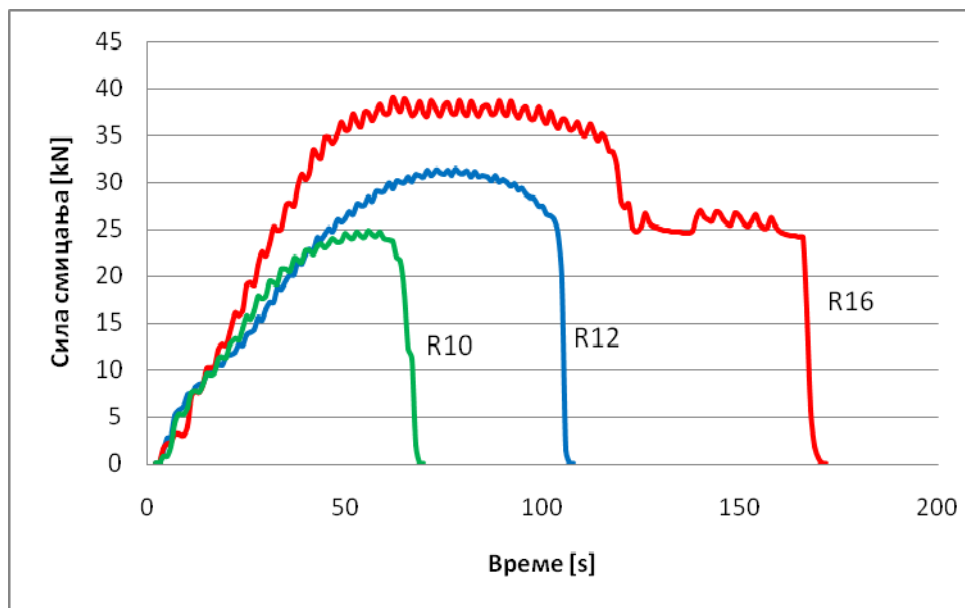
хемијских анкера. Такође, на понашање анкера и начин губитка носивости поред типа анкера утицала је и дубина анкеровања као и пречник анкера. У литератури је познато да на начин губитка носивости анкера на смицање може утицати и удаљеност од ивице бетона. У оквиру експерименталног истраживања удаљеност анкера је усвојена као константна 7.5cm. Узимајући у обзир чврстоћу при затезању бетона веома високих чврстоћа овакав утицај на носивост анкера на смицање је сведен на минимум.

Сви анкери претходно уграђени у бетон су приликом испитивања на смицање имали лом по телу анкера без обзира на дубину сидрења. Претпоставља се да је чврстоћа бетона на затезање и притисак значајна и да је омогућила веома добру везу са анкером тако да није дошло до извлачења - Pullout. Како није било утицаја извлачења а бетон није попустио због својих механичких карактеристика једини начин лома је био по телу анкера.

Другачије понашање је регистровано код накнадно уграђених анкера. Анкери су имали више типова губитка носивости. Основни механизам губитка носивости као и код затезања је извлачење анкера. Извлачење анкера код испитивања смицања је у потпуности другачије јер пре извлачења долази до деформације анкера односно савијања тела анкера. Након тога дешава се извлачење анкера. Напоменуто је да до извлачења анкера може доћи при малим дубинама анкеровања. У експерименту је то и потврђено јер се извлачење анкера десило само код анкера који су анкеровани свега 2cm. Код осталих анкера није долазило до извлачења, односно на спољној страни узорака није било могуће приметити ништа што би указало на постојање извлачења то јест проклизавања анкера.

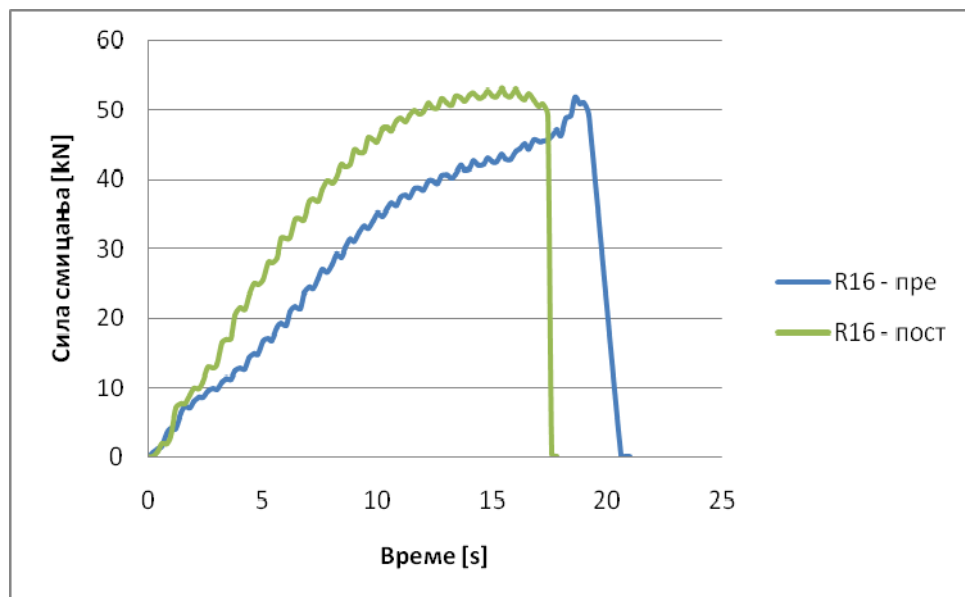
Величина анкера је утицала на максималну силу-носивост анкера. Поред утицаја на носивост, величина анкера има утицаја на облик дијаграма након постизања максималне носивости. Већ је напоменуто да технички није било могуће пратити деформацију анкера, али је приликом испитивања бележена сила на анкеру. Стога су на дијаграмима на слици 7.19 приказане силе током испитивања анкера три различита пречника. На слици се види да анкери са повећањем пречника у бетону веома високих чврстоћа мењају облик дијаграма при малој дубини анкеровања - сидрења. Код мањих анкера пречника 10mm губитак носивости се дешавао ломом по телу анкера, након малог узвлачења анкера и то је видљиво на дијаграму тако што је забележен пад силе након постизања максималне силе. Код анкера пречника 12mm такође се десило пад силе након постизања максималне силе, а извлачење је било видљиво током испитивања. Пад силе је знатно дуже трајао него код анкера пречника 10mm што се јасно види на дијаграму приказаном на слици 7.19. Коначан пад силе се десило са прекидом анкера по телу анкера. Код већег анкера пречника 16mm дијаграм је у потпуности другачији од мањих анкера који су испитивани. Дијаграм је неправилног облика, а приликом испитивања дошло је до значајног деформисања анкера и на крају до његовог потпуног извлачења. Пад силе је забележен након одржавања максималне силе. Након тога постоји одржавање силе која је 30-40% мања од максималне и након тога се десило извлачење анкера без лома по телу анкера.





**Слика 7.19** - Дијаграм носивости хемијских анкера на дубини сидрења од 2цм

Код анкера са већом дубином анкеровања - сидрења губитак носивости био је скоро тренутан губитак носивости по телу анкера као у случају претходно уграђених анкера. На слици 7.20 приказан је карактеристичан облик дијаграм бележења силе смицања на анкерима са дубинама сидрења 4см и више за претходно и накнадно инсталиране анкере. Са слике се види да нешто "мекшији" дијаграм имају накнадно инсталирани анкери што је вероватно последица омекшавања материјала за постављање анкера у бетон.



**Слика 7.20** - Дијаграм бележења силе на анкерима са сидрењем од 4см и више

Количина влакана у бетону није имала утицај јер су резултати добијени приликом испитивања носивости на смицање анкера скоро идентични без обзира на врсту бетон, односно на количину челичних влакана.

---

## VIII Дефинисање утицаја варираних параметара помоћу факторијалног експеримента и неуронских мрежа

---

## 8.1 Уводна разматрања

У претходним поглављима извршена је анализа добијених резултата испитивања без додатне математичко-статистичке анализе којом би се што прецизније одредио појединачни и комбиновани утицај варираних параметара на носивост анкера на затезање и смицање. Да би се одредио утицај сваког појединачног параметра, то јест примењене су технике факторијалне анализе и неуронске мреже.

Већ је напоменуто да је факторијална анализа класична статистичка техника, док су неуронске мреже нове технике меког програмирања. Приступ обради и анализи ове две техника је у потпуности различит. Због различитог приступа и обраде резултата циљ је био упоредити резултате ове анализе и утврдити шта је добијено једним, а шта другим приступом.

Током експерименталног испитивања сви подаци су формирану у виду табела - база података тако да за сваку комбинацију нивоа - вредност параметра постоји излаз у виду резултата испитане карактеристике. Посебно је битно код факторијалне анализе да су сви резултати доступни. Код разматрања неуронским мрежама могуће је неке резултате изоставити без бојазни да ће исти утицати на квалитет добијених обрада.

Факторијална анализа и неуронске мреже дају одређене резултате који су у већем делу неупоредиви. Ипак, обе технике могу дати утицај улазних параметара на излазни податак. Код технике факторијалне анализе кроз статистичку обраду добијају се подаци о утицају, нивоу значајности и многи други који нису од интереса у дисертацији. Неуронске мреже дају податке о утицају параметара и квалитету саме мреже, а може се једноставно урадити и анализа параметара. На основу доступних података и циљева постављених у уводу дисертације, упоређен је утицај параметара добијених на основу два потпуно различита приступа.

На почетку су дефинисани улазни параметри према следећем:

Први фактор - параметар који је разматран била је количина челичних влакана у бетону. Разматран је опсег од 0 до 5%. Усвојене вредности представљају минималну и максималну вредност првог фактора. Међувредности за количину челичних влакана у бетону су 1% и 3%. Разматрана су два међунивоа између граничних вредности за бетоне веома високих чврстоћа због великог распона и веома тешког упоређивања. Укупно су за параметар количине челичних влакана у бетону усвојена 4 нивоа.

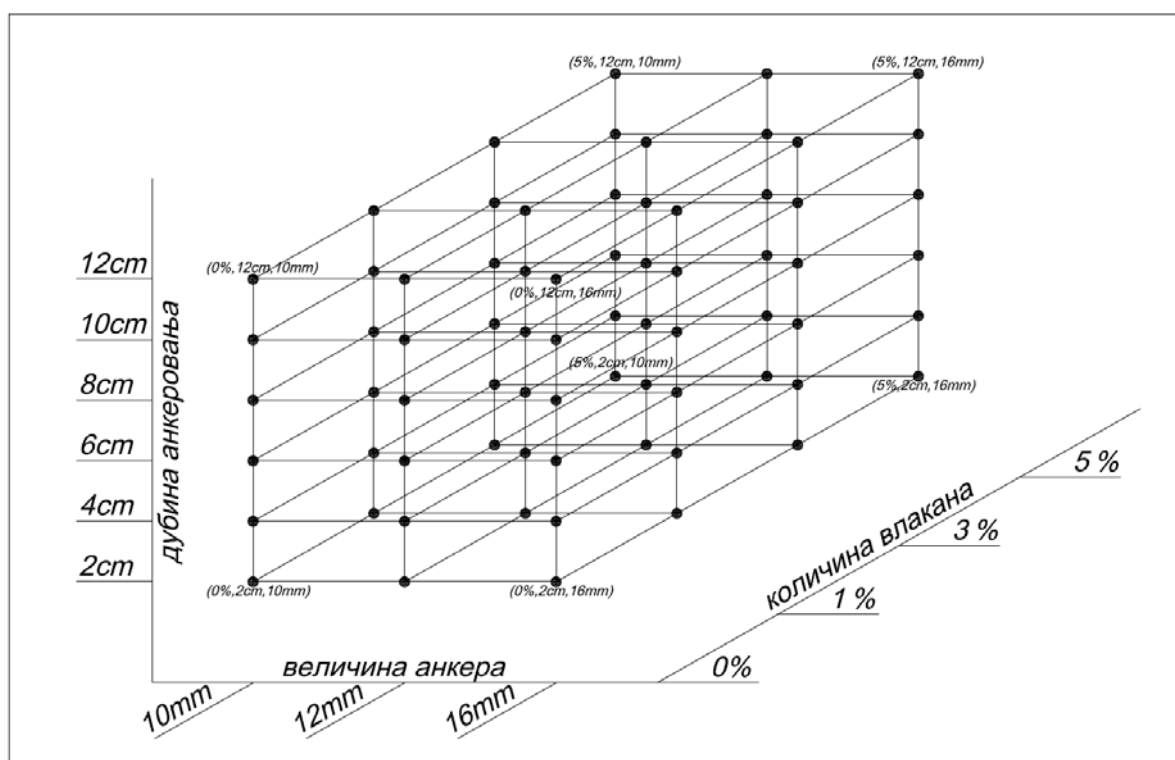
Други фактор - параметар је дубина анкеровања - сидрења. Граничне вредности усвојене су на нивоу од 2cm за минималну и 12cm за максималну вредност. И минимална и максимална вредност су за реалне конструкције мале. Због мале вредности дубине анкеровања одлучено је да се разматра више међувредности. Усвојене су вредности од 4, 6, 8 и 10cm, што са граничним вредностима чини укупно 6 нивоа фактора - параметра дубине анкеровања.

Трећи фактор - параметар је пречник анкера. Као граничне вредности усвојене су 10mm за минималну и 16mm за максималну. За претходна два фактора разматрано је 4 и 6 нивоа, па је због величине експеримента усвојена једна међувредност од 12mm код пречника анкера.

## 8.2 Факторијална анализа

Да би се извршила обрада резултата факторијалном анализом прво је постављен факторијални експеримент. Поставка експеримента на првом месту захтева дефинисање фактора - параметара који се разматрају. Усвојена су три фактора - параметра који утичу на носивост анкера на извлачење и смицање. За факторе - параметре дефинисане су граничне вредности, као и одређен број вредности између граничних. Фактори – параметри су дефинисани у претходном делу.

Са усвојеним факторима - параметрима и бројем нивоа у оквиру параметара, факторијални експеримент је облика  $4 \times 6 \times 3$ . Графички приказ факторијалног експеримента дат је на слици 8.1. Укупан број комбинација за сваки тип анкера је већ приказан у поглављу резултата експерименталног истраживања.



Слика 8.1 - Факторијални експеримент  $4 \times 6 \times 3$

Факторијални експеримент са три параметра и  $4 \times 6 \times 3$  нивоа по параметрима је веома компликован за рачунску обраду. Постоји више начина за његово решавање. Један од начина је да се усвојени факторијални експеримент подели на мање целине. Потом се те целине решавају и сумирају се сви резултати на основу којих се доноси коначни закључак. Мање целине се обично узимају у облику  $2 \times 2$  експеримента јер је његово решавање једноставно и брзо. У неким случајевима за мањи експеримент се узимају и  $3 \times 3 \times 3$  експерименти, али је њихово решавање ипак компликовано без помоћи рачунара.

Сагледавањем постављеног факторијалног експеримента  $4 \times 6 \times 3$  установљено је да број комбинација које садрже минималну и максималну вредност за  $2 \times 2$  експерименте са усвојеним нивоима је следећи:

- I параметар количина челичних влакана - 6
- II параметар дубина анкеровања - 15
- III параметар величина анкера - 3

То би практично значило решавање  $6 \times 15 \times 3 = 270$  факторијалних експеримената. Узимајући у обзир да се обрађују 4 базе то је укупно 1080 факторијалних експеримената. Сагледавајући обим одустало се од оваквог приступа решавања постављеног факторијалног експеримента.

Сагледавајући претходну анализу разматран је приступ поделе на  $3 \times 3 \times 3$  факторијалне експерименте. Код сваког параметра у том случају било је неопходно усвојити нивое по принципу минимални, средњи и максимални. Са тако усвојеним нивоима параметара број комбинација је:

- I параметар количина челичних влакана - 5
- II параметар дубина анкеровања - 20
- III параметар величина анкера - 1

Укупно би требало да се анализира и реши  $5 \times 20 \times 1 = 100$  факторијалних експеримената. Као што је већ речено обрада се радила на 4 базе података што у овом случају представља обраду укупно 400 факторијалних експеримената. С обзиром на сложеност решавања  $3 \times 3 \times 3$  факторијалног експеримента одустало се од овог приступа.

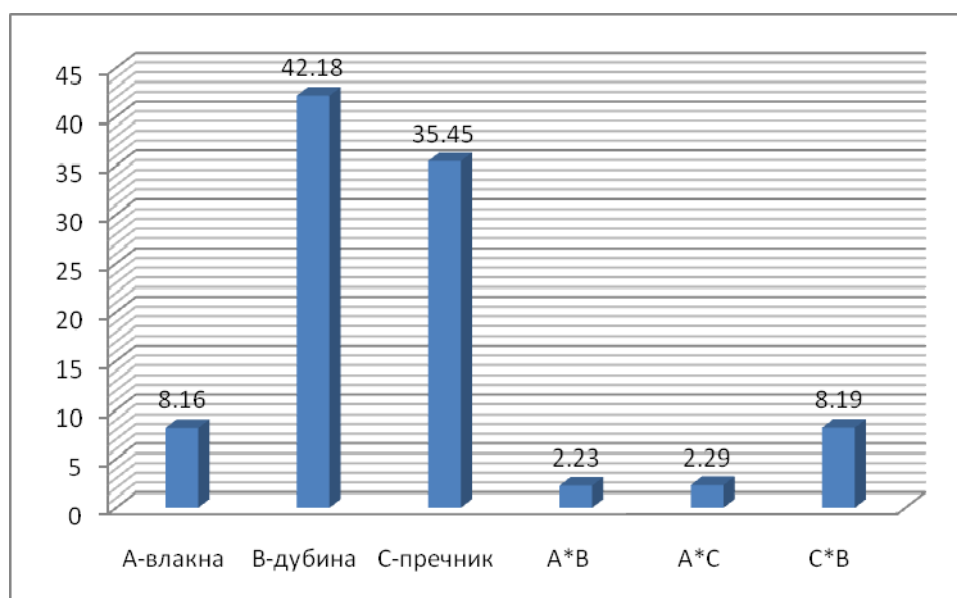
Упознавањем са доступним програмима за анализу факторијалног експеримента установљено је да програмски пакет MINITAB 17 TRIAL има могућности решавања усвојеног потпуног факторијалног експеримента. Стога је даља анализа факторијалног експеримента рађена помоћу програма MINITAB 17 TRIAL Academic.

Програмски пакет омогућава једноставну поставку и обраду података. Излазни подаци су дати у виду табеле. Поставка обухвата дефинисање броја параметара и нивоа у оквиру параметара. Такође се дефинише и какав експеримент је у питању: цео факторијални експеримент или неки његов део.

База података испитавање анкера на извлачење затезањем претходно уграђених анкера која је дата у делу резултати експерименталних истраживања убачена је у програм и извршена је факторијална анализа. Резултати факторијалне анализе дати су у табели 8.1. У табели су дати сви резултати који се програмом добијају. Од значаја су две колоне Contribu. (Contributions - допринос) и p-value (значај). У колони допринос добијају се процентуалне вредности доприноса на излазни податак, то јест на носивост анкера при извлачењу. Значај је статистичка величина која даје вероватноћу са којом се може тврдити да добијена вредност доприноса параметра утиче на излазне податке. У случају претходно уграђених анкера испитиваних на извлачење сви разматрани параметри и њихове комбинације су прорачунати са усвојеном вероватноћом већом од 95%, односно све вредности p-value су испод 0.05. Потом је урађена анализа доприноса параметара и њихових комбинованих доприноса. На слици 8.2 приказан је дијаграм доприноса појединачних фактора као и њихових комбинација.

Табела 8.1 Факторијална анализа претходно угађених анкера испитаних на извлачење

Source	DF	Seq SS	Contribu.	Adj. SS	Adj. MS	F-Value	p-value
Model	72	66985	98.50%	66985	1633.8	47.99	0.000
Linear	10	58343	85.79%	58343	5834.3	171.37	0.000
A-vlakna	3	5548	8.16%	5548	1849.3	54.32	0.000
B-dubina	5	28688	42.18%	28688	5737.6	168.53	0.000
C-velicina	2	24106	35.45%	24106	12053.2	354.04	0.000
2-way Interac.	31	8642	12.71%	8642	278.8	8.19	0.000
A*B	15	1517	2.23%	1517	101.2	2.97	0.005
A*C	6	1558	2.29%	1558	259.7	7.63	0.000
B*C	10	5567	8.19%	5567	556.7	16.35	0.000
Error/Грешка	30	1021	1.50%	1021	34.0		
Total/Укупно	71	68006	100.00%				



Слика 8.2 - Дијаграм доприноса фактора на носивост анкера при извлачењу

На основу података из табеле 8.1 и слике 8.2 јасно је да су два доминантна фактора на носивост при извлачењу дубина анкеровања - сидрења и пречник анкера. Количина влакана је са знатно мањим доприносом на носивост анкера при извлачењу. Такође, комбинације фактора дубине и пречника су са знатно већим доприносом у односу на друге две комбинације фактора. Ипак, комбинација два фактора је са мањим доприносом него када се посматрају фактори понаособ.

