

INKREMENTALNA, TOTALNA I HIBRIDNA FORMULACIJA U ADAPTIVNOJ PUSHOVER ANALIZI ZGRADA

Rezime: U ovom radu se razmatraju numerički aspekti određivanja i korekcije lateralnih sila primenjujući inkrementalnu, totalnu i hibridnu formulaciju. Generalni postupak za sprovođenje nelinearne analize zgrada je inkrementalno-iterativna procedura, dok se dodatna korekcija sprovodi primenom nelinearne statičke adaptivne pushover analize (NSAPA). NSAPA analiza se zasniva na sukcesivnoj korekciji lateralnih seizmičkih sila iz nelinearnih statičkih konvencionalnih pushover analiza (NSCPA). Za određivanje uslova ravnoteže sistema primenjuje se inkrementalna, totalna i hibridna Lagrange-ova formulacija, a čiji je koncept formulisan u mehanici kontinuuma. Istraživanje prikazano u ovom radu je sprovedeno na jednom višespatnom sistemu primenjujući NSAPA analizu, a čiji se proračun zasniva na silama (FBA) i pomeranju (DBA) u funkciji tipa primenjene formulacije.

Ključne reči: inkrementalno-iterativna procedura, pushover analiza, inkrementalna korekcija

INCREMENTAL, TOTAL AND HYBRID FORMULATIONS IN ADAPTIVE PUSHOVER ANALYSIS OF BUILDINGS

Summary: This paper discusses numerical aspects of determination and correction of lateral forces by applying incremental, total and hybrid formulation. General procedure for computing the nonlinear analysis of buildings is incremental-iterative procedure, and additional correction carrying out using the nonlinear static adaptive pushover analysis (NSAPA). NSAPA analysis is based on successive correction of lateral seismic forces from nonlinear static conventional pushover analysis (NSCPA). For determination the conditions of equilibrium apply incremental, total and hybrid Lagrange's formulation, which is a concept formulated in continuum mechanics. The research presented in this paper was conducted on a multi-storey system applying NSAPA analysis, whose calculation is based on force (FBA) and displacement (DBA) in function of the type of applied formulation.

Key words: incremental-iterative procedure, pushover analysis, incremental updating

1. UVOD

Generalna podela metoda za analizu konstrukcija u uslovima seizmičkog dejstva je na statičke i dinamičke, a u zavisnosti od toga da li se uzima u obzir razvoj geometrijske i/ili materijalne nelinearnosti moguća je linearna i nelinearna analiza. Kombinacijom tipova seizmičkog dejstva i modela ponašanja dobijaju se četiri bitno različite analize. Nelinearna statička pushover analiza (NSPA- *Nonlinear Static Pushover Analysis*) je razvijena u poslednjih dvadeset godina i predstavlja osnovu za implementaciju nove filozofije projektovanja objekata u uslovima seizmičkog dejstva. Ovaj moderan koncept projektovanja objekata zasniva se na proračunu prema performansama (PBSD- *Performance Based Seismic Design*), a koji je deo generalnog koncepta analize i projektovanja prema performansama u okviru zemljotresnog inženjerstva (PBEE- *Performance Based Earthquake Engineering*).

Značajan broj istraživanja i učešće eminentnih naučnika iz oblasti zemljotresnog inženjerstva i teorije konstrukcija doprineli su da NSPA analiza bude implementirana u moderne ATC 40 [1] i FEMA

¹ Mr, dipl.inž.grad., adresa: Marka Milanovića 17, 15300 Loznica, Srbija, mladen165@inffo.net

273/356/440 [2, 3, 4] seizmičke propise. Pošto ove analize zahtevaju multidisciplinarni pristup kao što je spoj nelinearnih analiza, dinamike konstrukcija, teorije plastičnosti, teorije betonskih konstrukcija i zemljotresnog inženjerstva, to je pri određivanju relevantnih proračunskih parametara još uvek otvoren znatan broj ključnih pitanja koja se postavljaju pred istraživače. Jedno od tih ključnih pitanja je i izbor strategije za korekciju i generisanje lateralnih seizmičkih sila nelinearne analize realnog (MDOF- *Multi Degree of Freedom*) sistema koji se kasnije bilinearizuje.

2. INKREMENTALNO-ITERATIVNA PROCEDURA ZA NSAPA ANALIZU

NSAPA analizama se sistem proračunava u dve faze, pa se koriste dva različita matematička modela. Prvi matematički model je MDOF sistem sa više stepeni slobode i ovaj model koristi razvoj geometrijske i materijalne nelinearnosti. Drugi model je sistem sa jednim stepenom slobode (SDOF- *Single Degree of Freedom*) i koristi se za analizu ciljnog pomeraja. MDOF sistem se izlaže dejstvu lateralnog seizmičkog opterećenja koje ima generalno statički karakter, a ponašanje konstrukcije se prati preko promene pomeranja najvišeg čvora MDOF sistema u odnosu na ukupnu horizontalnu smičuću silu. Lateralno seizmičko opterećenje može imati konstantan karakter pa se za datu analizu koristi termin konvencionalna (NSCPA- *Nonlinear Static Conventional Pushover Analysis*), dok se za analizu sa korigovanim lateralnim seizmičkim opterećenjem koristi termin adaptivna analiza (NSAPA- *Nonlinear Static Adaptive Pushover Analysis*).