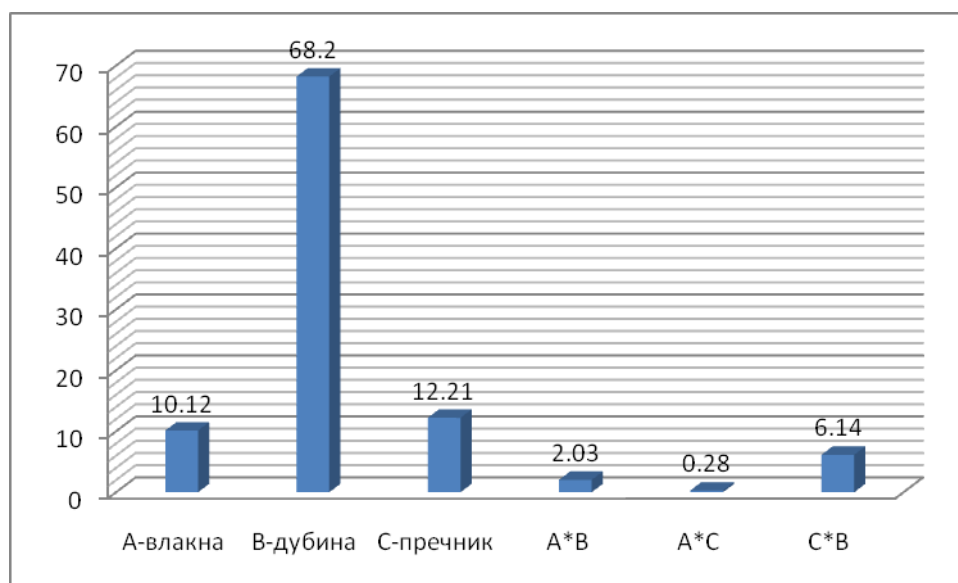
Као закључак за претходно уграђене анкере може се рећи да највећи допринос носивости анкера на извлачење у бетону веома високих чврстоћа имају дубина анкеровања и пречник - анкера. Анализа је показала да и количина влакана у бетону има допринос носивости претходно уграђених анкера при извлачењу. Такође, и комбинација фактора дубина анкеровања и величина пречника имају значајан допринос на носивост анкера при извлачењу у бетону веома високих чврстоћа.

Следећа обрада података вршена је на бази података накнадно уграђених или хемијских анкера при извлачењу - затезању. У табели 5.2 приказани су резултати добијени факторијалном анализом у програму Minitab 17 Trial Academic. На основу добијених резултата анализе формиран је дијаграм приказан на слици 5.3. На дијаграму је графички приказ резултата ради лакшег сагледавања доприноса фактора и њихових комбинованих доприноса.

Табела 8.2 Факторијална анализа накнадно уграђених анкера испитаних на извлачење

Source	DF	Seq SS	Contribu.	Adj. SS	Adj. MS	F-Value	p-value
Model	72	44424.4	98.98%	43850.4	1252.87	47.99	0.000
Linear	10	40221.0	90.53%	40221.0	4022.10	171.37	0.000
A-vlakna	3	4497.7	10.12%	4497.7	1499.24	54.32	0.000
B-dubina	5	30297.2	68.20%	30297.2	6059.44	168.53	0.000
C-velicina	2	5426.1	12.21%	5426.1	2713.04	354.04	0.000
2-way Interac.	31	3752.4	8.45%	3629.4	145.18	8.19	0.000
A*B	15	903.4	2.03%	903.4	60.23	2.97	0.001
A*C	9	123.0	0.28%	123.0	20.50	7.63	0.074
B*C	10	451.0	6.14%	2726.0	272.60	16.35	0.000
Error/Грешка	22	451.0	1.02%	573.9	15.94		
Total/Укупно	71	44424.4	100.00%				

На основу приказаних вредности у табели 8.2 и дијаграму са слике 8.3 јасно се види да код хемијских - накнадно уграђених анкера највећи допринос на носивост има дубина анкеровања - сидрења. Једино се допринос комбинованог утицаја количине влакана и пречника арматуре може занемарити у односу на остале факторе и њихове комбинације. У табели се види да поред врло малог доприноса значај променљиве је изнад 0.05 што конкретно значи да се допринос ове комбинације фактора може занемарити.



Слика 8.3 - Дијаграм доприноса фактора на носивост анкера при извлачењу

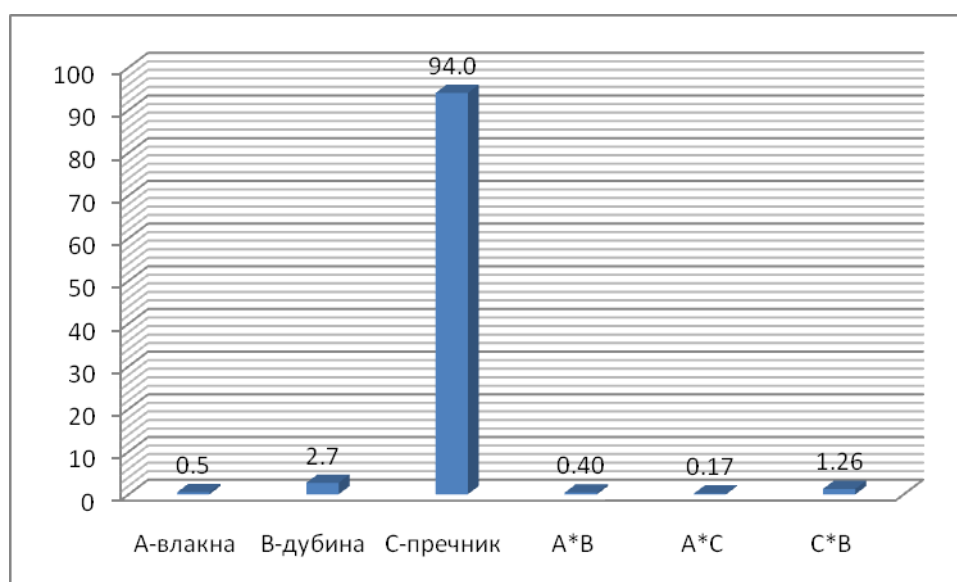
Сагледавајући обе врсте анкера заједничко је то да највећи допринос носивости анкера на извлачење даје дубина анкеровања. Код обе врсте анкера поред дубине анкеровања допринос носивости даје и пречник анкера. Количина влакана у оба случаја не би требало да се занемари, али је допринос мањи него друга два фактора.

Након обраде база података носивости на извлачење - чупање вршена је обрада база података носивости на смицање. Прво је обрађена база података за претходно уграђене анкере. Процес обраде података је био исти као и код база података за носивост анкера при затезању - чупању. У табели 8.3 приказани су добијени резултати обраде базе података.

Табела 8.3 Факторијална анализа претходно уграђених анкера испитаних на смицање

Source	DF	Seq SS	Contribu.	Adj. SS	Adj. MS	F-Value	p-value
Model	71	12296.6	99.03%	12296.6	173.19	47.99	0.000
Linear	10	11951.8	97.20%	11951.8	1195.18	171.37	0.000
A-vlakna	3	60.9	0.50%	60.9	20.30	54.32	0.051
B-dubina	5	332.3	2.70%	332.3	66.47	168.53	0.006
C-velicina	2	11558.6	94.00%	11558.6	5779.28	354.04	0.000
2-way Interac.	31	225.1	1.83%	225.1	7.26	8.19	0.001
A*B	15	49.3	0.40%	49.3	3.29	2.97	0.061
A*C	6	21.1	0.17%	21.1	3.52	7.63	0.074
B*C	10	154.6	1.26%	154.6	15.46	16.35	0.032
Error/Грешка	51	190.1	0.97%	190.1	-	-	-
Total/Укупно	71	12296.6	100.00%				

На основу резултата добијених факторијалном анализом приказаних у табели 8.3 направљен је дијаграм доприноса приказан на слици 8.4 ради лакше анализе.



Слика 8.4 - Дијаграм доприноса фактора на носивост анкера при смицању

Са слике 8.4 може се закључити да је фактор пречник - дебљина анкера са највећим доприносом на носивост анкера при смицању. Анализирајући податке из табеле 8.3 посебно

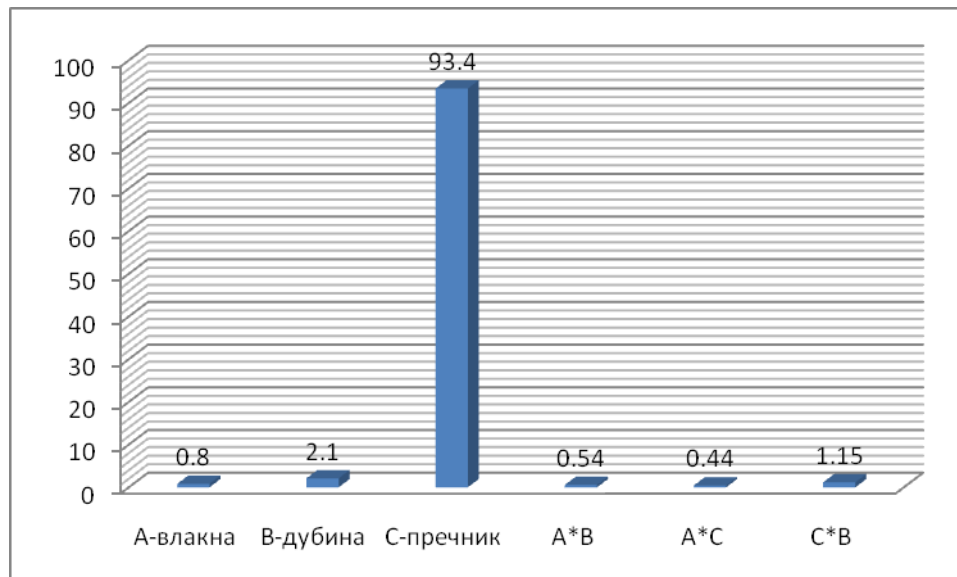


колону значајности параметара у случају испитивања анкера при смицању количина влакана се може занемарити и искључити из анализе јер је значај већи од 0.05. Такође, осим комбинације фактора дубине анкеровања - сидрења и пречника анкера остале комбинације се могу занемарити јер је њихов значај већи од 0.05. Узимајући у обзир све наведено, носивост анкера при смицању у бетону веома високих чврстоћа се може оцењивати преко дубине анкеровања - сидрења и пречника - дебљине анкера као и њихове линеарне комбинације.

На крају је вршена обрада података добијених испитивањем накнадно уграђених хемијских анкера на смицање. Резултати обраде факторјалном анализом приказани су у табели 8.4.

Табела 8.4 Факторијална анализа накнадно уграђених хемијских анкера испитаних на смицање

Source	DF	Seq SS	Contribu.	Adj. SS	Adj. MS	F-Value	p-value
Model	71	13465.4	98.33%	13465.4	189.65	94.13	0.000
Linear	10	12956.0	96.2%	12956.0	1295.60	186.04	0.000
A-vlakna	3	103.4	0.8%	103.4	34.47	4.95	0.063
B-dubina	5	280.9	2.1%	280.9	56.17	8.07	0.009
C-velicina	2	12571.7	93.3%	12571.7	6285.84	902.60	0.000
2-way Interac.	31	285.9	2.13%	285.9	9.22	2.21	0.001
A*B	15	72.8	0.54%	72.8	4.85	1.92	0.061
A*C	6	58.9	0.44%	58.9	9.82	2.45	0.071
B*C	10	154.2	1.15%	154.2	15.42	6.23	0.023
Error/Грешка	51	355.2	0.87%	355.2	6.96	-	-
Total/Укупно	71	13465.4	100.00%				



Слика 8.5 - Дијаграм доприноса фактора на носивост анкера при смицању

Слично као и код претходно уграђених анкера доминантан допринос носивости хемијских анкера на смицање је фактор пречник - дебљина анкера. Такође, као и код претходно уграђених анкера комплетна анализа се може спровести узимајући факторе - параметре дубине анкеровања, пречника - дебљине анкера и комбинације ова два фактора. Количина влакана и комбинације са друга два фактора се може занемарити у анализи. У табели се види

да је значај фактора количине влакана у бетону и комбинације са другим факторима већи од 0.05 што га чини занемарљивим у анализи.

Након обраде података факторијалном анализом урађена је и анализа осетљивости примењеног поступка на усвојеним базама података. Анализа осетљивости у случају факторијалног експеримента урађена је тако што је извршена факторијална анализа на мањим деловима сваке од база. У разматрању је база података сагледана кроз два факторијална експеримента али су том приликом обухваћена цела подручја сваког од предметних фактора.

Прво је извршено сажимање на факторијалну анализу 3x3x3. Практично је са 4x6x3 факторијални експеримент сведен на 3x3x3. Сажимање је урађено тако што су изабрана три нивоа за сваки од фактора. Тако је за први фактор – количина влакана у бетону изабрани нивои 0, 3 и 5%. За други фактор дубина анкеровања су изабрани нивои 2, 6 и 12cm, док су за трећи фактор изабрани сви нивои јер их има укупно 3. За све типове испитивања и врсте анкера урађена је факторијална анализа и добијени су подаци као и за потпуни факторијални експеримент.

Након завршетка анализе првог сажимања урађено је још једно сажимање тако што је издвојен један факторијални експеримент облика 2x2x2. Експеримент је обухватио практично само граничне вредности потпуног факторијалног експеримента. За количину влакана у бетону узете су вредности 0 и 5%, за дубину анкеровања – сидрења вредности 2 и 12cm и за величину – пречник анкера узете су вредности 10 и 16mm. На слици 8.1 комбинације представљају рогљеве факторијалног експеримента. Факторијална анализа је урађена за обе врсте анкера и испитивања. Добијени су слични резултати као у претходне две итерације.

У следећим табелама дају се резултати факторијалне анализе за експерименте 3x3x3 и 2x2x2 са подацима о доприносу параметара и комбинацијама параметара као и значај самих параметара.

Табела 8.5 Резултати смањених факторијалних експеримената претходно уграђених анкера испитаних на извлачење - чупање

Source	Contribution Допринос 3x3x3	p-value Значај 3x3x3	Contribution Допринос 2x2x2	p-value Значај 2x2x2
Model	98.80%	0.000	99.73%	0.000
Linear	83.99%	0.000	85.17%	0.002
A-vlakna	6.73%	0.003	3.74%	0.047
B-dubina	47.79%	0.002	56.95%	0.001
C-velicina	29.47%	0.000	24.49%	0.004
2-way Interaction	14.81%	0.001	14.56%	0.008
A*B	2.61%	0.054	0.68%	0.004
A*C	1.27%	0.063	0.10%	0.008
B*C	10.93%	0.000	13.77%	0.001
Error	1.20%	-	0.27%	-
Total	100.00%		100.00%	

Табела 8.6 Резултати смањених факторијалних експеримената накнадно уграђених анкера испитаних на извлачење – чупање

Source	Contribution Допринос 3x3x3	p-value Значај 3x3x3	Contribution Допринос 2x2x2	p-value Значај 2x2x2
Model	99.39%	0.000	99.62%	0.000
Linear	91.03%	0.000	89.55%	0.002
A-vlakna	6.53%	0.003	3.60%	0.047
B-dubina	75.95%	0.002	74.29%	0.001
C-velicina	8.54%	0.000	11.67%	0.004
2-way Interaction	8.36%	0.001	10.06%	0.008
A*B	1.58%	0.054	1.39%	0.004
A*C	0.15%	0.063	0.69%	0.008
B*C	6.62%	0.000	7.99%	0.001
Error	0.61	-	0.38%	-
Total	100.00%		100.00%	

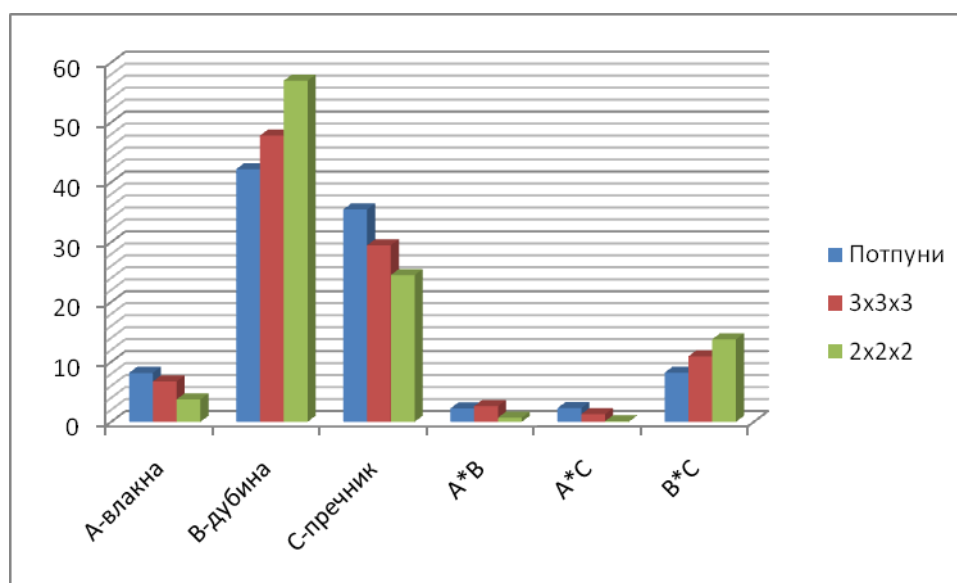
Табела 8.7 Резултати смањених факторијалних експеримената претходно уграђених анкера испитаних на смицање

Source	Contribution Допринос 3x3x3	p-value Значај 3x3x3	Contribution Допринос 2x2x2	p-value Значај 2x2x2
Model	98.50%	0.000	98.71%	0.000
Linear	95.32%	0.000	92.26%	0.000
A-vlakna	0.89%	0.102	2.47%	0.245
B-dubina	4.30%	0.002	6.29%	0.140
C-velicina	90.14%	0.000	83.49%	0.001
2-way Interaction	3.18%	0.052	6.46%	0.357
A*B	0.61%	0.067	1.35%	0.172
A*C	0.58%	0.063	1.59%	0.159
B*C	2.00%	0.052	3.52%	0.048
Error	1.50%	-	1.29%	-
Total	100.00%		100.00%	

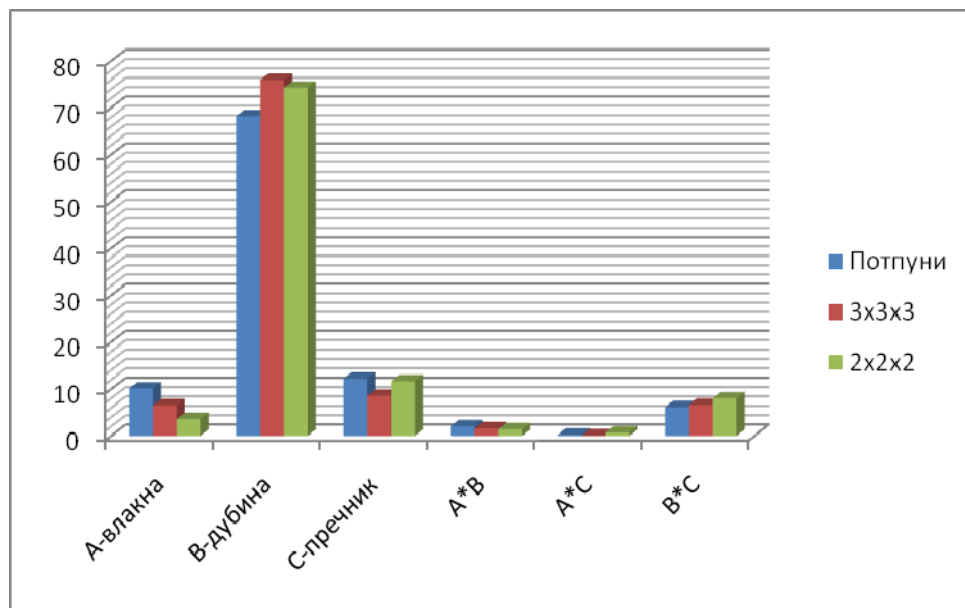
Табела 8.8 Резултати смањених факторијалних експеримената накнадно уграђених анкера испитаних на смицање

Source	Contribution Допринос 3x3x3	p-value Значај 3x3x3	Contribution Допринос 2x2x2	p-value Значај 2x2x2
Model	98.39%	0.000	98.68%	0.000
Linear	92.67%	0.000	91.10%	0.042
A-vlakna	1.90%	0.031	5.05%	0.235
B-dubina	3.99%	0.002	6.01%	0.169
C-velicina	86.78%	0.000	80.03%	0.003
2-way Interaction	5.71%	0.013	7.59%	0.358
A*B	0.81%	0.254	2.25%	0.234
A*C	1.05%	0.363	2.16%	0.188
B*C	3.85%	0.050	3.18%	0.071
Error	1.91%	-	1.32%	-
Total	100.00%		100.00%	

На основу резултат добијених за допринос фактора носивости анкера направљени су дијаграми са променом доприноса параметара ради лакше анализе осетљивости модела. Циљ је да се утврди колико се мења параметара у случају промене или смањења броја улазних података.