NSAPA analiza koristi inkrementalno-iterativnu proceduru (IIP- *Incremental Iterative Procedure*) za proračun jednačina ravnoteže sistema primenom metode konačnih elemenata (FEM- *Finite Element Method*). IIP procedura se izvršava korak po korak sve dok se ne dostigne unapred definisani nivo horizontalnog pomeranja ili dok ne nastupi kolaps konstrukcije, pri razvoju geometrijske i materijalne nelinearnosti. Pošto se problem analizira inkrementalnim priraštajem opterećenja to se primenjuje *Newton-Raphson*-ova metoda (NR) [5]. Celokupno lateralno seizmičko opterećenje se zamenjuje inkrementima manjeg intenziteta, odnosno celokupan sistem se zamenjuje inkrementalnim konfiguracijama, u kojim se jednačine problema rešavaju za inkrementalno opterećenje. Konačno rešenje se dobija kao zbir inkrementalnih rešenja. Ukoliko se matrica krutosti sistema K_t koriguje u svakoj iteraciji onda je to standardna ili klasična *Newton-Raphson*-ova metoda, a ukoliko se matrica krutosti sistema koriguje samo jednom u prvoj iteraciji inkrementa onda je to modifikovana *Newton-Raphson*-ova metoda (mNR). Varijante primene *Newton-Raphson*-ove metode razlikuju se po pitanju korekcije matrice K_t , a preko parametra broja korekcija matrice krutosti sistema (*stiffness matrix correction*) N_{SMC} i broja iteracija N_{It} . Ukoliko je vrednost $N_{SMC}=0$ onda se primenjuje mNR metoda, a ukoliko je $N_{SMC}=N_{It}$ onda se primenjuje NR metoda. Ukoliko je $0 < N_{SMC} < N_{It}$ tada se matrica krutosti koriguje određeni broj puta u inkrementu i primenjuje se mešovita metoda (NRmNR). Optimalan broj korekcija matrice krutosti sistema je u granicama $50\% N_{It} < N_{SMC} < 70\% N_{It}$, omogućavajući optimalan balans između skraćanja vremena proračuna i stabilnosti rešenja. Optimalan broj iteracija je $N_{It}=20$, dok se u slučaju ekstremnog nivoa geometrijske i/ili materijalne nelinearnosti ovaj broj može povećati na $N_{It}=50$. Definisanjem broja inkremenata utiče se na tačnost, a u nekim slučajevima i na mogućnost dobijanja rešenja. Suviše mali broj inkremenata može da bude uzrok divergentnog ponašanja, a nepotrebno veliki broj inkremenata ugrožava numeričku efikasnost rešenja. Definisanjem maksimalnog broja iteracija određuje se broj korekcija rezidualnog opterećenja u svakom inkrementu. Veliki broj korekcija povećava tačnost, ali i vreme trajanja analize. Ta opcija predstavlja izbor između NR i mNR metode. Ponašanje sistema koje ukazuje na divergenciju (stalno povećanje pomeranja), zapravo je posledica stalnog i nerealnog porasta kinetičke energije sistema [6]. Moguća je pojava fenomena pseudo-stabilnosti (greške rešenja zbog postizanja samo numeričke, ali ne i realne stabilnosti modela), kao posledica neodgovarajućeg praćenja korišćenih konstitutivnih zakona ili radnih dijagrama. Izbor iterativne metode zavisi od zahteva za obezbeđenjem određene brzine konvergencije. Postupci zasnovani na tangentnoj aproksimaciji imaju relativno brzu konvergenciju. Njihova nepovoljna osobina je nužnost formiranja tangentne matrice krutosti sistema i rešavanje odgovarajućeg sistema jednačina u svakoj iteraciji.

Uobičajen pristup u formulisanju uslova ravnoteže u inkrementalnom obliku je primena totalne *Lagrange*-ove formulacije (*total Lagrange formulation*) ili korigovane *Lagrange*-ove formulacije (*update Lagrange formulation*). Formulisanje uslova ravnoteže primenom korigovane *Lagrange*-ove formulacije odvija se kroz tri ključne konfiguracije: početne ili startne S, tekuće ili trenutne C i naredne ili sledeće N. Korigovana formulacija koristi tekuću C konfiguraciju za referentnu, dok totalna formulacija koristi početnu S konfiguraciju za referentnu.

3. ODREĐIVANJE I KOREKCIJA LATERALNIH SILA U NSAPA ANALIZI

Adaptivnom analizom se vrši korekcija lateralnog seizmičkog opterećenja u skladu sa svojstvenim oblikom i faktorima participacije, a za svaki korak inkrementalne situacije. Ovaj metod je potpuno multimodalni i uzima u obzir omekšanje sistema i modifikaciju inercijalnih sila, usled spektralne amplifikacije koja se uvodi preko spektra odgovora. Četiri osnovne faze proračuna prema NSAPA analizi su [7]:

- definisanje vektora nominalnog opterećenja (*nominal load vector*) P_0 i inercijalnih masa,
- proračun faktora opterećenja (*load factor*) λ ,
- proračun vektora normalizovanog skaliranja (*normalized scaling vector*) \bar{F} ,
- korekcija vektora apliciranih sila/pomeranja (*loading force/displacement vector*) P_i .

Prvi korak se određuje samo jednom na početku analize, dok se preostale tri faze proračunavaju za svako ravnotežno stanje NSAPA analize. U NSAPA analizi moguće je sprovesti inkrementalnu proceduru kontrolom opterećenja ili pomeranja. Kontrola opterećenja odgovara slučaju kada je faktor opterećenja λ direktno kontrolisan algoritmom nelinearne statičke analize, kao što je slučaj kod proračuna prema silama (FBAP- *Force Based Adaptive Pushover*). Drugačije rečeno, FBAP analiza koristi faktor opterećenja λ za skaliranje vektora apliciranih sila do dostizanja maksimalnog kapaciteta konstrukcije. Kod NSCPA analize vektor nominalnog opterećenja P_0 se definiše na početku analize i njegova vrednost je konstantna tokom proračuna. U NSAPA analizi oblik vektora opterećenja P se konstantno koriguje za svaki korak analize zadržavajući konstantnu vrednost vektora nominalnog opterećenja P_0 , variranjem faktora opterećenja λ od nula do jedan.

Vektor opterećenja P za bilo koji korak analize dobija se kao proizvod faktora opterećenja λ i vektora nominalnog opterećenja P_0 :

$$P = \lambda \cdot P_0. \quad (1)$$

Vektor normalizovanog skaliranja \bar{F} se koristi za definisanje oblika raspodele vektora opterećenja po spratovima za svaki korak analize, a proračunava se na početku svakog inkrementa opterećenja. Pre toga se izvršava analiza svojstvenih vrednosti za koju se koristi korigovano stanje krutosti sistema. Primenom nekog od razvijenih algoritama dobijaju se svojstveni oblici i faktori participacije, posle čega se modalne spratne sile određuju prema:

$$F_{ij} = \Gamma_j \cdot \Phi_{ij} \cdot M_i, \quad (2)$$

gde je: i sprat, j svojstveni oblik, Γ_j faktor participacije za j -ti svojstveni oblik, Φ_{ij} vrednost normalizovanog svojstvenog oblika za i -ti sprat i j -ti svojstveni oblik, M_i masa i -tog sprata. Pošto se koristi spektralna amplifikacija za odgovarajući period vibracija j -tog svojstvenog oblika, izraz (2) sada glasi [8]:

$$F_{ij} = \Gamma_j \cdot \Phi_{ij} \cdot M_i \cdot S_{a,j}, \quad (3)$$

gde je $S_{a,j}$ ordinata (ubrzanje) spektra odgovora za j -ti svojstveno oblik. Modalne spratne sile su multiplicirane sa S_a kako bi se uzeli u obzir efekti spektra odgovora na analizu ponašanja višespratnog okvira. Spektralne krive, kao što je poznato, konstruišu se na osnovu akceleroograma zapisa zemljotresa uzimajući u obzir uticaj 5%-og prigušenja.

Raspodela lateralnih horizontalnih sila svakog svojstvenog oblika se kombinuje primenom principa kvadratni koren sume kvadrata (SRSS- *Square Root of Sum Squares*):

$$F_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n F_{ij}^2}, \quad (4)$$

ili primenom kompletne kvadratne kombinacije (CQC- *Complete Quadratic Combination*):

$$F_j = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (F_{ij} \cdot \rho_{jk} \cdot F_{ik})}, \quad (5)$$

pri čemu se viskozno prigušenje uzima u obzir preko:

$$\rho_{jk} = \frac{8 \cdot \zeta^2 \cdot (1+r) \cdot r^{1.5}}{(1-r^2)^2 + 4 \cdot \zeta^2 \cdot r \cdot (1+r)^2}, \quad r = \frac{\omega_k}{\omega_j}, \quad (6)$$

ili se određuje za uticaj samo jednog (prvog) svojstvenog oblika (*I mode*).

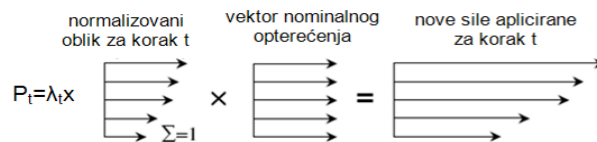
Pošto su samo relativne vrednosti spratnih sila F_i od interesa za definisanje vektora normalizovanog skaliranja \bar{F} koji definiše oblik, a ne veličinu opterećenja, sile dobijene jednačinama (4) ili (5) se normalizuju u odnosu na ukupnu vrednost prema:

$$\bar{F}_i = \frac{F_i}{\sum F_i}. \quad (7)$$

Primenom SRSS i CQC pravila za kombinaciju modalnih sila, ne mora se uvek postići adekvatan oblik vektora opterećenja P koji trenutno reprezentuje karakteristike dinamičkog odgovora sistema za dati novo deformacija. U određenim situacijama, kada se u konstrukciji prekorači maksimalna vrednost nosivosti i počinje postnelinearno ponašanje sistema, može se javiti negativna vrednost na dijagonali matrice krutosti sistema K_t , a što prouzrokuje negativne vrednosti perioda vibracija. U ovom slučaju potrebno je samo korigovati veličinu vektora opterećenja lateralnih sila, a ne i njegovu promenu u skladu sa promenom svojstvenih vrednosti. Dakle, NSAPA analiza u ovakvim situacijama postaje NSCPA sa konstantnom raspodelom vektora opterećenja lateralnih sila. Takođe, ukoliko se u postnelinearnom području ponašanja pojavi akumulacija oštećenja u određenom spratu, u NSAPA analizi zasnovanoj na proračunu prema silama generiše se izuzetno visoka vrednost koncentrisanog opterećenja za dati sprat, a što prouzrokuje nerealno velike vrednosti lokalnog drifta. I u ovakvoj situaciji potrebno je primeniti konstantnu raspodelu vektora opterećenja lateralnih sila.