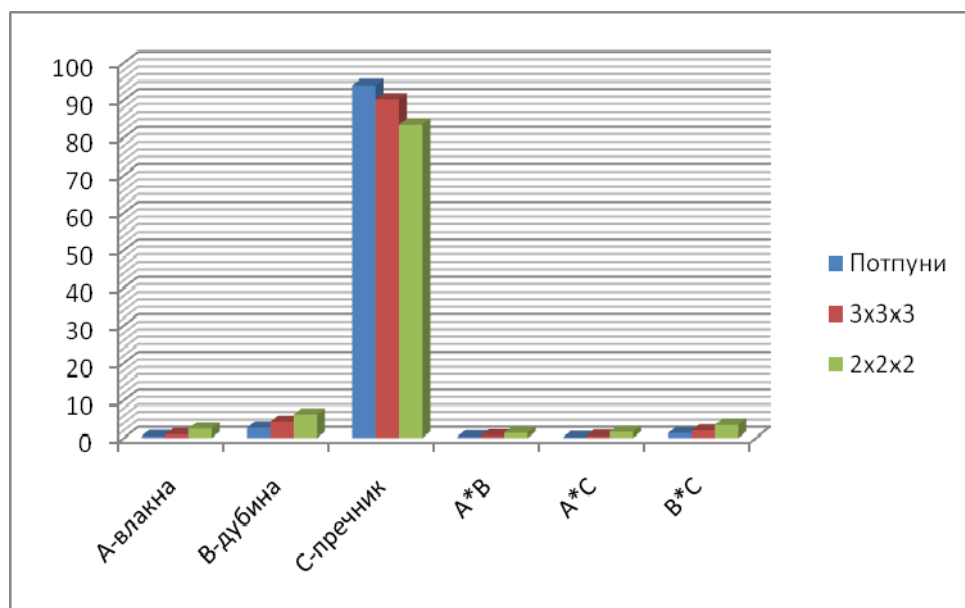


**Слика 8.6** - Анализа осетљивости факторијалног експеримента претходно уграђених анкера испитиваних на извлачење - чупање

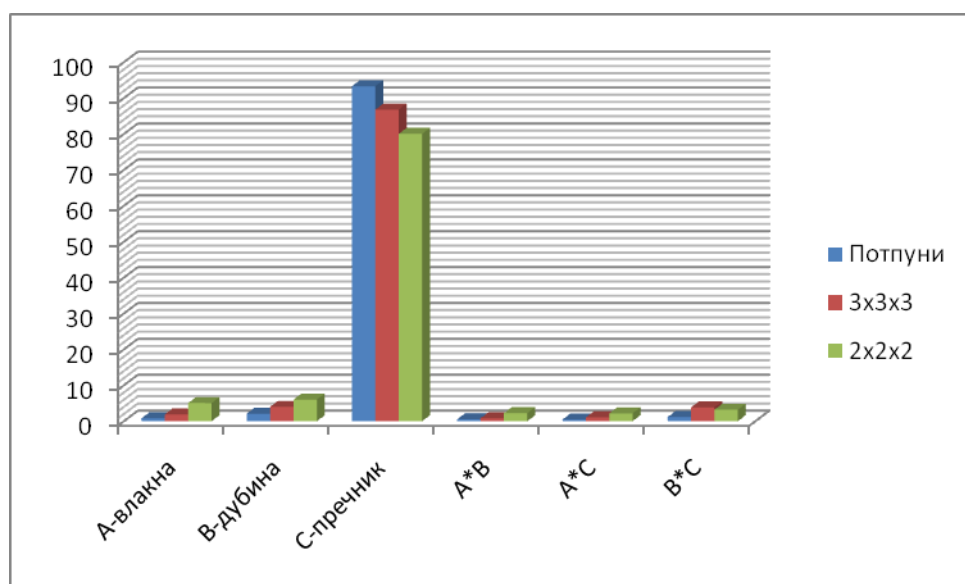


**Слика 8.7** - Анализа осетљивости факторијалног експеримента накнадно уграђених анкера испитиваних на извлачење - чупање

Анализа осетљивости за анкере испитиване на извлачење - чупање показала је да са смањивањем броја обрађиваних података долази до значајних промена у параметрима. Посматрајући доприносе параметара на носивост анкера утврђено је да са смањењем броја резултата доприноси појединих параметара смањују до 65% и повећавају до 45%. На основу тога може се закључити да је обрада факторијалном анализом резултата испитивања на извлачење веома осетљива на промене улазних параметара. Закључак анализе осетљивости факторијалне анализе испитивања на извлачење анкера да је за оцену утицаја и доприноса параметара неопходно имати више резултата. Смањивањем броја испитивања може се доћи до закључака који не осликавају право стање. Најбољи доказ је приказан на дијаграмима са слика 8.6 и 8.7. На дијаграмима за претходно уграђене анкере највећи допринос на носивост анкера има дубина анкеровања - сидрења. Међутим, допринос на носивост се повећава са 42% на 57% уколико се разматра мањи факторијални експеримент. За исти случају допринос параметра пречника - величине анкера се смањује са 36% на 24%.



**Слика 8.8** - Анализа осетљивости факторијалног експеримента претходно уграђених анкера испитиваних на смицање



**Слика 8.9** - Анализа осетљивости факторијалног експеримента накнадно уграђених анкера испитиваних на смицање

Код анализе осетљивости факторијалног експеримента испитивања на смицање ситуација је нешто другачија. Допринос параметра пречник - дебљина анкера на носивост анкера при смицању је далеко већи од осталих параметара. Приликом смањивања експеримента и обраде факторијалном анализом доминантни параметар је остао исто пречник анкера. И код претходно уграђених и код накнадно уграђених анкера дошло је до смањивања доприноса. Ипак, допринос је у сваком случају остао знатно већи у односу на остале параметре или њихове комбинације. Самим тим закључак о томе који је параметар од пресудног значаја неће бити доведен у питање смањивањем експеримента. Као закључак код испитивања носивости

анкера на смицање, намеће се да није неопходно испитивати велики узорак како би се добио поуздан резултат о доприносу параметара.

### 8.3 Анализа резултата применом неуронских мрежа

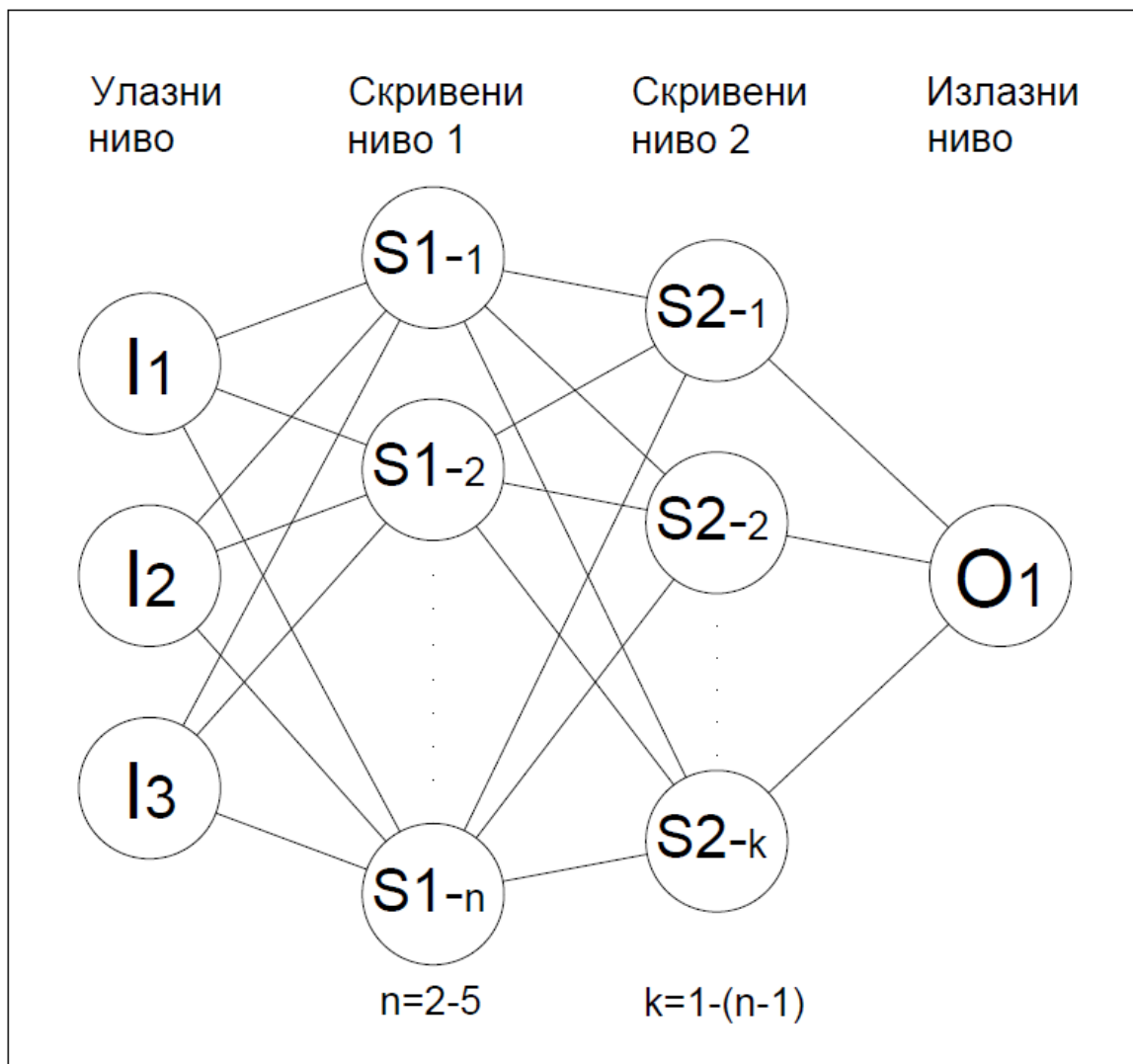
У сопственим експерименталним истраживањима добијени су резултати испитивања носивости анкера на затезање - извлачење и смицање. Носивости анкера било на затезање - извлачење или смицање приказане су максималном силом која је током теста забележена на уређајима за испитивање анкера. Сви резултати испитивања дати су у четири базе података формиране на основу врсте анкера и врсте испитивања потпуно исто као у случају обраде факторијалном анализом. На основу примењене поставке обраде на крају је могуће упоредити резултате добијене неуронским мрежама и факторијалном анализом.

Примена неуронских мрежа је специфичан поступак обраде података експерименталних истраживања. Посебност поступка је у томе што је на првом месту неопходно пронаћи адекватну неуронску мрежу, а тек потом је могуће анализирати добијене параметре. Проналажење и усвајање неуронске мреже је итеративан поступак. Зависно од врсте проблема који се анализира на почетку је неопходно усвојити тип - врсту неуронске мреже. У случају усвојеног експерименталног истраживања усвојене су перцептрон вишеслојне неуронске мреже. Поред врсте неуронске мреже одређује се и тип неурона у мрежи, односно активациона функција. Као активациона функција неурона изабрана је сигмоидална функција која за излаз из неурона може дати вредности између -1 и +1.

Архитектура неуронских мрежа део је итеративног поступка изналажења оптималне неуронске мреже. На почетку, поставком експеримента дефинисани су улазни и излазни слојеви док је број скривених слојева и њихова величина подложен променама у итерацијама. Према поставци експерименталног истраживања број неурона у улазном слоју је три док је у излазном слоју само један неурон који представља носивост анкера. У итерацијама мењан је број скривених слојева као и број неурона у њима. Број скривених слојева неурона био је 1 или 2. Број неурона у скривеним слојевима био је од 2 до 5 на првом нивоу, док је број неурона у другом слоју од 2 до 4. Усвојено је и правило да број неурона у другом слоју увек буде мањи од броја неурона у првом слоју. На основу усвојених ограничења укупно је урађено 10 итерација у смислу архитектуре неуронских мрежа и то:

3-2-1; 3-3-1; 3-3-2-1; 3-4-1; 3-4-2-1; 3-4-3-1; 3-5-1; 3-5-2-1; 3-5-3-1; 3-5-4-1.

Шематски приказ архитектуре неуронских мрежа на основу усвојених поставки експеримента и ограничења дат је на слици 8.10.



**Слика 8.10** - Шематски приказ архитектуре неуронских мрежа

На слици 8.10 скривени слојеви су означени са S1 и S2. Улазни ниво је означен са I док је излазни ниво означен са O. Број неурона по нивоима већ је објашњен у претходном тексту.

Приликом обраде резултата добијених неуронским мрежама зависно од података доступних за тренирање - учење неуронске мреже могу бити нестабилне односно осетљиве на улазне податке. Како би се урадила анализа осетљивости и стабилности мрежа осмишљен је систем тако што се свака мрежа проверава на три различита скупа података. Скупови података се разликују по броју, а подаци се случајно бирају из базе података. Узимајући у обзир да се резултати из базе узимају случајним узорком и да се њихов број мења кроз три итерације посматрајући грешку између експерименталних и добијених резултата применом неуронских мрежа оцењена је осетљивост односно стабилност неуронске мреже. Оцена је вршена на основу корена средњег квадратног одступања између експерименталних резултата и добијених неуронском мрежом.

На основу поставке усвојено је да се тренирање неуронских мрежа врши према следећем броју случајно изабраних података:



- Прво тренирање на 90% случајно изабраних података
- Друго тренирање на 85% случајно изабраних података
- Треће тренирање на 80% случајно изабраних података

После тренирања са сваким скупом података врши се тестирање мреже са подацима који остају после тренирања. У табели 8.9 приказани су резултати свих испитивања и расподела резултата за тренирање и тестирање.

Табела 8.9 Расподела резултата испитивања за тренирање и тестирање

Улазни подаци			Изразни подаци - носивост				Расподела података		
Удео влакна	Дубина сидрењ	Пречник анкера	Чупање анкера		Смицање анкера		10%-90% узорак	15%-85% узорак	20%-80% узорак
			Претход.	Накнадно	Претход.	Накнадно			
0	2	10	10.1	4.1	18.12	16.94	тренинг	тренинг	тренинг
0	2	12	17.8	5	22.76	23.01	тренинг	тест	тест
0	2	16	21.2	6.7	32.73	30.61	тренинг	тренинг	тренинг
0	4	10	16.1	9.8	18.01	16.83	тренинг	тест	тест
0	4	12	24.5	12.1	23.19	22.89	тренинг	тренинг	тренинг
0	4	16	39.8	19.1	48.76	48.25	тренинг	тест	тренинг
0	6	10	27.6	20.1	18.32	17.36	тренинг	тренинг	тренинг
0	6	12	50.1	21.9	25.62	24.95	тренинг	тренинг	тренинг
0	6	16	59.0	34.4	50.12	49.10	тренинг	тренинг	тренинг
0	8	10	43.3	28.3	19.01	18.94	тренинг	тренинг	тренинг
0	8	12	60.3	30.2	27.36	25.32	тест	тренинг	тест
0	8	16	73.9	42.1	54.27	50.90	тренинг	тренинг	тест
0	10	10	50.1	31.5	20.19	17.96	тренинг	тренинг	тренинг
0	10	12	70.3	34.4	28.14	26.56	тренинг	тренинг	тренинг
0	10	16	86.5	60.9	53.16	55.10	тренинг	тренинг	тренинг
0	12	10	49.9	40.1	20.10	20.01	тренинг	тренинг	тренинг
0	12	12	71.8	54.6	29.73	29.01	тренинг	тренинг	тренинг
0	12	16	110.0	73.1	52.79	51.30	тренинг	тренинг	тренинг
1	2	10	16.1	6.9	17.32	16.37	тренинг	тренинг	тест
1	2	12	21.4	7.8	25.19	21.39	тренинг	тренинг	тест
1	2	16	24.4	13.3	39.17	49.71	тренинг	тренинг	тренинг
1	4	10	26.3	16.7	18.29	18.32	тренинг	тест	тренинг
1	4	12	32.1	23.8	24.95	21.73	тренинг	тренинг	тренинг
1	4	16	45.5	36.2	50.13	49.25	тренинг	тест	тренинг
1	6	10	39.8	32.9	17.63	18.39	тренинг	тест	тренинг
1	6	12	59.8	44.3	26.19	24.70	тренинг	тренинг	тренинг
1	6	16	79.7	48.7	48.21	50.90	тренинг	тренинг	тренинг
1	8	10	50.1	36.3	19.19	20.34	тренинг	тренинг	тренинг
1	8	12	70.7	50.1	28.12	25.32	тренинг	тренинг	тест
1	8	16	96.0	54.2	47.97	51.48	тренинг	тренинг	тренинг
1	10	10	51.0	46.9	20.18	20.01	тренинг	тренинг	тренинг

1	10	12	71.4	52.7	27.36	27.39	тренинг	тест	тренинг
1	10	16	99.5	69.1	49.62	51.95	тренинг	тренинг	тренинг
1	12	10	50.6	49.3	21.02	19.66	тренинг	тренинг	тренинг
1	12	12	72.0	70.2	28.28	28.37	тест	тренинг	тренинг
1	12	16	115.1	102.1	51.23	53.06	тренинг	тренинг	тренинг
3	2	10	25.0	7.3	17.71	20.17	тренинг	тренинг	тест
3	2	12	26.7	9.4	28.74	29.81	тренинг	тренинг	тренинг
3	2	16	29.3	13	43.12	39.06	тренинг	тренинг	тренинг
3	4	10	40.7	19	20.14	17.35	тренинг	тренинг	тренинг
3	4	12	50.9	27.4	29.43	29.65	тренинг	тренинг	тест
3	4	16	61.4	36.6	47.85	48.75	тренинг	тренинг	тест
3	6	10	51.4	39.3	19.83	16.26	тест	тест	тренинг
3	6	12	63.2	48.5	28.85	30.01	тренинг	тренинг	тест
3	6	16	110.4	52.2	51.12	52.86	тренинг	тренинг	тренинг
3	8	10	51.7	48.2	18.94	19.37	тренинг	тренинг	тренинг
3	8	12	70.3	50.3	29.17	27.12	тренинг	тренинг	тренинг
3	8	16	125.0	53.7	50.91	51.95	тренинг	тренинг	тренинг
3	10	10	52.0	50.2	19.74	19.28	тест	тренинг	тренинг
3	10	12	71.3	54.1	30.01	26.74	тренинг	тренинг	тренинг
3	10	16	124.7	84.9	54.12	51.08	тренинг	тренинг	тренинг
3	12	10	51.0	50.9	20.49	20.61	тренинг	тренинг	тренинг
3	12	12	71.1	71.2	29.17	29.89	тренинг	тренинг	тренинг
3	12	16	125.9	100	53.01	55.12	тренинг	тренинг	тренинг
5	2	10	32.9	7.6	19.14	20.34	тренинг	тренинг	тренинг
5	2	12	36.7	9.8	22.84	24.73	тренинг	тренинг	тест
5	2	16	40.8	13.1	48.13	49.75	тренинг	тренинг	тренинг
5	4	10	49.0	22.8	18.73	18.09	тренинг	тренинг	тренинг
5	4	12	59.9	37.1	27.13	26.69	тренинг	тест	тренинг
5	4	16	84.7	40	48.00	48.92	тренинг	тренинг	тренинг
5	6	10	51.0	44.6	20.14	18.43	тренинг	тренинг	тренинг
5	6	12	69.9	49.1	28.73	28.71	тренинг	тест	тренинг
5	6	16	120.0	50.1	50.14	51.42	тренинг	тренинг	тренинг
5	8	10	50.9	54.1	20.23	20.74	тренинг	тренинг	тренинг
5	8	12	70.3	63.7	29.14	29.63	тренинг	тренинг	тест
5	8	16	126.1	68.2	52.18	53.74	тест	тренинг	тренинг
5	10	10	51.7	53	21.73	20.38	тренинг	тренинг	тест
5	10	12	71.0	71.3	30.16	33.32	тренинг	тренинг	тренинг
5	10	16	125.4	102.1	54.14	52.94	тест	тренинг	тренинг
5	12	10	52.0	51.3	20.96	21.29	тренинг	тренинг	тренинг
5	12	12	72.3	73.6	30.10	29.98	тест	тест	тренинг
5	12	16	124.9	104.2	54.40	54.52	тренинг	тренинг	тренинг

Процес тренирања неуронских мрежа обухвата усвајање оптималних вредности тежинских коефицијената и при томе је за све улазне податке извршено израчунавање носивости анкера. Тако израчунате вредности коришћене су за упоређивање са стварно добијеним

експерименталним вредностима. Упоредивање низова експерименталних резултата и израчунатих у неуронској мрежи вршено је рачунањем корена средњег квадратног одступања. За добијену минималну вредност усвојени су тежински коефицијенти и тиме је дефинисана неуронска мрежа.