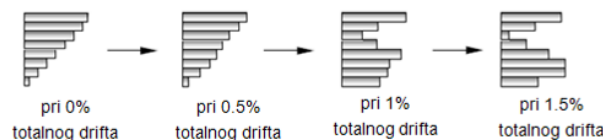
Kada su određeni vektor normalizovanog skaliranja \bar{F} , faktor opterećenja λ ili inkrement faktora opterećenja i ukoliko je poznata vrednost inicijalnog vektora nominalnog opterećenja P_0 , za dati proračunski korak vektor apliciranih sila koriguje se primenom totalne (TU- *Total Updating*), inkrementalne (IU- *Incremental Updating*) ili hibridne korekcije (HU- *Hybrid Updating*). TU korekcijom za t korak analize vektor opterećenja P_t se dobija potpunom substitucijom postojećeg izbalansiranog opterećenja (vektor opterećenja iz prethodnog koraka analize) novim vektorom opterećenja. Ovaj vektor opterećenja se proračunava kao proizvod tekućeg totalnog faktora opterećenja λ_t , tekućeg vektora normalizovanog modalnog skaliranja \bar{F}_t i vektora nominalnog opterećenja P_0 (Slika 1.):

$$P_t = \lambda_t \cdot \bar{F}_t \cdot P_0. \quad (8)$$



Slika 1. Grafička prezentacija proračuna vektora sila primenom TU

Problem kod ove analize se može pojaviti u tome da se u početku analiza odvija sa rasporedom lateralnih sila koje odgovaraju prvom svojstvenom obliku, da bi se završila sa raspodelom koja odgovara drugom ili trećem svojstvenom obliku vibracija. Ovakva situacija je posledica primena principa TU korekcije. Tipičan problem neravnomerne raspodele lateralnih sila u postnelinearnom području prikazan je na slici 2. Za ovakav primer je karakteristična povećana koncentracija lateralnih sila u određenom području, dok je u drugom znatno redukovana vrednost. Ovakva greška se ispravlja tako što se na datom spratu na kojem postoji redukcija aplicirane sile, sve spratne sile proporcionalno povećavaju.



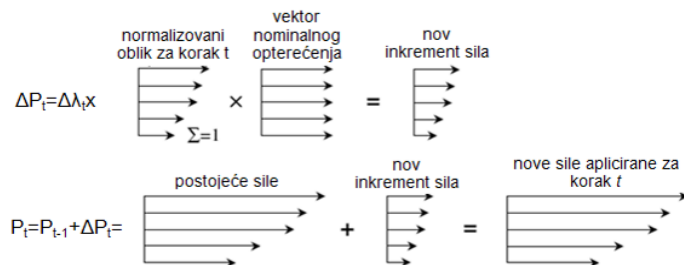
Slika 2. Totalno korigovani vektor sila pri različitim deformacionim nivoima

IU korekcijom za t korak analize vektor opterećenja P_t se dobija dodavanjem na vektor opterećenja prethodnog koraka P_{t-1} (postojeće izbalansirano opterećenje) novim inkrementom vektora opterećenja. Ovaj vektor opterećenja se proračunava kao proizvod tekućeg inkrementa faktora opterećenja $\Delta\lambda_t$, tekućeg vektora normalizovanog modalnog skaliranja \bar{F} i vektora nominalnog opterećenja P_0 (Slika 3.):

$$P_t = P_{t-1} + \Delta\lambda_t \cdot \bar{F}_t \cdot P_0. \quad (9)$$

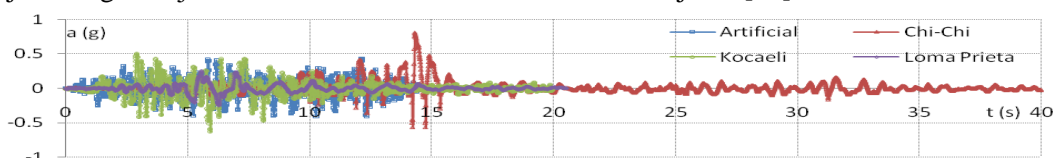
HU korekcijom se kombinuju prethodno izložene dve korekcije, tako što se za t korak analize vektor opterećenja P_t dobija delimičnim zamenom vektora opterećenja prethodnog koraka P_{t-1} (postojeće izbalansirano opterećenje) novim vektorom opterećenja i delimičnim dodavanjem novog inkrementa

vektora opterećenja.



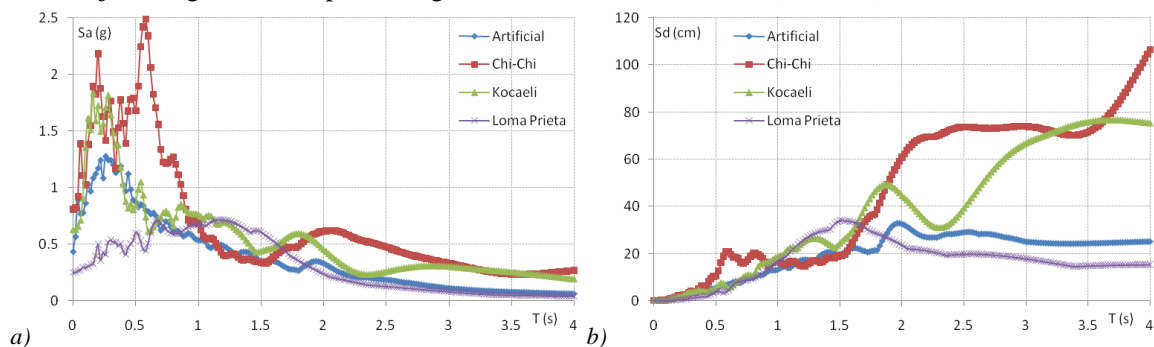
Slika 3. Grafička prezentacija proračuna vektora sila primenom IU