Израчунате вредности корена средњег квадратног одступања тренирања неуронске мреже означавају се са  $U_{\text{rmse},x}$ , где  $X$  представља проценат коришћених резултата из базе података. За сваку од 10 разматраних неуронских мрежа урађено је тренирање како је наведено са три скупа података и добијене су вредности  $U_{\text{rmse},90}$ ,  $U_{\text{rmse},85}$ , и  $U_{\text{rmse},80}$ .

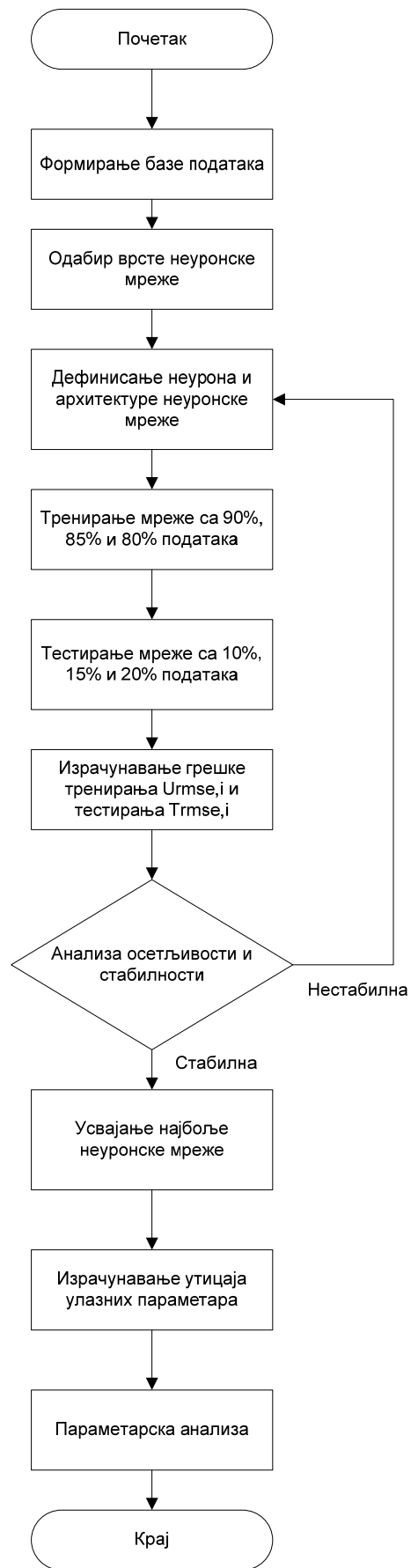
Што је добијена вредност корена средњег квадратног одступања мања то значи да резултати добијени неуронским мрежама мање одступају од експерименталних вредности. Циљ је да се анализира и одреди архитектура неуронске мреже, тако да нема значајних одступања у добијеним вредностима корена средњег квадратног одступања за три скупа података.

Након тренирања неуронске мреже усвојене су вредности тежинских коефицијената и могуће је на основу улазних података добити излазне податке. Због тога је било неопходно извршити тестирање на скупу преосталих података. Неуронска мрежа је после тренирања била у стању да израчуна излазни податак на основу улазних података. Као и код процеса тренирања израчунате су вредности корена средњег квадратног одступања резултата добијених неуронским мрежама и добијених резултата испитивања на експерименту.

Израчунате вредности корена средњег квадратног одступања тестирања неуронске мреже означена су са  $T_{\text{rmse},y}$ , где  $Y$  представља проценат коришћених резултата из базе података. За сваку од 10 разматраних неуронских мрежа урађено је тестирање са преосталим подацима после тренирања неуронске мреже. Према томе после сваког тренирања и рачунања  $U_{\text{rmse},x}$  израчунате су вредности  $T_{\text{rmse},10}$ ,  $T_{\text{rmse},15}$ , и  $T_{\text{rmse},20}$ .

Пошто су израчунате вредности за  $U_{\text{rmse},x}$  и одговарајуће вредности за  $T_{\text{rmse},y}$  извршена је оцена добијених резултата. Уколико су резултати корена средњег квадратног одступања показивали нестабилност - осетљивост неуронске мреже резултати тестирања нису били разматрани и таква неуронска мрежа је одбацивана. У случају да је тренирање потврдило да је неуронска мрежа стабилна и није осетљива, посматрани су резултати корена средњег квадратног одступања на тестирању. Тек након задовољавајућих резултата и на тренирању и на тестирању неуронске мреже, усвојена је неуронска мрежа као адекватна. Сви резултати су приказивани у облику дијаграма како би се лакше усвојила најбоља неуронска мрежа.

Комплетан поступак одређивања адекватне неуронске мреже приказан је у облику алгоритма на слици 8.11 ради лакшег сагледавања комплетног поступка.



Слика 8.11 - Поступак усвајања неуронске мреже

Комплетан поступак је урађен посебно за претходно уграђене и накнадно уграђене анкере по врстама испитивања. Обрада неуронским мрежама је рађена посебно због две различите врсте анкера. Увођење врсте анкера у неуронске мреже је могуће али је за добијање поузданих резултата потребна већа база података. Ради тога је усвојено да се анализа неуронским мрежама врши посебно за претходно уграђене и накнадно уграђене анкере.

Раздвајање анализе по врсти испитивања (извлачење и смицање) је природна ствар јер је приступ потпуно другачији као и резултати испитивања.

Према свему усвојено је да се одреде укупно 4 неуронске мреже које би се даље могле користити у параметарској анализи и одређивању утицаја параметара на носивост анкера како на извлачење тако и на смицање.

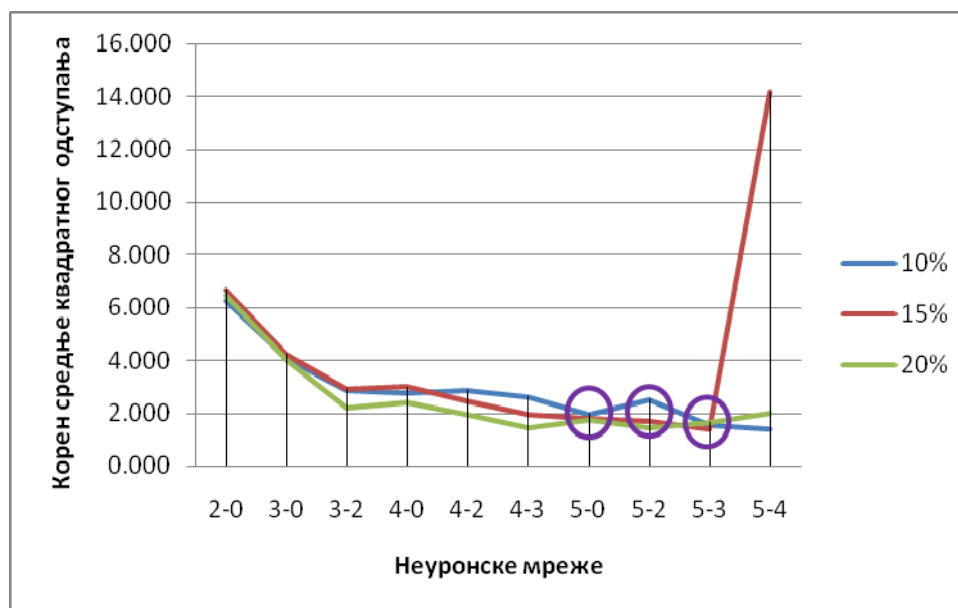
### 8.3.1 Претходно уграђени анкери испитани на извлачење

У табели 8.10 дате су вредности израчунате вредности корена средњег квадратног одступања за све разматране неуронске мреже укупно 30 тренирања истих.

Табела 8.10 Резултати корена средњег квадратног одступања на тренирању мрежа

Неуронска мрежа	$U_{rmse,90}$	$U_{rmse,85}$	$U_{rmse,80}$	$U_{rmse}$
3-2-1	6.271	6.671	6.472	6.471
3-3-1	4.064	4.233	4.050	4.116
3-3-2-1	2.843	2.920	2.209	2.657
3-4-1	2.748	2.999	2.420	2.722
3-4-2-1	2.859	2.455	1.960	2.425
3-4-3-1	2.636	1.952	1.456	2.015
3-5-1	1.964	1.779	1.714	1.819
3-5-2-1	2.498	1.720	1.434	1.884
3-5-3-1	1.566	1.396	1.639	1.534
3-5-4-1	1.396	14.170	1.996	5.854

На основу резултата приказаних у табели 8.10 ради лакшег сагледавања добијених резултата формиран је дијаграм на коме су много лакше сагледани добијени резултати. На основу дијаграма са слике 8.12 донет је закључак о томе која мрежа је стабилна у току тренирања, а која не, као и која од њих је дала најбоље резултате.



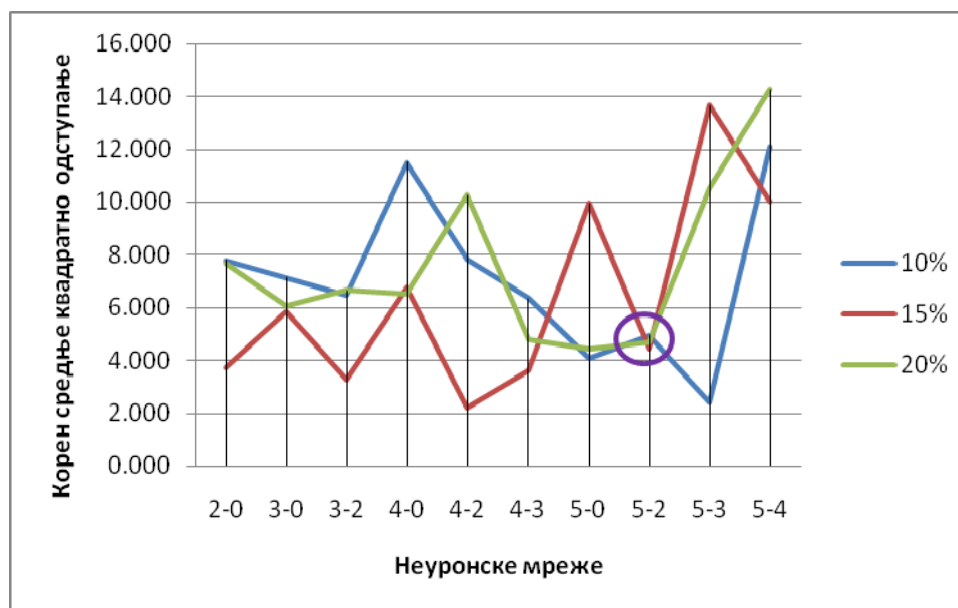
Слика 8.12 - Дијаграм резултата тренирања неуронских мрежа

Приликом тренирања неуронских мрежа показало се да само неуронска мрежа 3-5-4-1 није стабилна, односно била је осетљива на промену броја коришћених резултата. Тестирање неуронских мрежа је урађено како би се потврдили добијени закључци приликом тренирања неуронских мрежа.

У табели 8.11 приказани су резултати тестирања неуронских мрежа са преосталим експериментаним резултатима који нису коришћени током тренирања мрежа.

Табела 8.11 Резултати корена средњег квадратног одступања на тестирању мрежа

Неуронска мрежа	$T_{rmse,10}$	$T_{rmse,15}$	$T_{rmse,20}$	$T_{rmse}$
3-2-1	7.784	3.732	7.665	6.393
3-3-1	7.130	5.853	6.051	6.345
3-3-2-1	6.447	3.255	6.630	5.444
3-4-1	11.51	6.760	6.506	8.259
3-4-2-1	7.862	2.198	10.23	6.763
3-4-3-1	6.353	3.625	4.755	4.911
3-5-1	4.071	9.952	4.404	6.142
3-5-2-1	4.966	4.435	4.655	4.686
3-5-3-1	2.407	13.66	10.52	8.863
3-5-4-1	12.10	10.00	14.27	12.123



Слика 8.13 - Дијаграм резултата тестирања неуронских мрежа

Приликом тренирања неуронских мрежа најбоље резултате имале су мреже са ознакама 3-5-1 и 3-5-3-1, али су приликом тестирања показале знатно лошије резултате. Укупно гледано на тренирању и тестирању најбоље резултате дала је неуронска мрежа са ознаком 3-5-2-1. Неуронска мрежа ознаке 3-5-2-1 усвојена је за даљу обраду у параметарској анализи претходно уграђених анкера испитаних на излачење - чупање.

### 8.3.2 Накнадно уграђени анкери испитани на извлачење

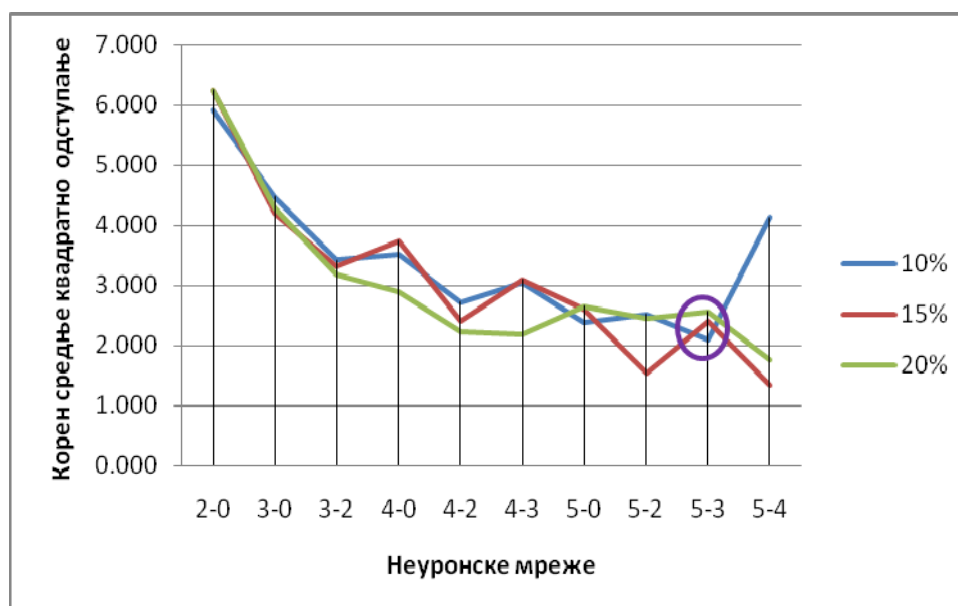
У табели 8.12 дате су вредности израчунате вредности корена средњег квадратног одступања за све разматране неуронске мреже укупно 30 тренирања истих.

Табела 8.12 Резултати корена средњег квадратног одступања на тренирању мрежа

Неуронска мрежа	$U_{rmse,90}$	$U_{rmse,85}$	$U_{rmse,80}$	$U_{rmse}$
3-2-1	5.904	6.256	6.240	6.133
3-3-1	4.471	4.216	4.299	4.329
3-3-2-1	3.425	3.313	3.192	3.310
3-4-1	3.499	3.743	2.901	3.381
3-4-2-1	2.719	2.419	2.225	2.454
3-4-3-1	3.043	3.103	2.182	2.776
3-5-1	2.383	2.617	2.655	2.552
3-5-2-1	2.519	1.540	2.452	2.171
3-5-3-1	2.088	2.407	2.570	2.355
3-5-4-1	4.125	1.342	1.768	2.412

На основу резултата приказаних у табели 8.12 ради лакшег сагледавања добијених резултата формиран је дијаграм на коме су много лакше сагледани добијени резултати. На основу

дијаграма са слике 8.14 донет је закључак о томе која мрежа је стабилна у току тренирања, а која не, као и која од њих је дала најбоље резултате.



Слика 8.14 - Дијаграм резултата тренирања неуронских мрежа

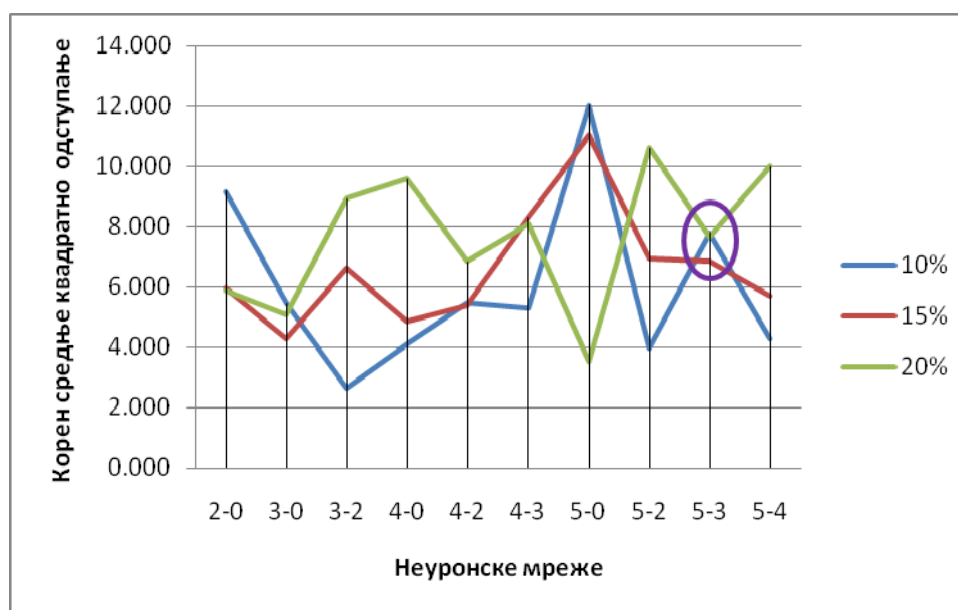
Тестирање неуронских мрежа је урађено како би се потврдили добијени закључци приликом тренирања неуронских мрежа.

У табели 8.13 приказани су резултати тестирања неуронских мрежа са преосталим експериментаним резултатима који нису коришћени током тренирања мрежа.

Табела 8.13 Резултати корена средњег квадратног одступања на тестирању мрежа

Неуронска мрежа	$T_{rmse,10}$	$T_{rmse,15}$	$T_{rmse,20}$	$\overline{T_{rmse}}$
3-2-1	9.165	5.971	5.874	7.003
3-3-1	5.458	4.284	5.090	4.944
3-3-2-1	2.635	6.649	8.906	6.063
3-4-1	4.102	4.851	9.595	6.182
3-4-2-1	5.485	5.391	6.841	5.906
3-4-3-1	5.322	8.314	8.095	7.244
3-5-1	12.008	11.048	3.519	8.858
3-5-2-1	3.966	6.975	10.612	7.184
3-5-3-1	7.799	6.844	7.622	7.421
3-5-4-1	4.266	5.718	9.978	6.654





Слика 8.14 - Дијаграм резултата тестирања неуронских мрежа

Код резултата испитивања накнадно уграђених анкера на извлачење неуронске мреже су приликом тренирања показале извесну нестабилност односно осетљивост на избор резултата. Неуронске мреже 3-5-1 и 3-5-3-1 су биле најбољи избор на основу резултата тренирања. Урађена су тестирања свих мрежа како би се потврдили резултати добијени приликом тренирања. На тестирању су све мреже показале нестабилност и осетљивост на избор резултата осим неуронске мреже 3-5-3-1. Сагледавајући резултате тренирања и тестирања изабрана је као најбоља неуронска мрежа 3-5-3-1 за даљу параметарску анализу.

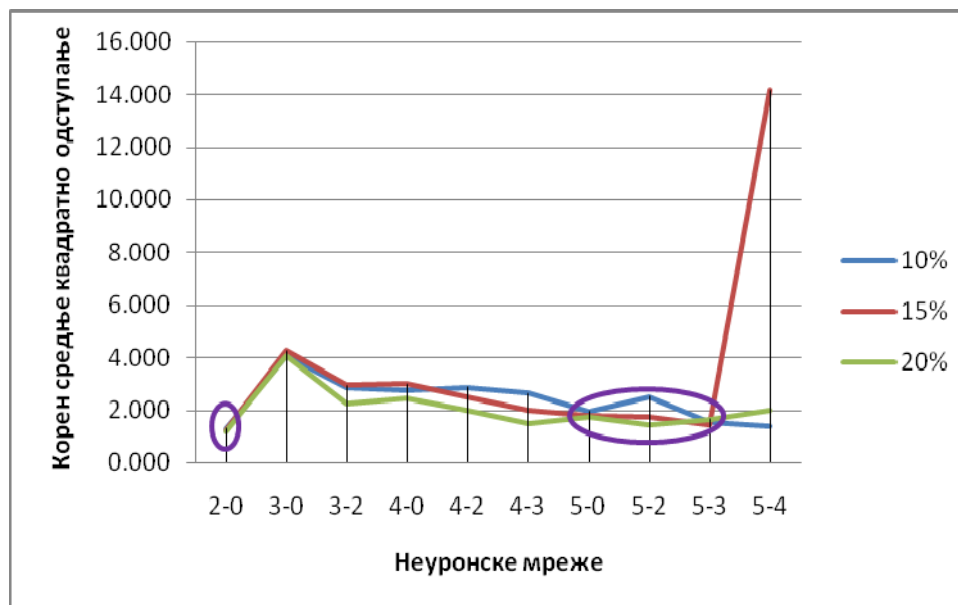
### 8.3.3 Претходно уграђени анкери испитани на смицање

Након завршене обраде неуронским мрежама резултата добијених испитивањем на извлачење анкера приступило се обради резултата добијених испитивањем на смицање. У табели 8.14 дати су резултати тренирања неуронских мрежа кроз корен средњег квадратног одступања за све мреже.