Sve tri prikazane korekcije su razmatrane na jednom modelu 8-spratne 4-brodne zgrade okvirnog sistema primenom *SeismoStruct*-a [9]. Parametarskom analizom je obuhvaćen uticaj četiri zemljotresa: *Artificial* (PGA=0.436g), *Chi-Chi* (PGA=0.808g), *Kocaeli* (PGA=0.628g) i *Loma Prieta* (PGA=0.25g) čiji su akcelerogrami prikazani na slici 4. Da bi se utvrdila odstupanja vrednosti dobijenih NSAPA analiza, primenjena je inkrementalna nelinearna dinamička analiza (INDA- *Incremental Nonlinear Dynamic Analysis*). Merodavne vrednosti ovako dobijenih analiza su maksimalne vrednosti lateralnog pomeranja za odgovarajuće horizontalne smičuće sile u osnovi objekta [10].



Slika 4. Akcelerogrami zemljotresa

Pošto se za NSAPA analizu koristi spektralna amplifikacija u određivanju seizmičkih sila, to su iz zapisa zemljotresa generisani spektri odgovora u formatu S_a-T i S_d-T (Slika 5.).



Slika 5. Spektri odgovora u formatu: a) S_a-T , b) S_d-T

Prvo su sprovedene analize za NSAPA-FBAP sa IU, TU i HU korekcijama primenom CQC pravila (Slika 6.) i uzimanjem u obzir samo uticaj prvog svojstvenog oblika (*I mode*) (Slika 7.). HU korekcija je razmatrana sa IU25%/TU75%, IU50%/TU50% i IU75%/TU25%, dok su INDA analize sprovedene skaliranjem akcelerograma zemljotresa od vrednosti 0.1 do 1g pri inkrementalnom priraštaju 0.05, kako bi se što bolje opisao odgovor sistema preko diskretnih vrednosti.

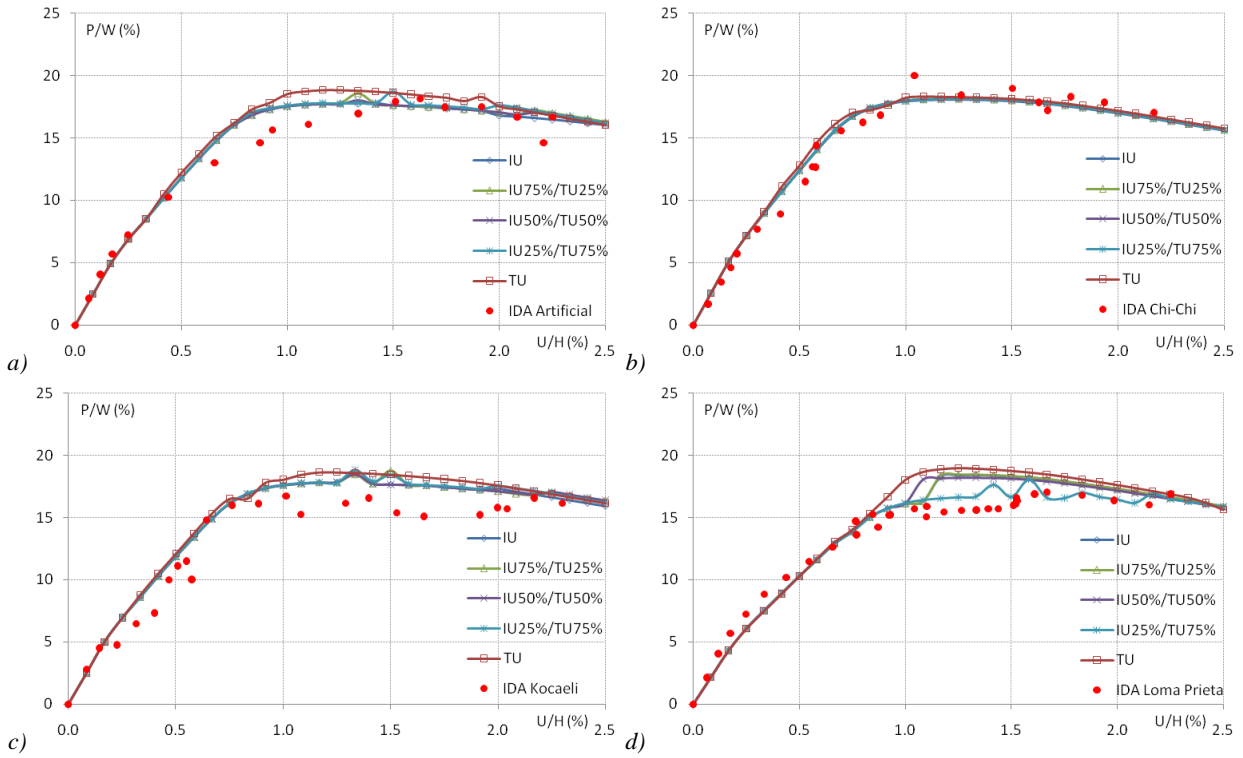
Prethodno opisana procedura (FBAP) zasniva se na proračunu prema silama, dok je procedura zasnovana na pomeranju (DBAP- *Displacement Based Adaptive Pushover*) pouzdanija, a sastoji se iz četiri faze proračuna [11]:

- definisanje vektora nominalnog opterećenja (*nominal load vector*) P_0 i inercijalnih masa,
- proračun faktora opterećenja (*load factor*) λ ,
- proračun vektora normalizovanog skaliranja (*normalized scaling vector*) \bar{F} ,
- korekcija vektora apliciranih sila/pomeranja (*loading force/displacement vector*) P_t .