Табела 8.14 Резултати корена средњег квадратног одступања на тренирању мрежа

Неуронска мрежа	$U_{rmse,90}$	$U_{rmse,85}$	$U_{rmse,80}$	$U_{rmse}$
3-2-1	1.300	1.209	1.173	1.227
3-3-1	4.064	4.233	4.050	4.116
3-3-2-1	2.843	2.920	2.209	2.657
3-4-1	2.748	2.999	2.420	2.722
3-4-2-1	2.859	2.455	1.960	2.425
3-4-3-1	2.636	1.952	1.456	2.015
3-5-1	1.964	1.779	1.714	1.819
3-5-2-1	2.498	1.720	1.434	1.884
3-5-3-1	1.566	1.396	1.639	1.534
3-5-4-1	1.396	14.170	1.996	5.854

Да би се лакше сагледали резултати као и у претходним случајевима формиран је дијаграм са свим резултатима приказан на слици 8.15.

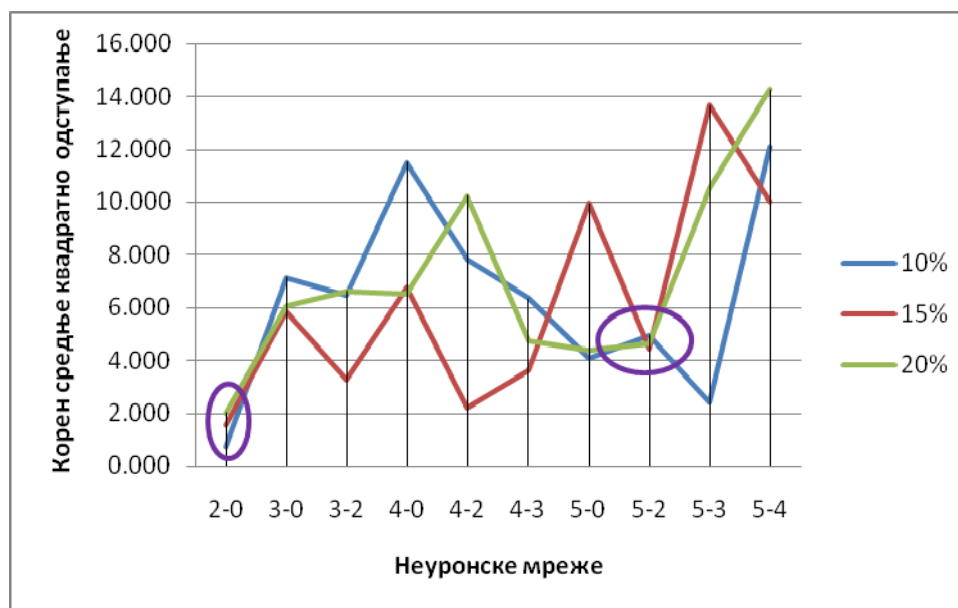


Слика 8.15 - Дијаграм резултата тренирања неуронских мрежа

Приликом тренирања неуронских мрежа са резултатима испитивања на смицање претходно уграђених анкера утврђено је да су мреже 3-2-1, 3-5-1, 3-5-2-1 и 3-5-3-1 имале веома стабилно понашање и малу осетљивост на промене коришћених резултата. Такође, најмањи корен средњег квадратног одступања имала је већ прво разматрана неуронска мрежа 3-2-1 која има свега 2 неурона у једном скривеном слоју. Потом се приступило тестирању свих разматраних неуронских мрежа. Резултати тестирања неуронских мрежа приказани су у табели 8.15.

Табела 8.15 Резултати корена средњег квадратног одступања на тестирању мрежа

Неуронска мрежа	$T_{rmse,10}$	$T_{rmse,15}$	$T_{rmse,20}$	$\overline{T_{rmse}}$
3-2-1	0.737	1.531	2.013	1.427
3-3-1	7.130	5.853	6.051	6.345
3-3-2-1	6.447	3.255	6.630	5.444
3-4-1	11.51	6.76	6.51	8.259
3-4-2-1	7.862	2.198	10.227	6.763
3-4-3-1	6.353	3.625	4.755	4.911
3-5-1	4.071	9.952	4.404	6.142
3-5-2-1	4.966	4.435	4.655	4.686
3-5-3-1	2.407	13.665	10.519	8.863
3-5-4-1	12.10	10.00	14.27	12.123



Слика 8.16 - Дијаграм резултата тестирања неуронских мрежа

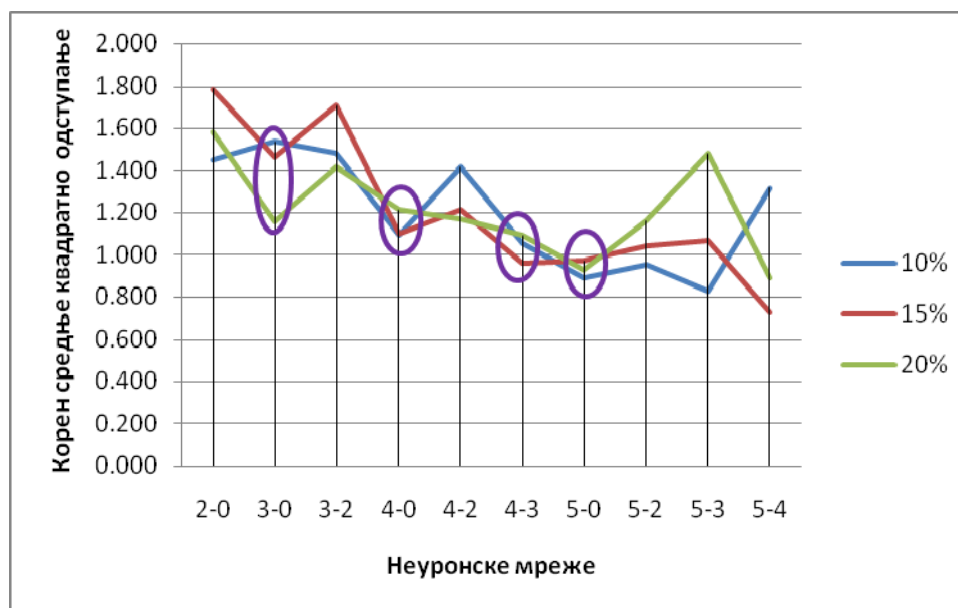
Након прегледа добијених резултата тестирања неуронских мрежа утврђено је да су мреже 3-2-1 и 3-5-2-1 показале и даље стабилно понашање са малом осетљивошћу на избор резултата. Мрежа 3-2-1 показала се као најбоља јер је осетљивост ове мреже била далеко мања и од неуронске мреже 3-5-2-1. Неуронска мрежа 3-2-1 је изабрана за даљу параметарску анализу носивости претходно уграђених анкера на смицање.

### 8.3.4 Накнадно уграђени анкери испитани на смицање

На крају су обрађивани резултати испитивања на смицање анкера накнадно уграђених у бетон веома високих чврстоћа. Као и претходним обрадама примењене су исте неуронске мреже. Резултати обраде тренирања неуронских мрежа путем корена средњег квадратног одступања дати су у табели 8.16. На слици 8.17 дат је дијаграм са добијеним резултатима ради боље прегледности.

Табела 8.16 Резултати корена средњег квадратног одступања на тренирању мрежа

Неуронска мрежа	$U_{rmse,90}$	$U_{rmse,85}$	$U_{rmse,80}$	$U_{rmse}$
3-2-1	1.450	1.786	1.580	1.605
3-3-1	1.536	1.461	1.156	1.384
3-3-2-1	1.478	1.708	1.415	1.534
3-4-1	1.092	1.099	1.212	1.134
3-4-2-1	1.414	1.214	1.169	1.266
3-4-3-1	1.051	0.958	1.089	1.033
3-5-1	0.891	0.971	0.930	0.931
3-5-2-1	0.950	1.045	1.161	1.052
3-5-3-1	0.826	1.069	1.478	1.124
3-5-4-1	1.316	0.725	0.889	0.977



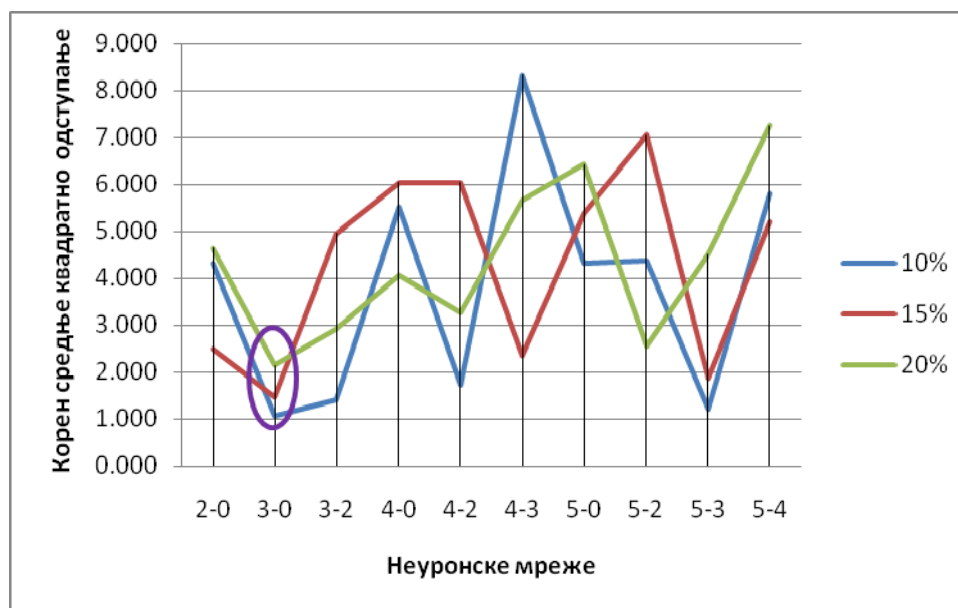
Слика 8.17 - Дијаграм резултата тренирања неуронских мрежа

Резултати тренирања свих неуронских мрежа били су веома добри. Неке од мрежа су имале нешто већу нестабилност односно већу осетљивост. Ипак, добијене вредности за све разматране неуронске мреже су биле у прихватљивим границама и било је потребно да се ураде тестирања како би се могла донети одлука о усвајању неуронске мреже за параметраску анализу.

У табели 8.17 дати су сви резултати добијени на тестирању неуронских мрежа, а на дијаграму са слике 8.18 приказани су резултати ради боље прегледности и доношења одлуке.

Табела 8.17 Резултати корена средњег квадратног одступања на тестирању мрежа

Неуронска мрежа	$T_{rmse,10}$	$T_{rmse,15}$	$T_{rmse,20}$	$\overline{T_{rmse}}$
3-2-1	4.310	2.485	4.634	3.809
3-3-1	1.068	1.468	2.146	1.561
3-3-2-1	1.396	4.961	2.907	3.088
3-4-1	5.53	6.04	4.07	5.213
3-4-2-1	1.712	6.034	3.268	3.671
3-4-3-1	8.320	2.366	5.664	5.450
3-5-1	4.330	5.380	6.417	5.376
3-5-2-1	4.378	7.060	2.536	4.658
3-5-3-1	1.214	1.861	4.503	2.526
3-5-4-1	5.82	5.22	7.26	6.098



**Слика 8.18** - Дијаграм резултата тестирања неуронских мрежа

Након извршених тестирања неуронске мреже су показале извесне нестабилности. Од 10 разматраних неуронских мрежа једино је неуронска мрежа 3-3-1 била стабилна на тестирању. Самим тим и поред веома добрих резултата на тренирању свих мрежа једина неуронска мрежа која је могла бити изабрана је 3-3-1. После извршеног одабира неуронске мреже могло се приступити параметарској анализи.

### 8.3.5 Параметарска анализа неуронским мрежама

Након усвајања најбоље четири неуронске мреже за сваку базу података приступило се параметарској анализи. Анализа неуронским мрежама захтева посебан приступ за параметарску анализу. Поступак се састојао у томе да се за сваки појединачан експериментални податак фиксирана два улазна податка док је трећи мењан и израчуната је вредност у усвојеној неуронској мрежи. Тако је за сваку базу података рачунато:

- када је вариран проценат влакана добијено је 72x4 укупно 288 података
- када је варирана величина анкера добијено је 72x3 укупно 216 података
- када је варирана дубина анкеровања добијено је 72x6 укупно 432 податка

Након тога за сваки случај израчуната је максимална разлика из добијених података означена са  $\Delta_i$  где је  $i$  један од улазних параметара. Израчунавање вредности  $\Delta_i$ - утицаја параметра добијено је коришћењем обрасца 1:

$$U_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3} [\%] \quad [1]$$

Параметарском анализом резултата испитивања на извлачење претходно уграђених анкера усвојеном неуронском мрежом 3-5-2-1 добијен је следећи утицај параметара:

- дубина анкеровања - сидрења 43,6%
- пречник - величина анкера 40,0%

- количина примењених влакана 16,4%

Параметарском анализом резултата испитивања на извлачење накнадно уграђених анкера усвојеном неуронском мрежом 3-5-3-1 добијен је следећи утицај параметара:

- дубина анкеровања - сидрења 59,1%
- пречник - величина анкера 21,0%
- количина примењених влакана 19,9%

Разматрани резултати испитивања на смицање претходно уграђених анкера усвојеном неуронском мрежом 3-2-1 дали су следећи утицај разматраних параметара:

- дубина анкеровања - сидрења 16,8%
- пречник - величина анкера 77,4%
- количина примењених влакана 5,8%

Код параметарске анализе резултата испитивања на смицање накнадно уграђених анкера неуронском мрежом 3-3-1 добијени су следећи утицаји разматраних параметара:

- дубина анкеровања - сидрења 14,2%
- пречник - величина анкера 77,8%
- количина примењених влакана 8,0%

Из приказаних резултата параметарске анализе јасно се види да је највећи утицај на носивост обе врсте анкера има величина анкера. Носивост анкера на смицање у мањој мери зависи и од дубине сидрења. Најмањи утицај на носивост анкера на смицање има примењена количина влакана у бетону веома високих чврстоћа.

Параметарска анализа носивости анкера на извлачење - чупање неуронским мрежама је нешто сложенија. Утицај параметара није исти са обе врсте анкера. Код претходно уграђених анкера два параметра доминирају са својим утицајем и то дубина анкеровања - сидрења и пречник - величина анкера. Количина влакана у бетону веома високих чврстоћа се не може занемарити али је утицај тог параметра знатно мањи од два претходно разматрана.

Код накнадно уграђених анкера ситуација је нешто другачија јер је доминантан утицај параметра дубина анкеровања - сидрења. Пречник - величина анкера и количина примењених влакана су на приближно истом нивоу утицаја на носивост анкера на извлачење. Чињеница да се утицаји параметара за претходно уграђене и накнадно уграђене анкере разликују потврђује претпоставку да је поред поделе на врсту носивости било неопходно поделу вршити и према врсти анкера.

## 8.4 Компаративна анализа резултата добијених факторијалним експериментом и неуронским мрежама

У овом поглављу урађена је анализа добијених резултата. Циљ дискусије и анализе је био да се упореде закључци оба приступа. Након тога је могуће извести јасне закључке.

Резултати на претходно угређеним анкерим испитивани на извлачење то јест чупање приликом обраде били су слични. Оба приступа су показала да фактори дубине анкеровања и величина анкера имају доминантан утицај на носивост анкера на извлачење - чупање. Није утврђена значајна разлика између добијених утицаја за наведене параметре. Утицај фактора количине примењених влакана у бетону на носивост анкера на чупање је различит јер је факторијалном анализом добијено да је 8,16% док је неуронским мрежама проценат знатно већи и износи 16,4%. Разлика се може објаснити и чињеницом да се факторијалном анализом узима у обзир и израчунава комбиновани утицај фактора.

Резултати накнадно уграђени - хемијски анкери испитивани на извлачење - чупање при обради генерално су сагласни. Доминантан утицај у оба приступа је дубина анкеровања - сидрења износио је 68.2% факторијалном анализом и 59.1% неуронским мрежама. Значајна разлика настаје код фактора пречника - величине анкера и количине примењених влакана. За фактор пречник анкера факторијалном анализом добијен је утицај 12.21% док је неуронским мрежама утврђен утицај 21.0%. Слична ситуација је и са количином влакана у бетону где је факторијална анализа показала утицај 10.21%, док је применом неуронских мрежа добијена вредност утицаја 19.9%. Без обзира на примењени приступ, није могуће код хемијских анкера занемарити нити један фактор.

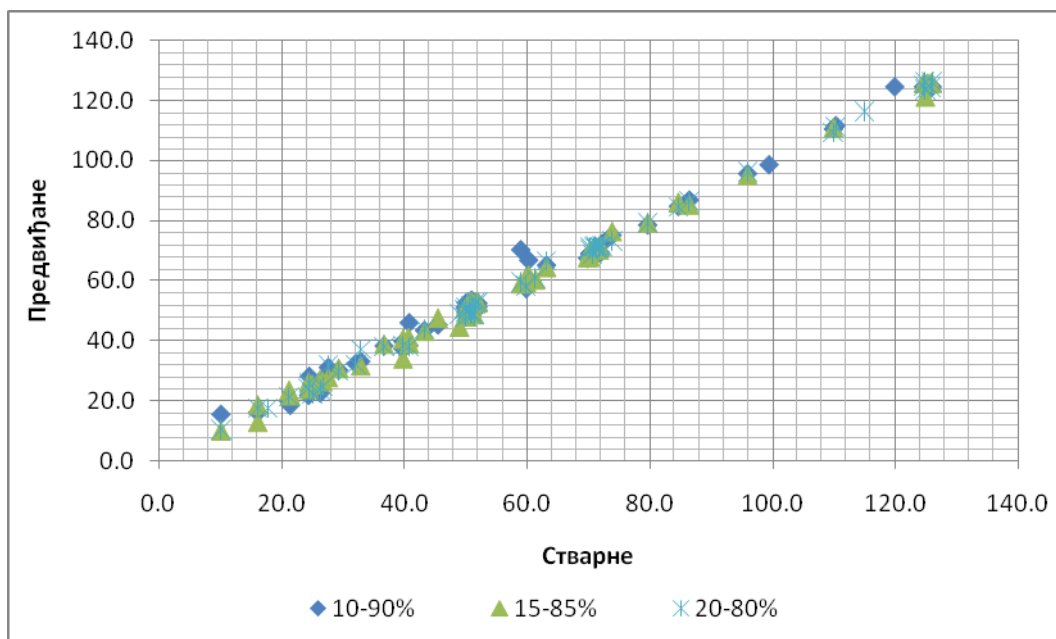
Обрадом резултата претходно уграђених анкера испитиваних на смицање добијени су значајно различити резултати зависно од примењене технике обраде. Доминантан утицај у оба приступа је пречник - величина анкера. Добијени утицаји су 94% када је обрада вршена факторијалном анализом, и 77.4% када су коришћене неуронске мреже. Факторијалном анализом утицај осталих параметара као и комбинације параметара је занемарљив док је приступ неуронским мрежама показао нешто већи утицај дубине анкеровања на носивост анкера при смицању. Разматрајући добијене резултате може се закључити да су се резултати обраде неуронским мрежама реалније показали него резултати обраде факторијалном анализом.

Такође, код накнадно уграђених анкера испитаних на смицање резултати обраде знатно се разликују зависно од приступа. Слично као и код претходно уграђених анкера доминантан утицај са 93.4% факторијалном анализом и 77.8% неуронским мрежама је величина - пречник анкера. Код факторијалне анализе остали фактори се могу занемарити јер њихов утицај није већи од 2.1% за дубину анкеровања и остатак се расподељује на остале факторе или комбинације фактора. Неуронским мрежама добијен је утицај дубине анкеровања - сидрења од 14.2% и количине влакана од 8%. Разматрајући добијене резултате види се добијена разлика у два приступа.

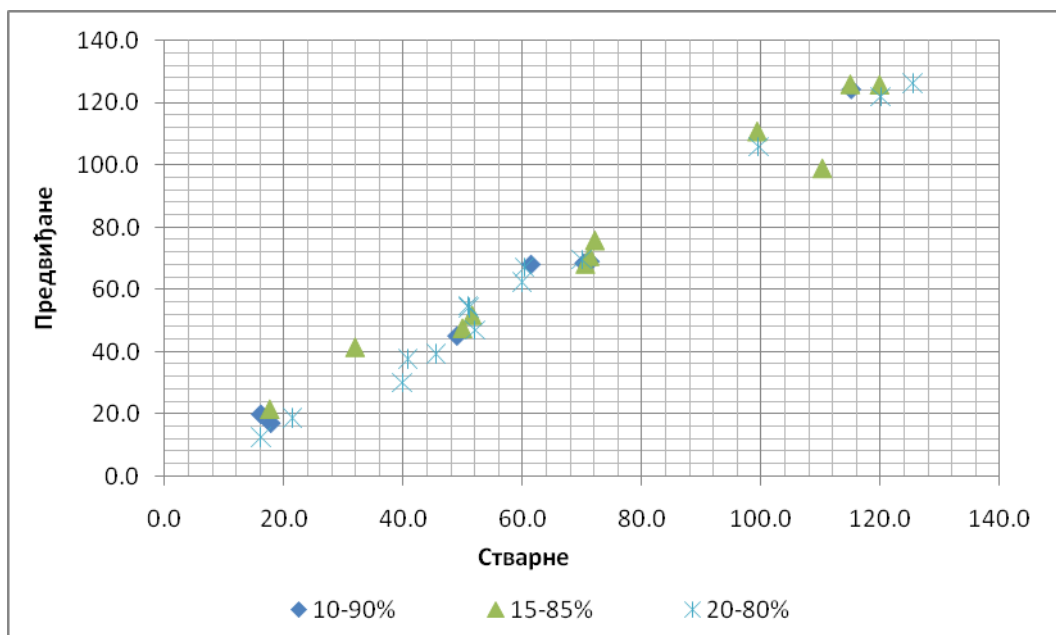
Може се закључити да оба приступа дају релативно сличне резултате обраде када су у питању резултати испитивања на извлачење - чупање анкера. Код резултата испитивања анкера на

смицање треба бити веома опрезан, јер добијени резултати обраде у многоне зависе од примењеног приступа.

Приликом одабира приступа за обраду података треба имати на уму шта су крајни циљеви. Неуронске мреже омогућавају да се након тренирања и даље користе и да се проширивањем базе података повећава њихова прецизност. На следећим дијаграмима приказани су добијени резултати у облику дијаграма стварне - предвиђане вредност како при тренирању тако и на тестирању усвојених неуронских мрежа за све четири групе које су анализирание.

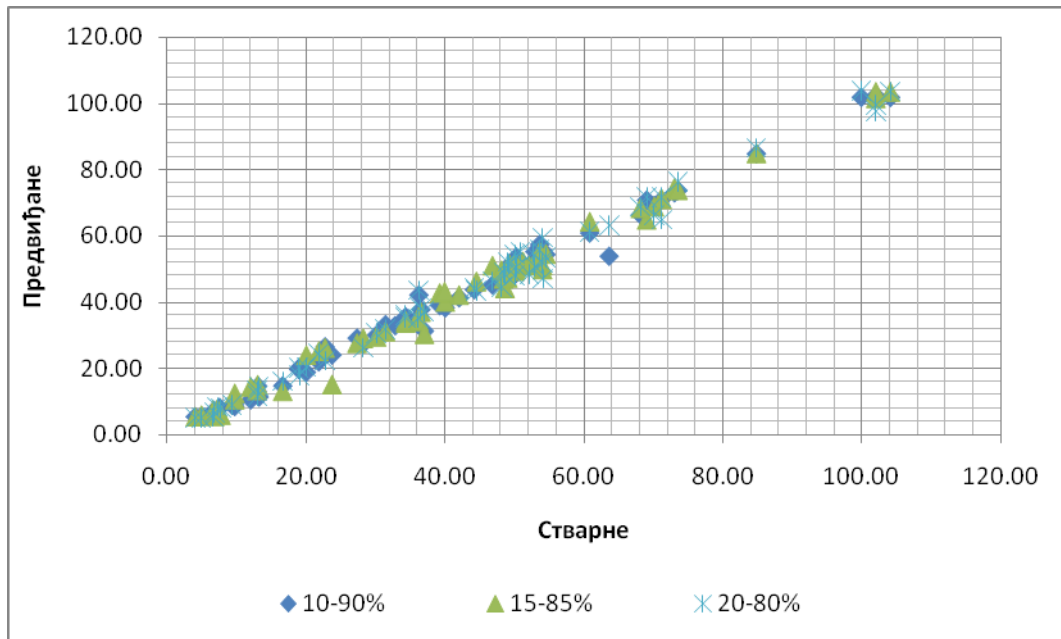


Претходно уграђени анкери на извлачење - тренирање

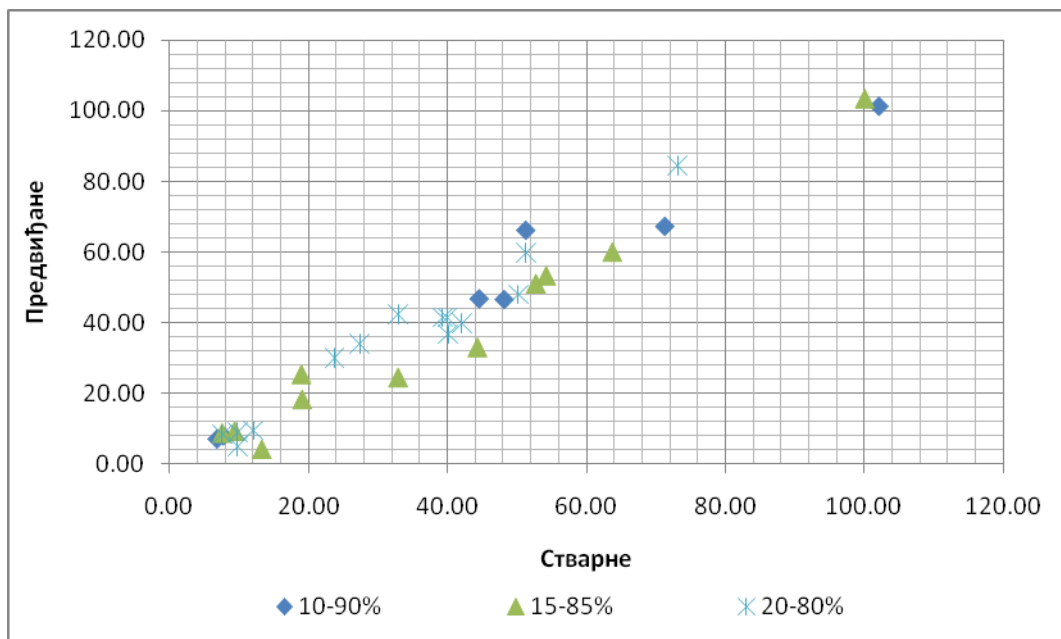


Претходно уграђени анкери на извлачење - тестирање

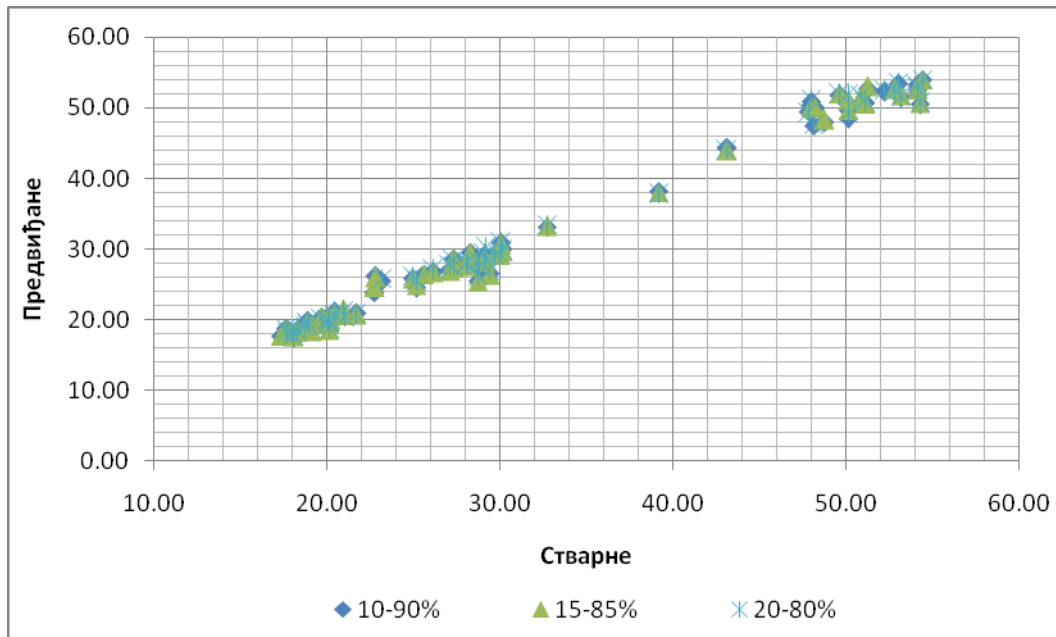




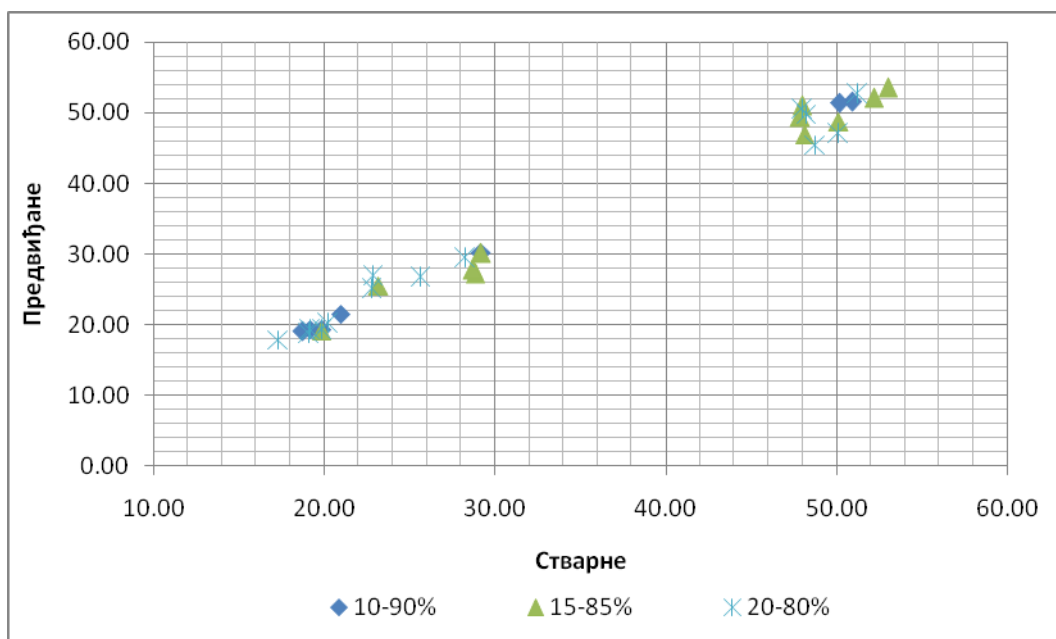
Накнадно уграђени анкери на извлачење - тренирање



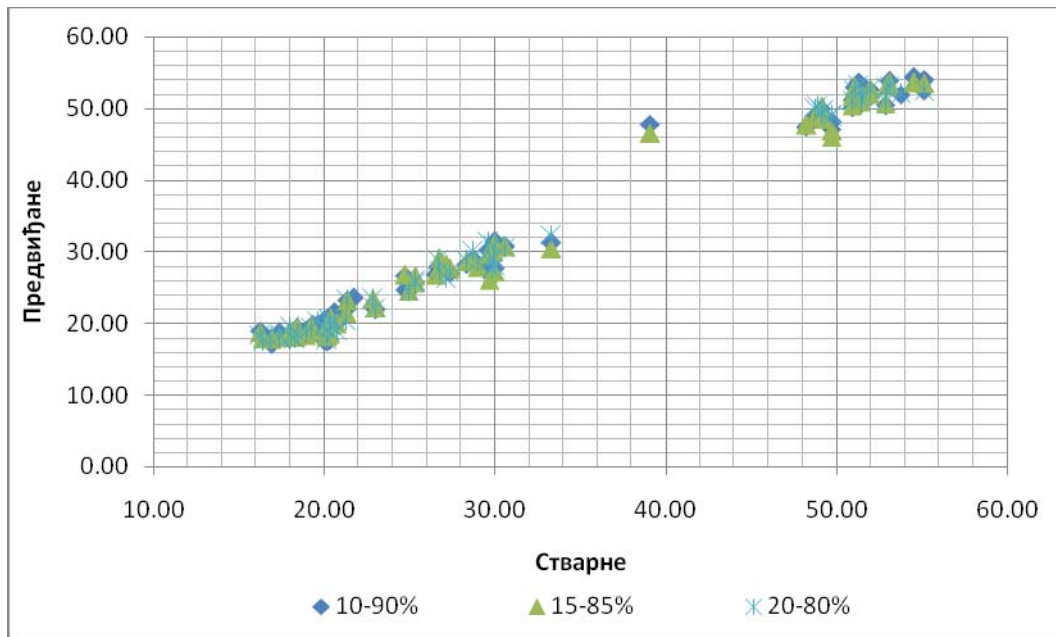
Накнадно уграђени анкери на извлачење - тестирање



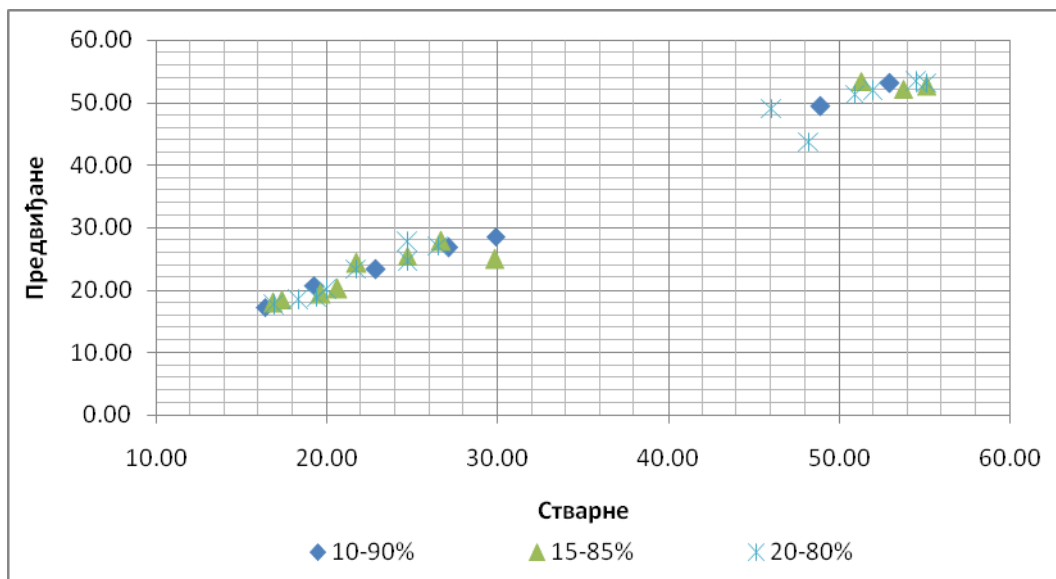
Претходно уграђени анкери на смицање - тренирање



Претходно уграђени анкери на смицање - тестирање



Накнадно уграђени анкери на смицање - тренирање



Претходно уграђени анкери на смицање - тестирање

---

## IX Закључци и правци даљих истраживања

---

## 9.1 Закључци

Пре општих закључака произишлих као практична потврда постављених хипотеза наведен је низ општих закључака добијених током анализе и обраде резултата експерименталног истраживања.

Производња бетона веома високих чврстоћа је сложен процес који се може обављати једино у специјализованим погонима за производњу. У лабораторијским условима са конвенционалним мешалицама процес добијања бетона веома високих чврстоћа је сложен. Потребно је веома дуго мешање које се спроводи по тачно дефинисаном редоследу. У дисертацији је приказан поступак пројектовања састава свежег бетона који је потврђен кроз спроведено експериментално истраживање. Утицај количине примењених влакана на карактеристике свежег бетона је од великог значаја и мора се разматрати почевши од фазе пројектовања састава свежег бетона.

Чврстоћа при притиску бетона веома високих чврстоћа зависи у мањој мери од количине примењених влакана. Највећи допринос на чврстоћу при притиску уочен је између бетона без челичних влакана и бетона са 1% влакана. Даље повећање количине примењених влакана у бетону веома високих чврстоћа је од мањег утицаја на чврстоћу при притиску. Такође, установљено је да на резултате чврстоће при притиску значајно утиче и величина узорка на коме се врши испитивање. Разлике које се могу добити су значајне. Установљено је да разлика у испитивању чврстоће при притиску на призмама 4x4x16cm и цилиндрима 15/30cm може износити и до 40%. Стога је веома битно да се пре било каквог разматрања чврстоће при притиску усагласи врста и величина узорка за испитивање бетона веома високих чврстоћа.

Чврстоћа при савијању бетона веома високих чврстоћа зависи значајно од количине примењених влакана. Чврстоћа при савијању такође зависи од величине узорка на коме се врши испитивање. У експерименталном истраживању коришћене су призме 4x4x16cm и 10x10x40cm. Установљена је линеарна функционална зависност између чврстоће при савијању и количине примењених челичних влакана. Дефинисане су две функционалне зависности због величине примењиваних узорака и већ поменутог ефекта величине. За призматичне узорке 4x4x16cm добијена је функционална зависност  $y = 3.125 * x + 14.05$ , где је  $y$  чврстоћа при савијању, и  $x$  количина примењених влакана у бетону. Квадрат коефицијента корелације износио је 0.955 што је веома висок ниво корелације. За призматичне узорке 10x10x40cm добијена је функционална зависност  $y = 2.225x + 11.32$ , са квадратом коефицијента корелације 0.970. Као и код мањих узорака добијен је веома висок степен корелације. Функционална зависност је разматрана само за бетоне веома високих чврстоћа са влакнима. Ипак, колико је значајна примена влакана у бетону веома високих чврстоћа најбоље говори чињеница да је добијено повећање чврстоће при савијању бетона без влакана и бетона са 1% примењених влакана око 50%. Даље повећање примене влакана у бетону веома високих чврстоћа неће довести по значајних повећања чврстоће при савијању. Добијени експериментални резултати показали су повећање чврстоће при савијању од 20 до 30% зависно од величине испитиваног узорка.

Утицај примењене количине влакана у бетону на модул елсатичности је практично занемарљив. Резултати су показали да је повећање модула еластичности од свега 3% ако се пореде бетони са 1% и 5% влакана.

У анализи носивости анкера на извлачење и смицање зависно од количине примењених челичних влакана у бетону веома високих чврстоћа закључено је да се са повећањем дубине анкеровања без обзира на величину анкера смањује утицај количине примењених влакана у бетону веома високих чврстоћа. На основу тога може се препоручити за практичну примену у инжењерској пракси да је рационално користити већу количину влакана у бетону веома високих чврстоћа уколико се предвиђају мање дубине сидрења.

Када је анализирана носивост анкера на затезање, за све примењене количине влакана, зависно од величине анкера код обе врсте анкера установљено је да код мањих и средњих дубина сидрења величина анкера има мањи утицај. Када су дубине анкеровања веће, код свих количина примењених влакана, величина анкера скоро линеарно утиче на повећање носивости анкера на извлачење.

Код испитивања анкера на смицање установљено је да утицај количине влакана у бетонима веома високих чврстоћа нема утицаја. Такође, установљено је да након најмањих дубина сидрења од 2cm повећање дубине сидрења нема утицаја на носивост анкера на смицање. Параметар који је од пресудног значаја за носивост анкера на смицање је величина - пречник анкера. Експериментални подаци показали су да је понашање анкера на смицање исто за претходно и накнадно уграђене анкере. Уколико се разматра носивост анкера на смицање увек је потребно имати на уму да је потребно обезбедити минималну дубину анкеровања. Носивост се може рачунати на основу активног - стварног пресека анкера и чврстоће челика. Овакав прорачун је могућ у случају бетона веома високих чврстоћа са довољном удаљеношћу од ивице бетона.

Након анализе резултата испитивања варирано параметри су додатно обрађени факторијалном анализом и неуронским мрежама. Примењеним методама анализе дефинисан је утицај сваког појединачног параметра на носивост анкера. Генерално узевши, примењене математичко-статистичке методе, колико год биле различите, дале су сличне резултате. Сличност резултата су се посебно истицале код претходно уграђених анкера испитиваних на извлачење - чупање. Када је реч о хемијским, то јест накнадно уграђеним анкерима у бетон веома високих чврстоћа резултати спроведених анализа се разликују. Доминантан утицај на носивост анкера има дубина сидрења када се анализа спроведе факторијалним експериментом, а када се примени анализа неуронским мрежама онда доминантан утицај има пречник анкера.