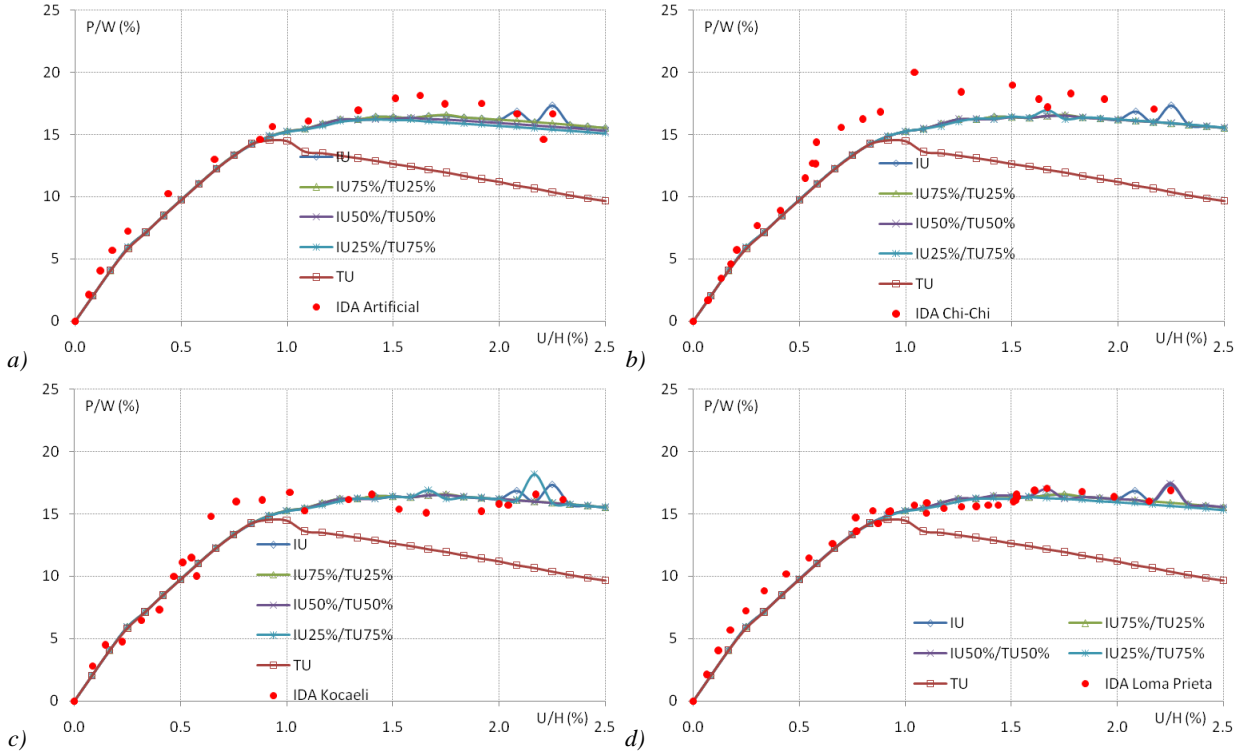
Prve dve faze proračuna su identične kao kod FBAP analize, pri čemu se vektor opterećenja sastoji iz pomeranja U , a ne sila P . Uzimajući u obzir da je U_0 nominalni vektor dobija se:

$$U = \lambda \cdot U_0. \quad (10)$$

Vektor normalizovanog skaliranja \bar{D} se koristi za definisanje oblika vektora opterećenja (ili inkrementa vektora opterećenja) za svaki korak analize i proračunava se na početku inkrementa opterećenja.



Slika 6. NSAPA-FBAP-CQC: a) Artificial, b) Chi-Chi, c) Kocaeli, d) Loma Prieta



Slika 7. NSAPA-FBAP-I mode: a) Artificial, b) Chi-Chi, c) Kocaeli, d) Loma Prieta

Raspodela lateralnih pomeranja po spratovima se dobija direktno iz vektora svojstvenih vrednosti, za i -ti sprat i j -ti svojstveni oblik prema:

$$D_{ij} = \Gamma_j \cdot \Phi_{ij} \cdot S_{d,j}, \quad (11)$$

gde je i - sprat, j - svojstveni oblik, Γ_j - faktor modalne participacije za j -ti svojstveni oblik, Φ_{ij} - vrednost normalizovanog svojstvenog oblika za i -ti sprat i j -ti svojstveni oblik, $S_{d,j}$ - abscisa (pomeranje) spektra odgovora za j -ti svojstveno oblik. Merodavna spratna pomeranja D_i se proračunavaju iz:

$$D_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n D_{ij}^2}, \quad (12)$$