Резултати испитивања анкера на смицање анализирани са обе методе дали су исте закључке и недвосмислено је доминантан утицајни параметар величина анкера. Разлика се јавила при анализи утицаја осталих варираних параметара. Применом факторијалне анализе остали параметри утичу на носивост анкера на смицање у опегу од 4% до 6%. То би практично значило да се у анализи на смицање остали параметри могу занемарити. Код неуронских мрежа ситуација је нешто другачија. Остали параметри укупно утичу са 20-25% што је значајно различито од првог приступа. Обрада резултата неуронским мрежама показала је да се ипак остали параметри не могу занемарити. Искључивање осталих параметара довело би до веома једноставних анализа које су се у пракси показале као нетачне. Утицај материјала за инсталацију који се користи за уграђивање анкера, као и његов положај у простору мора се узети у обзир. Диспозиција испитивања анкера на смицање може имати утицаја на резултате.

## 9.2 Правци даљег истраживања

Након спроведеног експерименталног истраживања и анализе добијених резултата, као и анализе истраживања других аутора јасно је да у овој областитреба проширити сазнања. Чињеница да се свега неколико аутора у доступној литератури бавило испитивањем анкера на смицање, а нарочито код бетона веома високих чврстоћа, у свету се бави само неколико аутора и то је област коју треба даље истраживати. Пре свега, потребно је установити начин испитивања анкера и решити многе практичне проблеме који се јављају при овој врсти испитивања. Припрема узорака, величина и облик узорка као и начин испитивања су само неки од проблема који треба решити и усагласити између истраживача у овој области. Такође, посебан акценат треба ставити на бетоне високих и веома високих чврстоћа јер је понашање анкера у њима другачије.

Када постоји реална конструкција у којој је потребно испитати носивост анкера било на смицање или извлачење потребно је код бетона веома високих чврстоћа узимајући у обзир добијене силе и неопходну опрему дефинисати тачно положај анкера. Посебно је важно испитати у бетонима веома високих чврстоћа минимална растојања од ивице елемента јер се битно разликују од класичних бетона. Разлика настаје услед значајно већих чврстоћа при притиску и посебно чврстоће при затезању која је у односу на класичне бетоне и до 10-15 пута већа. Елементи и узорци од бетона веома високих чврстоћа су значајно мањи од класичних па су нека стандардна испитивања немогућа.

У оквиру ове дисертације урађено је сопствено експериментално истраживање у лабораторијским условима. У даљим истраживањима требало би извршити испитивања ин-ситу како би се могли упоредити резултати и на тај начин. Неопходно је утврдити утицај величине узорка на добијене резултате. Имајући у виду чињеница да се резултати испитивања бетона веома високих чврстоћа битно разликују зависно од величине испитаног узорка.

## Литература

- [1] Muravljev M., Osnovi teorije i tehnologije betona, Gradjevinska knjiga, Beograd, 1991.
- [2] Neville A.M., Properties of Concrete, fourth edition, Wesley Longman, London, 1996.
- [3] Ograss M., Klug Y., Steel Fibre Reinforced Ultra High Strength Concretes, 3<sup>rd</sup> Leipzig Conference "Innovations in Construction", No.09, 233-243, 2004.
- [4] Muravljev M., Jevtic D., Gradjevinski materijali 2, Gradjevinski fakultet, Beograd, 1999.
- [5] Kumar P., Monteiro P., Concrete Microstructure, Properties and Materials, Department of Civil and Environmental Engineering University of California at Berkeley, McGraw Hill, 3<sup>rd</sup> edition 2006.
- [6] Newman J., Choo B., Advanced Concrete Technology, Elsevier Ltd, Oxford, UK, 2003.
- [7] Bloem D.L. and Gaynor R.D., Effects of aggregate properties on strength of concrete, J. Amer. Concr. Inst., 60, pp 1429-55, 1963.
- [8] Erntroy, H.C. and Shacklock, B.W., Design of high-strength concrete mixes. Cement and Concrete Association. Reprint No 32, pp 55-73 and 163-6 May, 1954.
- [9] Higginson E.C., Wallace G.B. and Ole E.L., Effect of maximum size of aggregate on compressive strength of mass concrete, Symp. On Mass Concrete, Amer. Concr. Inst. Public. No.6, pp. 219-56, 1963.
- [10] Richard P., Cheyrezy M., Composition of reactive powder concrete, Cement and Concrete Research, vol.25(7), 1501-1511, 1995.
- [11] Bjegović D., Štirmer N., Teorija i Tehnologija Betona, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski Fakultet, Zagreb, Hrvatska, 2015.
- [12] Silica fume User's Manual. Federal Highway Administration, U.S. Department of transportation, 183, 2005.
- [13] Xuan, D.X., Shui, Z.H., Wu, S.P., Influence of silica fume on the interfacial bond between aggregate and matrix in near-surface layer of concrete. Construction and Building Materials Vol. 23: 2631-2635, 2009.
- [14] Nili, M., Afroughsabet, V., Combined effect of silica fume and steel fibers on the impact resistance and mechanical properties of concrete. International Journal of Impact Engineering, Vol.37: 879 - 886, 2010.
- [15] Johari, M.A., Brooks, J.J., Kabir, S., Rivard, P., Influence of supplementary cementitious materials on engineering properties of high strength concrete. Construction and Building Materials, 2011, 25, 2639-2648.
- [16] Ramezaniapour, A.A., Malhotra, V.M., Effect of curing on the compressive strength, resistance to chloride-ion penetration and porosity of concretes incorporating slag, flyash or silica fume. Cement and Concrete Composites, Vol.17, 125-133, 1995.



- [17] Yazıcı, H., Yardımcı, M.Y., Aydın, S., Karabulut, A., Mechanical properties of reactive powder concrete containing mineral admixtures under different curing regimes. *Construction and Building Materials*, Vol.23:1223–1231, 2009.
- [18] Atis, C.D., Ozcan F., Kilic, A., Karahan, O., Bilim, C., Severcan, M.H., Influence of dry and wet curing conditions on compressive strength of silica fume concrete. *Building and Environment*, Vol.40:1678–1683, 2005.
- [19] Qian, X., Li, Z., The relationships between stress and strain for high-performance concrete with metakaolin. *Cement and Concrete Research*, Vol.31, 1607 – 1611, 2001.
- [20] Bentur, A., Alexander, M. G., A review of the work of the RILEM TC 159-ETC: Engineering of the interfacial transition zone in cementitious composites. *Materials and Structures*, Vol.33, 82-87, 2000.
- [21] Skazlić, M., Banjad-Pečur, I., Štirmer, N., Optimizacija udjela čeličnih vlakana u sastavu betona ultra visokih čvrstoća. II međunarodni skup "Građevinarstvo – nauka i praksa", GNP 2008 Žabljak, Crna Gora, p.871-876, 2008.
- [22] Hoang, K.H., Phat, H.B., Hien, V.D., Chanh, N.V., Influence of types of steel fiber on properties of ultra high performance concrete. The 3rd ACF International Conference -ACF/VCA 2008, Ho Chi Minh, Vietnam, A.33-A.55, 2008.
- [23] P. Richard, M. Cheyrezy, Composition of reactive powder concrete, *Cement and Concrete Research*, vol.25(7), 1501-1511, 1995.
- [24] J. Romualdi, J. Mandel, Tensile Strength of Concrete affected by uniformly distributed and closely spaced short lengths of wire reinforcement, *Journal of American Concrete Institute*, Vol.61 (6), 657-671, 1964.
- [25] Y. Zang, W. Sun, S. Liu, C. Jiao, J. Lai, Preparation of C200 green reactive powder concrete and its static-dynamic behaviours, *Cement and Concrete Computations*, Vol.30, 831-838, 2008.
- [26] R.Yu, P. Spiesz, H.J.H. Brouwers, Mix design and properties assessment of Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC), *Cement and Concrete Research*, Vol.56, 29-39, 2014.
- [27] Bazant Z.P., Chern J.C., Double power logarithmic law for concrete creep, *Cement and Concrete Research*, Vol.14 (6), 793-806, 1984.
- [28] Saridemir M., Effect of silica fume and ground pumice on compressive strength and modulus of elasticity of high strength concrete, *Construction and Building Materials*, Vol.49: 484-489, 2013.
- [29] Mansur M.A., Chin M.S., Wee T.H., Flexural Behaviour of High Strength Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, Vol.94, No.6, 663-674, 1997.
- [30] Caijun S., Zemei W., Jianfan X., Dehui W., Zhenqyu H., Zhi F., A review on ultra high performance concrete: Part I Raw materials and mixture design, *Construction and Building Materials*, Vol. 101, 741-751, 2015.
- [31] ACI 355.1\_91, State of the art report on anchorage to concrete, ACI Committee 355, 1991.

- [32] JUS C.B0.500:1989 (JUS C.B0.002:1986) Klasifikacija i označavanje vrsta čelika
- [33] ACI 363R\_92 State of the art report on high strength concrete, ACI Committee 363, 1997.
- [34] EN 10080:2001 Vrste i ispitivanje konstruktivnog čelika
- [35] Eligehausen R., Cook R., Appl J., Behavior and design of adhesive bonded anchors, ACI Structural Journal, Vol.103(6), 822-830, 2006.
- [36] ETAG 001. Guidelines for European technical approval of metal anchors for use in concrete, parts 1-6, European Organisation of Tachnical Approvals (EOTA), Brussels, 2006.
- [37] ACI 318M Building code requirements for structural concrete and commentary, reported by ACI committee 318, 2002.
- [38] ACI 349.2R\_97 Embedment design examples, reported by ACI Committee 349, 1997.
- [39] Hanks A. Abbot, Summary Reports - Kwik-Bolt Testing Programe File No H2189-S1, Abbot A. Hanks Testing Laboratory, San Francisco, 1973.
- [40] U. Wagner-Grey, Tragfahigkeit von beton unter inneren pressungen nach den modellen der dickwandigen hohlkuael und des dickwandigen hohlzylinders, Cement and Concrete Research, Vol.6, pp15-28, 1976.
- [41] Pusill-Wachtsmuth, P., Bearing Behavior of Metalic Expansion Anchors Loaded in Tension for the Failure Modes of Concrete breakage and splitting, Doctoral Thesis, University of Stuttgart, 1982.
- [42] Cannon, R.W., Expansion Anchor Performance in Cracked Concrete, ACI Journal, November-December, 471-479, 1981.
- [43] Rehm., G., Eligehausen, R. and Mallee, R., Befestigungstechnik (Fastening Technique) in Betonkalender, Verlag, Wilhelm Emst & Sohn, Berlin, 1988.
- [44] Arel, H.S., Yazici, S., Concrete - reinforcement bond in different concrete classes, Construction and Building Materials, Vol.36, 78-83, 2012.
- [45] Shen, D., Shi, X., Zhang, H., Duan, X. and Jiang, G., Experimental study of early-age bond behavior between high strength concrete and steel bars using a pull-out test, Construction and Building Materials, Vol.113, 653-663, 2016.
- [46] Ghavidel, R., Madandoust, R. and Ranjbar, M.M., Reliability of pull-off test for steel fiber reinforced self-compacting concrete, Maesurement 73, 628-639, 2015.
- [47] Bae, B.I., Choi, H.K., Choi, C.S., Bond Stress Between conventional reinforcement and steel fibre reinforced reactive powder concrete, Construction and Building Materials, Vol.112, 825-835, 2016.
- [48] Kendall, M.G., A Course in Multivariate Analysis, Griffin, London, 1957.
- [49] Milenkovic S., Veštačke neuronske mreže, Zadužbina Anderejević, 1996.

- [50] Grossberg, S., Nonlinear Neural Networks: Principles, mechanisms and architectures, Neural Networks, vol.1 (1), 17-61, 1988.
- [51] Knight, K., Connectionst ideas and algorithms, Communications of the ACM, Vol.33 (11), 58-74, 1990.
- [52] Chua, O.L. and Yang, L., Cellular Neural Networks: Theory and Application, IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol.35(10), 1257-1290, 1988.
- [53] Marilyn McCord Nelson and W.T. Illingworth, A Practical Guide to Neural Nets, Addison Wesley Publishing, USA, 1991.
- [54] Mehrotra, K., Mohan, K.C. and Ranta, S., Elements of Artificial Neural Networks, A Bradford Books, MIT, 1996.
- [55] Fritzke, B., Growing cell structures—A self-organizing network for unsupervised and supervised learning, Neural Networks, Vol.7(9), 1441-1460, 1994.
- [56] Widrow, B., Tolat, T.T., An Adaptive Neural Net Controller with visual inputs, Neural Networks, Vol. 1, p.362, 1988.
- [57] Hornik, K., Approximation capabilities of multilayer feedforward networks, Neural Networks, Vol.4 (2), 251-257, 1991.
- [58] Folić, R.J., Radonjanin, V.S., Malešev, M.M., Improvement of Bond Properties due to Polymer Modification of Concrete, Bond In Concrete – from research to Standards, Proceedings of the 3rd Internacional Symposium, Budapest, Hungary, 412-419, 2002.
- [59] Cairns, J., Plizzari, G., Do we need a Standard test for Bond, Bond In Concrete – from research to Standards, Proceedings of the 3rd Internacional Symposium, Budapest, Hungary, 259-267, 2002.
- [60] Hofmann, J., Eligehausen, R., Development Length of Headed Reinforcing Bars, Bond In Concrete – from research to Standards, Proceedings of the 3rd Internacional Symposium, Budapest, Hungary, 477-484, 2002.

---

# ПРИЛОГ 1

## Резултати испитивања бетона

---

## Резултати испитивања механичких особина UHSC-а

### Чврстоћа бетона при притиску

Призме 4/4/16cm модификована метода

Мешавина М1 (1% влакана)				Мешавина М2 (3% влакана)				Мешавина М3 (5% влакана)			
1	140.6	4	133.2	1	150.1	4	151.0	1	161.0	4	165.1
1`	137.2	4`	126.7	1`	150.9	4`	145.1	1`	162.1	4`	162.3
2	129.1	5	132.0	2	153.2	5	144.0	2	159.0	5	167.0
2`	130.0	5`	129.3	2`	147.1	5`	146.0	2`	164.2	5`	160.1
3	130.6	6	133.1	3	146.2	6	143.8	3	154.0	6	170.3
3`	131.3	6`	133.3	3`	149.3	6`	150.5	3`	161.0	6`	165.1
$\overline{f_{c,p}} = 132.2 \text{ N/mm}^2$				$\overline{f_{c,p}} = 148.1 \text{ N/mm}^2$				$\overline{f_{c,p}} = 162.6 \text{ N/mm}^2$			

$\overline{f_{c,p}}$  = чврстоћа бетона при притиску модификованом методом на призмама

Коцке ивице 10cm

Мешавина М1 (1% влакана)		Мешавина М2 (3% влакана)		Мешавина М3 (5% влакана)	
1	133.1	1	142.1	1	155.1
2	128.1	2	143.2	2	155.0
3	129.1	3	146.7	3	152.5
$\overline{f_{c,k}} = 130.1 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{c,k}} = 144.0 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{c,k}} = 154.2 \text{ N/mm}^2$	

$\overline{f_{c,k}}$  = чврстоћа бетона при притиску на коцкама ивице 10cm

Цилиндри 15/30cm

Мешавина М1 (1% влакана)		Мешавина М2 (3% влакана)		Мешавина М3 (5% влакана)	
1	113.1	1	129.1	1	140.1
2	115.2	2	128.2	2	139.1
3	118.5	3	126.7	3	135.4
4*	110.2	4*	118.1	4*	130.2
5*	108.0	5*	119.7	5*	129.7
6*	112.0	6*	117.3	6*	134.0
$\overline{f_{c,c}} = 115.6 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{c,c}} = 128.0 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{c,c}} = 138.2 \text{ N/mm}^2$	

\* резултати добијени након испитивања модула еластичности бетона

$\overline{f_{c,c}}$  = чврстоћа бетона при притиску на цилиндрима 15/30cm

**Чврстоћа бетона при затезању савијањем**

Призме 4/4/16cm (распон 12cm према EN 196-3)

Мешавина М1 (1% влакана)		Мешавина М2 (3% влакана)		Мешавина М3 (5% влакана)	
1	17.3	1	26.2	1	28.1
2	15.2	2	26.1	2	29.1
3	16.1	3	24.0	3	28.2
4	16.2	4	24.3	4	27.9
5	15.9	5	24.8	5	30.0
6	17.7	6	24.6	6	30.1
$\overline{f_{ct,p}} = 16.4 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{ct,p}} = 25.0 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{ct,p}} = 28.9 \text{ N/mm}^2$	

 $\overline{f_{ct,p}}$  = чврстоћа бетона при затезању савијањем на призмама

Призме 10/10/40cm (распон 30cm)

Мешавина М1 (1% влакана)		Мешавина М2 (3% влакана)		Мешавина М3 (5% влакана)	
1	12.9	1	18.5	1	21.3
2	12.9	2	19.2	2	21.5
3	13.1	3	19.0	3	23.2
$\overline{f_{ct,p}} = 13.1 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{ct,p}} = 18.9 \text{ N/mm}^2$		$\overline{f_{ct,p}} = 22.0 \text{ N/mm}^2$	

 $\overline{f_{ct,p}}$  = чврстоћа бетона при затезању савијањем на призмама**Модул еластичности бетона**

Мешавина М1 (1% влакана)		Мешавина М2 (3% влакана)		Мешавина М3 (5% влакана)	
4*	43.0	4*	45.0	4*	46.0
5*	43.0	5*	45.4	5*	46.2
6*	43.2	6*	45.5	6*	46.1
$\overline{E} = 43.1 \text{ GPa}$		$\overline{E} = 45.3 \text{ GPa}$		$\overline{E} = 46.1 \text{ GPa}$	

---

ПРИЛОГ 2

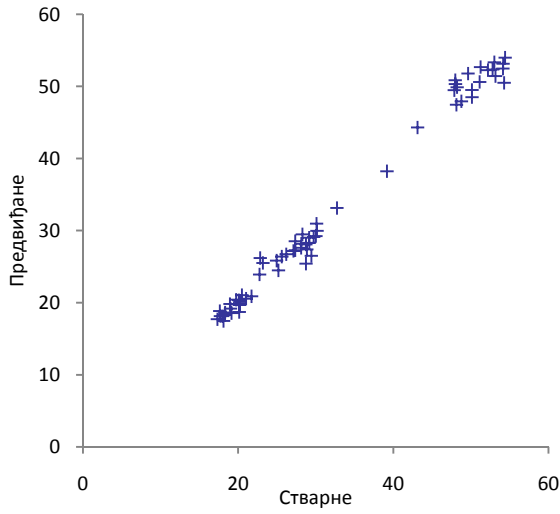
Резултати  
мрежама

обраде

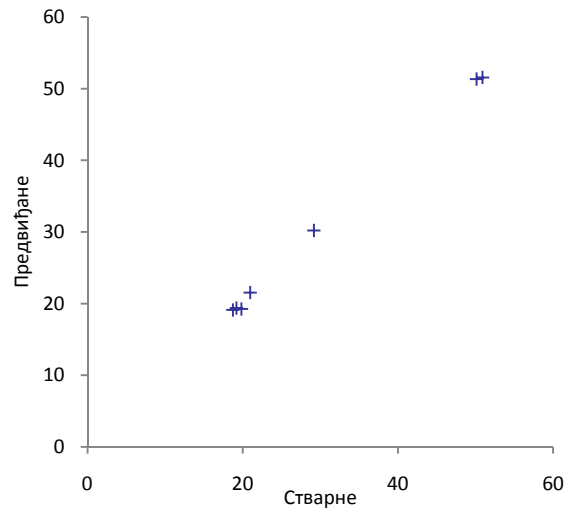
неуронским

---

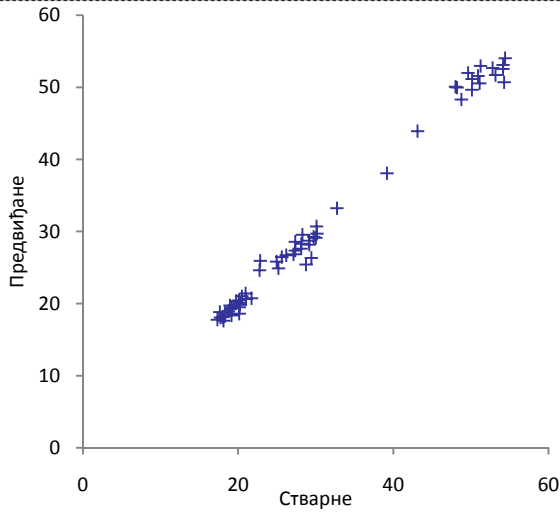
Перетходно Уграђени Анкери - Смицање - НМ-3:2:0:1 (2-0)