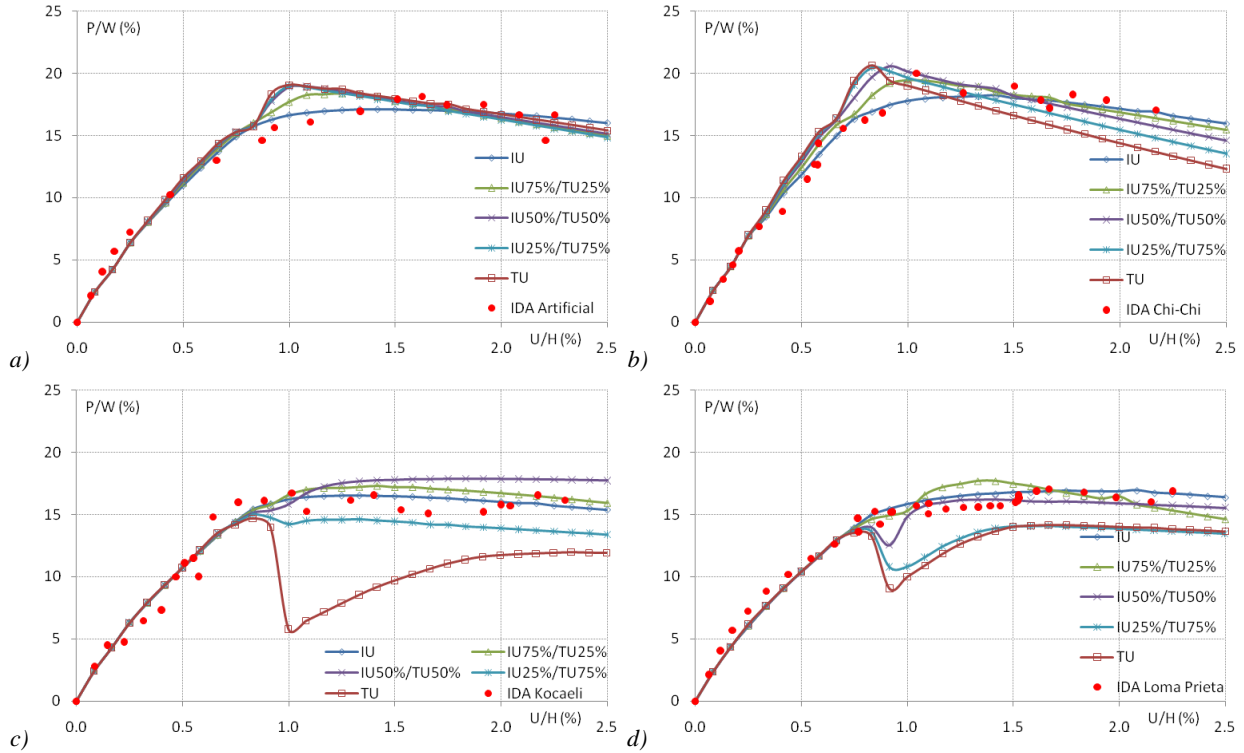
dok se normalizovani vektor skaliranja \bar{D} dobija prema:

$$\bar{D}_i = \frac{D_i}{\max D_i}. \quad (13)$$

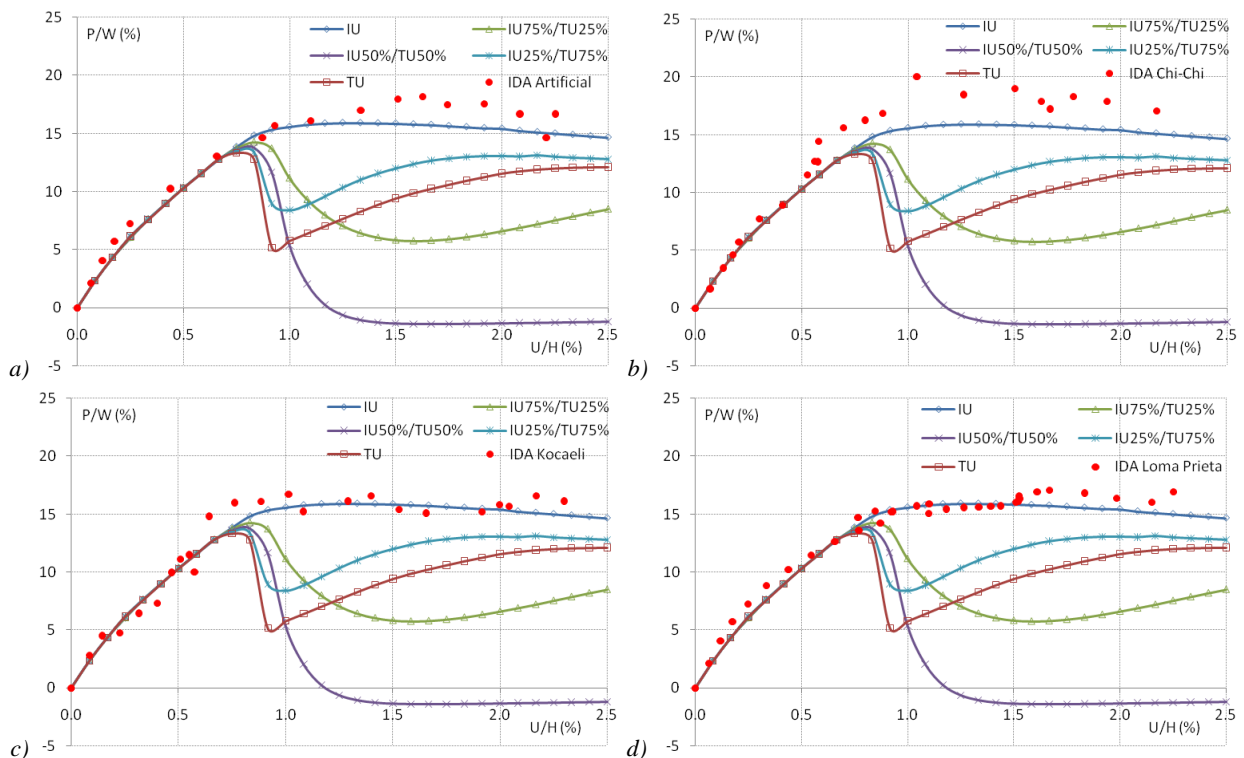
gde je $\max D_i$ maksimalno spratno pomeranje. Vektor apliciranog pomeranja U_t za t korak analize se može odrediti primenjujući inkrementalnu korekciju:

$$U_t = U_{t-1} + \Delta\lambda_t \cdot \bar{D}_t \cdot U_0. \quad (14)$$

Drugi deo istraživanja sproveden je za NSAPA-DBAP analize sa IU, TU i HU korekcijama primenom CQC pravila (Slika 8.) i uzimanjem u obzir samo uticaj prvog svojstvenog oblika (Slika 9.)