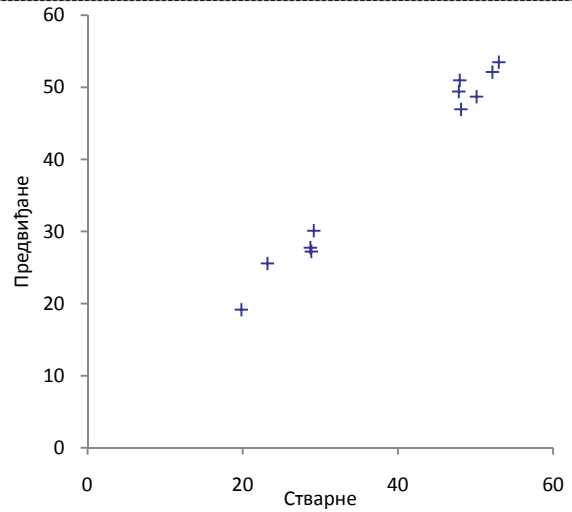
Тренирање 90% резултата



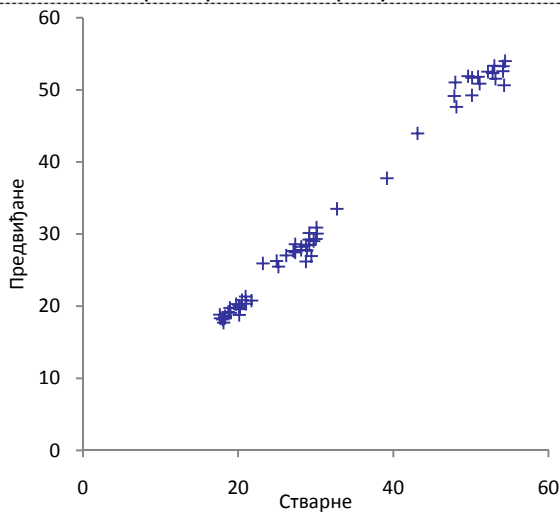
Тестирање 10% резултата



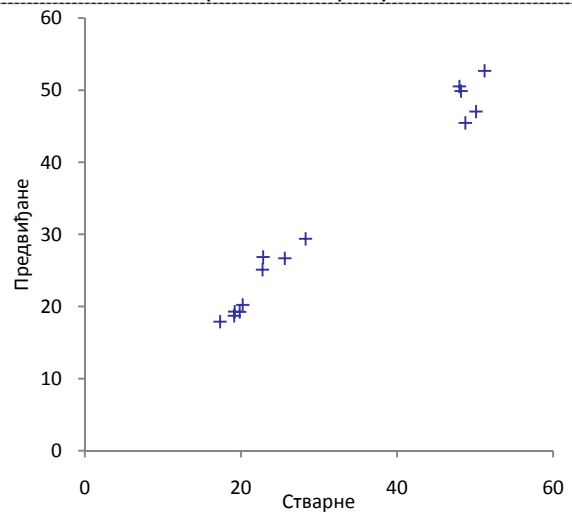
Тренирање 85% резултата



Тестирање 15% резултата



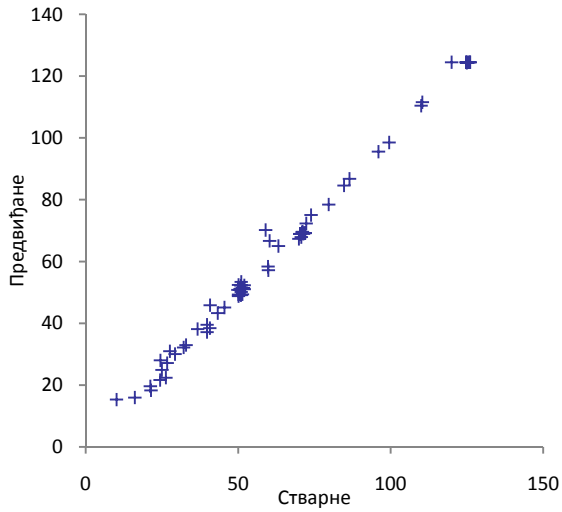
Тренирање 80% резултата



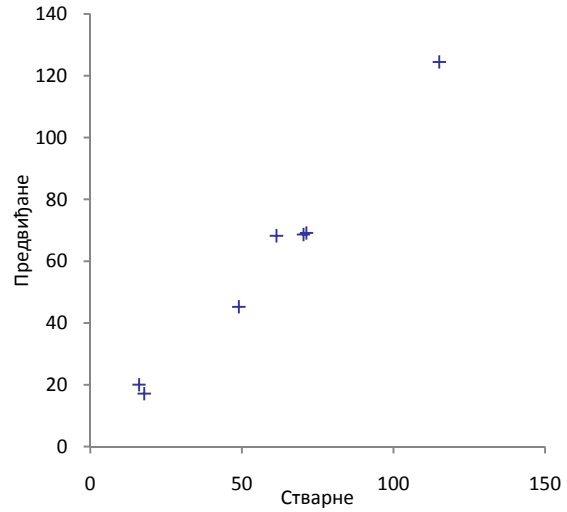
Тестирање 20% резултата



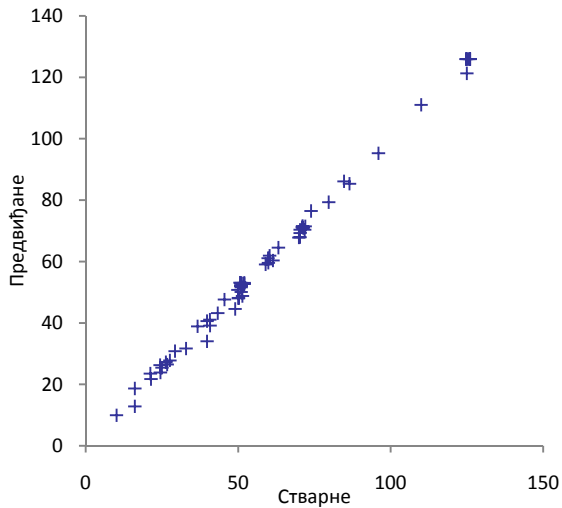
## Претходно Уграђени Анкери - Чупање - НМ-3:5:2:1 (5-2)



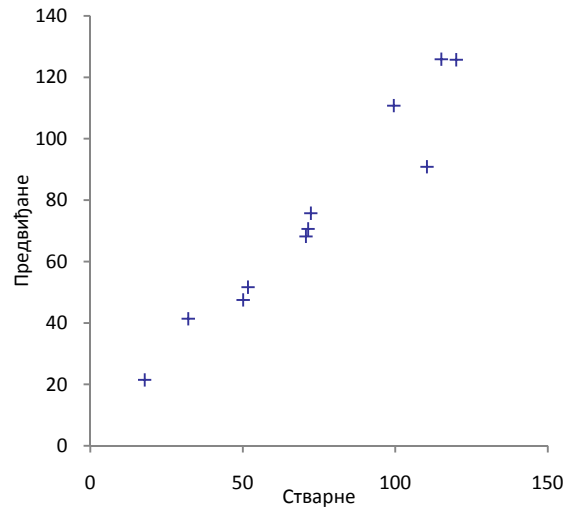
Тренирање 90% резултата



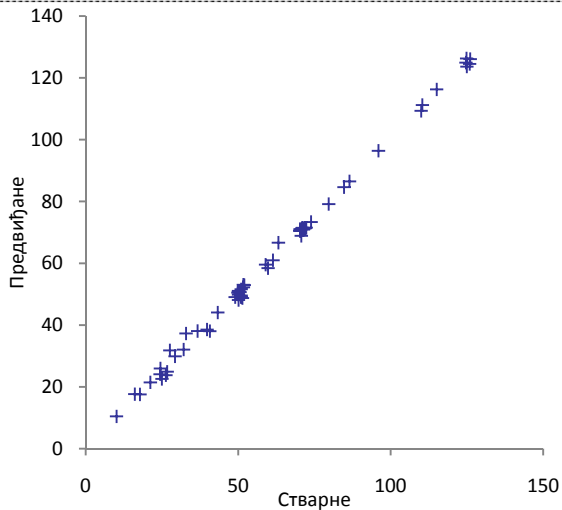
Тестирање 10% резултата



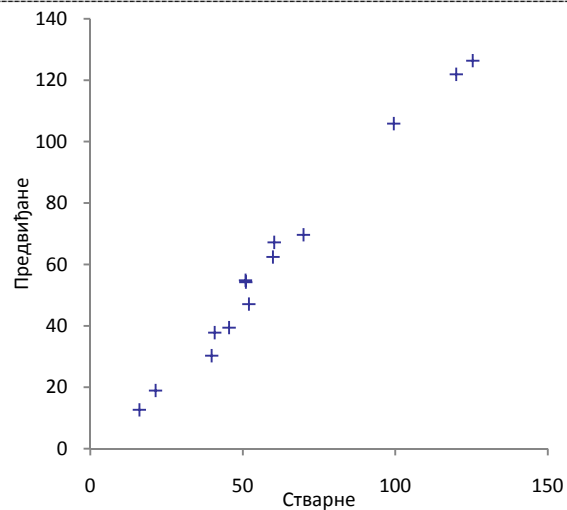
Тренирање 85% резултата



Тестирање 15% резултата

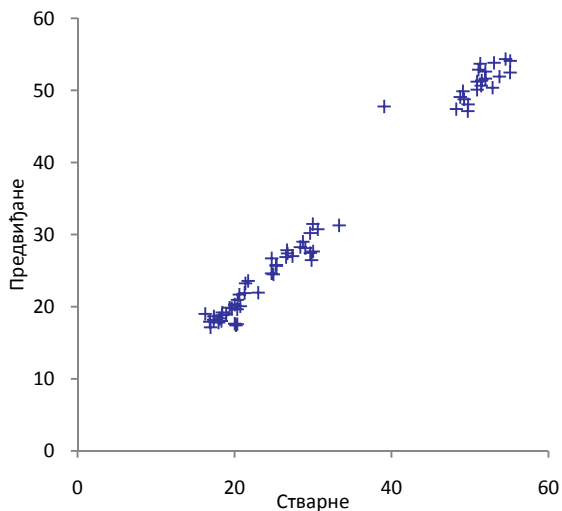


Тренирање 80% резултата

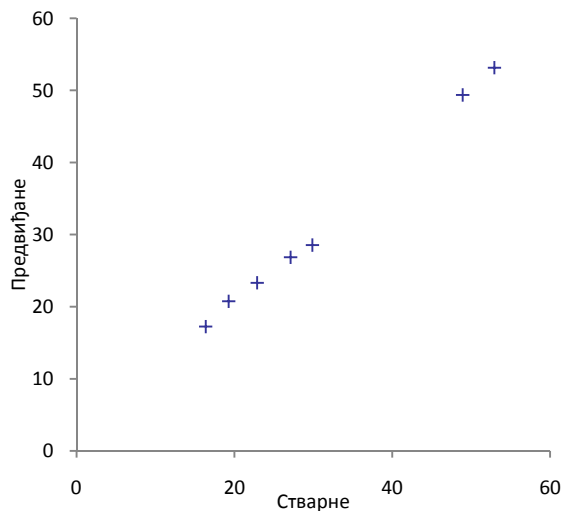


Тестирање 20% резултата

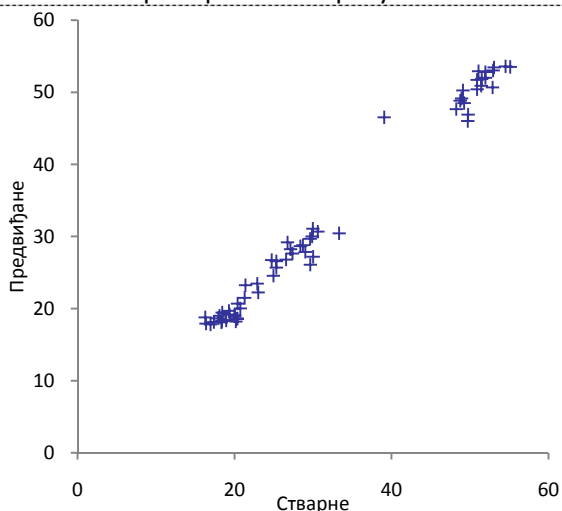
### Накнадно Уграђени Анкери - Смицање - НМ-3:3:0:1 (3-0)



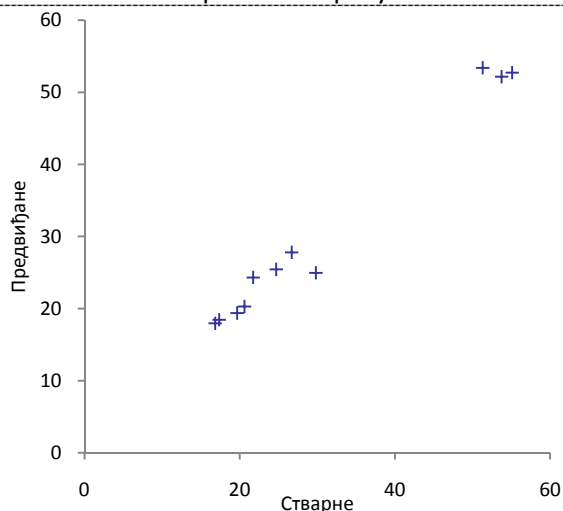
Тренирање 90% резултата



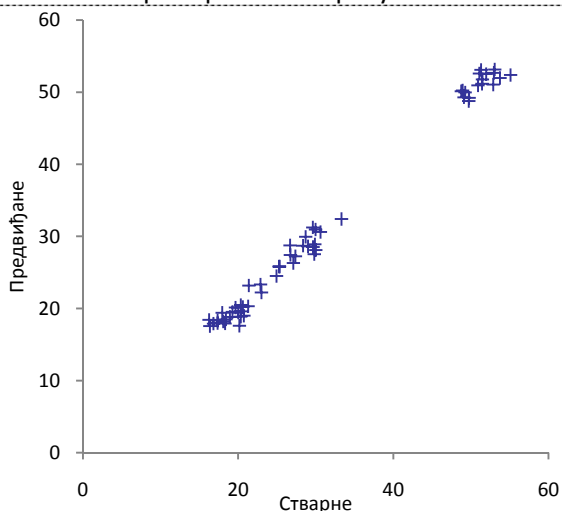
Тестирање 10% резултата



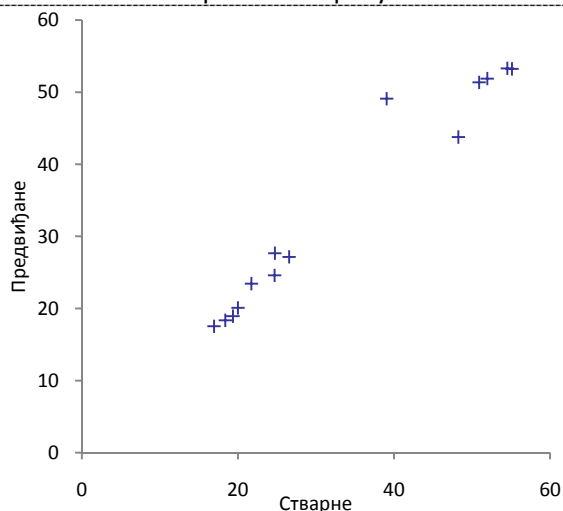
Тренирање 85% резултата



Тестирање 15% резултата

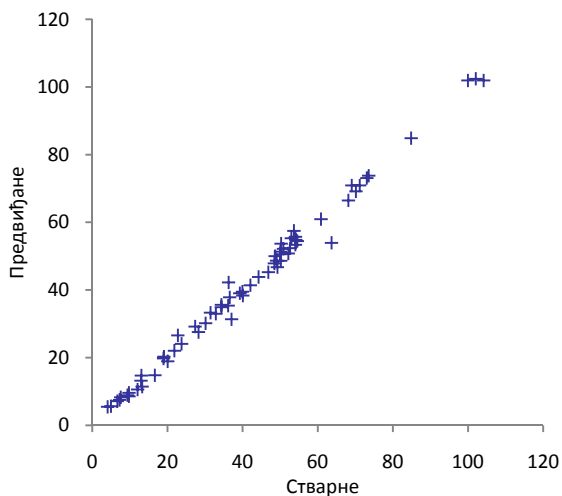


Тренирање 80% резултата

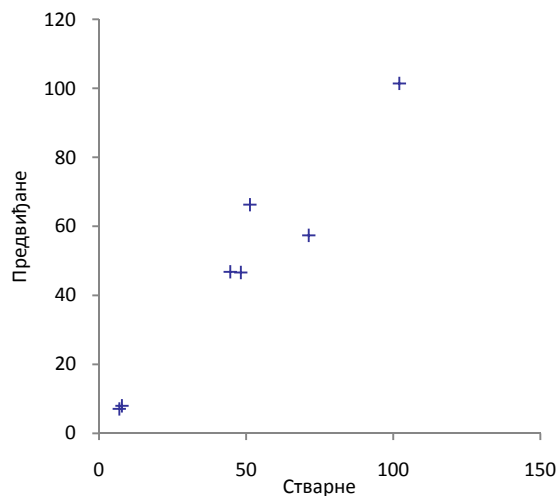


Тестирање 20% резултата

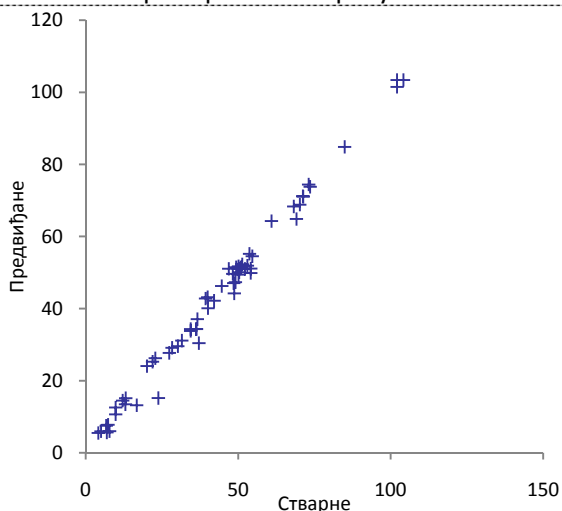
### Накнадно Уграђени Анкери - Чупање - НМ-3:5:3:1 (5-3)



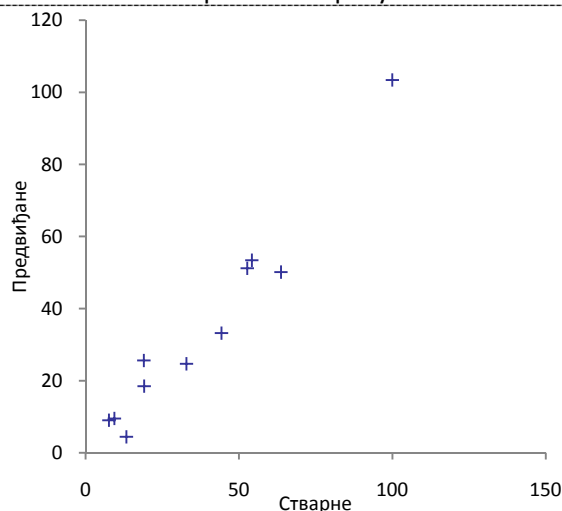
Тренирање 90% резултата



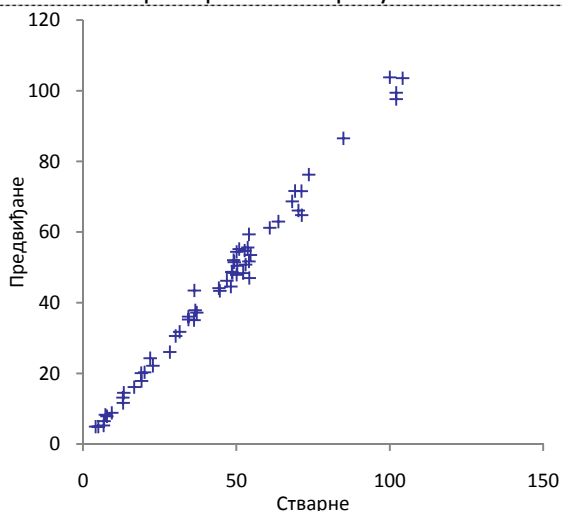
Тестирање 10% резултата



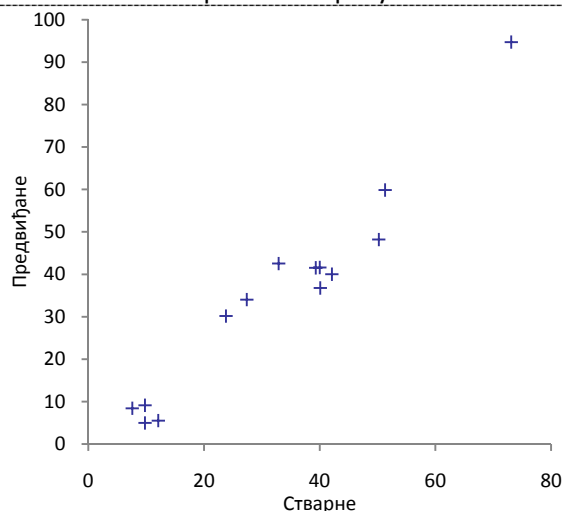
Тренирање 85% резултата



Тестирање 15% резултата



Тренирање 80% резултата



Тестирање 20% резултата