Slika 8. NSAPA-DBAP-CQC: a) Artificial, b) Chi-Chi, c) Kocaeli, d) Loma Prieta



Slika 9. NSAPA-DBAP-I mode: a) Artificial, b) Chi-Chi, c) Kocaeli, d) Loma Prieta

4. ZAKLJUČAK

Istraživanja prikazana u ovoj studiji su imaju za cilj da prezentuju kompleksnu problematiku i daju odgovor na ključno pitanje izbora strategije za korekciju i generisanje lateralnih seizmičkih sila NSAPA analiza. Moguće kombinacije metoda uzimajući u obzir aspekte formulisanja uslova ravnoteže u inkrementalnom obliku i aspekte inkrementalne, totalne i hibridne korekcije lateralnih sila su:

$$\begin{aligned} NR + IU, & \quad K_t \neq const., \quad N_{SMC} = N_{It}, \quad P \neq const. \\ NR + TU, & \quad K_t \neq const., \quad N_{SMC} = N_{It}, \quad P \cong const. \\ NR + HU, & \quad K_t \neq const., \quad N_{SMC} = N_{It}, \quad P \neq const. \\ mNR + IU, & \quad K_t = const., \quad N_{SMC} = 0, \quad P \neq const. \\ mNR + TU, & \quad K_t = const., \quad N_{SMC} = 0, \quad P \cong const. \\ mNR + HU, & \quad K_t = const., \quad N_{SMC} = 0, \quad P \neq const. \\ NRmNR + IU, & \quad K_t \neq const., \quad 0 < N_{SMC} < N_{It}, \quad P \neq const. \\ NRmNR + TU, & \quad K_t \neq const., \quad 0 < N_{SMC} < N_{It}, \quad P \cong const. \\ NRmNR + HU, & \quad K_t \neq const., \quad 0 < N_{SMC} < N_{It}, \quad P \neq const. \end{aligned} \quad (15)$$

Generalno, najkvalitetnija rešenja dobijaju se primenom NSAPA-DBAP analize uzimajući u obzir i uticaj viših svojstvenih oblika za generisanje lateralnih seizmičkih sila. Za sprovođenje ove analize takođe je potrebno izeti u obzir IU korekciju sa klasičnom NR metodom gde se sprovodi korekcija matrice krutosti za $N_{SMC}=N_{It}$. Primena algoritama za HU korekciju moguća je ukoliko se u domenu linearno elastičnog ponašanja sistema primeni TU ili HU korekcija sa mNR ili NRmNR metodom, a u domenu nelinearnog ponašanja IU korekcija. Na taj način redukuje se vreme proračuna, a zadržava nivo kvaliteta dobijenih rezultata. Ovakav tip HU korekcije moguće je kombinovati sa HU korekcijom na nivou inkrementa, tako da se u prvih nekoliko iteracija primeni IU korekcija, a zatim TU korekcija.

POPIS LITERATURE

- [1] *ATC 40, Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, ATC 40 Report, Volumes 1. and 2., Applied Technology Council, Redwood City, USA, 1996, 346p.
- [2] *FEMA 273, NEHPR Guidelines for the Seismic Rehabilitation of the Buildings*, Building Seismic Safety Council, Applied Technology Council, Federal Emergency Management Agency, Washington D. C., USA, 1997, 398p.
- [3] *FEMA 356, Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*, American Society of Civil Engineers, Federal Emergency Management Agency, Washington D. C., USA, 2000, 518p.
- [4] *FEMA 440, Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*, Applied Technology Council (ATC 55 Project), Federal Emergency Management Agency, Washington D. C., USA, 2005, 392p.
- [5] Sekulović M.: *Metod konačnih elemenata*, Građevinska knjiga, Beograd, 1984, 592str.
- [6] Kovačević D.: *MKE modeliranje u analizi konstrukcija*, Građevinska knjiga, Beograd, 2006, 336str.
- [7] Antoniou S., Pinho R.: *Advantages and Limitations of Adaptive and Non-Adaptive Force-Based Pushover Procedures*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 4, Imperial College Press, 2004, pp. 497-522.
- [8] Mwafy A., Elnashai A.: *Static Pushover Versus Dynamic Collapse Analysis of RC Buildings*, Engineering Structures, Vol. 23, Elsevier, 2001, pp. 407-424.
- [9] *SeismoStruct, A computer program for Static and Dynamic Non-Linear Analysis of Framed Structures*, 2009.
- [10] Lađinović Đ., Čosić M.: *Pushover analiza višespratnih armiranobetonskih okvira*, Zemljotresno inženjerstvo i inženjerska seizmologija, Soko Banja, Srbija, 2008, str. 113-120.
- [11] Menjivar M.: *A Review of Existing Pushover Methods for 2-D Reinforced Concrete Buildings*, PhD Dissertation, Rose School, Pavia, Italy, 2004, 50p.